



Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 7x + 3} - 3\sqrt{-2x^2 + 9x - 4}$

- A. $[3; 4]$ B. $\left[\frac{1}{2}; 4\right]$ C. $[3; 4] \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}$ D. $[3; +\infty)$

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + 2$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. Hàm số đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{6}\right)$ B. Điểm uốn của đồ thị là $I\left(1; \frac{23}{12}\right)$
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$

Câu 3: Tìm m để hàm số $y = \frac{mx}{x^2 + 1}$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ trên đoạn $[-2; 2]$?

- A. $m < 0$ B. $m = 2$ C. $m > 0$ D. $m = -2$

Câu 4: Hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 5: Tính đạo hàm cấp hai của hàm số sau $y = (1 - 2x)^4$ tại điểm $x = 2$?

- A. 81 B. 432 C. 108 D. -216

Câu 6: Hàm số $y = x^5 - 2x^3 + 1$ có bao nhiêu cực trị ?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 7: Tìm m để hàm số $y = mx^3 - (m^2 + 1)x^2 + 2x - 3$ đạt cực tiểu tại $x=1$?

- A. $m = 0$ B. $m = -1$ C. $m = 2$ D. $m = \frac{3}{2}$

Câu 8: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 7$ tại điểm có hoành độ bằng -1 ?

- A. $y = 9x + 4$ B. $y = 9x - 6$ C. $y = 9x + 12$ D. $y = 9x + 18$

Câu 9: Tìm m để $(C_m) : y = x^4 - 2mx^2 + 2$ có 3 điểm cực trị là 3 đỉnh của một tam giác vuông cân

- A. $m = -4$ B. $m = -1$ C. $m = 1$ D. $m = 3$

Câu 10: Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại 3 điểm phân biệt khi :

- A. $0 \leq m < 4$ B. $m > 4$ C. $0 < m \leq 4$ D. $0 < m < 4$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên :

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây sai ?

- A. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$
B. Đường thẳng $y = -2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$

D. Hàm số nghịch biến trên $(-2; 0)$

Câu 12: Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_9(x+1)^2 - \ln(3-x) + 2$

A. $D = (3; +\infty)$. B. $D = (-\infty; 3)$. C. $D = (-\infty; -1) \cup (-1; 3)$. D. $D = (-1; 3)$.

Câu 13: Tìm m để phương trình $4^x - 2^{x+3} + 3 = m$ có đúng 2 nghiệm $x \in (1; 3)$.

A. $-13 < m < -9$. B. $3 < m < 9$. C. $-9 < m < 3$. D. $-13 < m < 3$.

Câu 14: Giải phương trình $\log_2(2^x - 1) \cdot \log_4(2^{x+1} - 2) = 1$. Ta có nghiệm.

A. $x = \log_2 3$ và $x = \log_2 5$

B. $x = 1$ và $x = -2$

C. $x = \log_2 3$ và $x = \log_2 \frac{5}{4}$

D. $x = 1$ và $x = 2$

Câu 15: Bất phương trình $\log_{\frac{4}{25}}(x+1) \geq \log_{\frac{2}{5}} x$ tương đương với bất phương trình nào dưới đây?

A. $2\log_{\frac{2}{5}}(x+1) \geq \log_{\frac{2}{5}} x$

B. $\log_{\frac{4}{25}} x + \log_{\frac{4}{25}} 1 \geq \log_{\frac{2}{5}} x$

C. $\log_{\frac{2}{5}}(x+1) \geq 2\log_{\frac{2}{5}} x$

D. $\log_{\frac{2}{5}}(x+1) \geq \log_{\frac{4}{25}} x$

Câu 16: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{2017}(x^2 + 1)$

A. $y' = \frac{1}{x^2 + 1}$

B. $y' = \frac{1}{(x^2 + 1)\ln 2017}$

C. $y' = \frac{2x}{2017}$

D. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 2017}$

Câu 17: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \log_2^2 x - 4\log_2 x + 1$ trên đoạn $[1; 8]$

A. $\min_{x \in [1; 8]} y = -2$

B. $\min_{x \in [1; 8]} y = 1$

C. $\min_{x \in [1; 8]} y = -3$

D. Đáp án khác

Câu 18: Cho $\log_2 14 = a$. Tính $\log_{49} 32$ theo a .

A. $\frac{10}{a-1}$

B. $\frac{2}{5(a-1)}$

C. $\frac{5}{2a-2}$

D. $\frac{5}{2a+1}$

Câu 19: Trong các phương trình sau đây, phương trình nào cả nghiệm?

A. $x^{\frac{2}{3}} + 5 = 0$

B. $(3x)^{\frac{1}{3}} + (x-4)^{\frac{2}{5}} = 0$

C. $\sqrt{4x-8} + 2 = 0$

D. $2x^{\frac{1}{2}} - 3 = 0$

Câu 20: Cho $K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$. Biểu thức rút gọn của K là:

A. x

B. $2x$

C. $x + 1$

D. $x - 1$

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$ và AB vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\angle SBC = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

B. $2a^3\sqrt{3}$

C. $a^3\sqrt{3}$

D.

$\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với cạnh $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB , SC tạo với đáy một góc bằng 45° . Khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SCD) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$

Câu 23 . Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân, $AB = AC = a$, $\angle BAC = 120^\circ$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc 60° . Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$ C. a^3 **D. $\frac{3a^3}{8}$**

Câu 24: Ba đoạn thẳng SA, SB, SC đôi một vuông góc tạo với nhau thành một tứ diện $SABC$ với $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 3a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình tứ diện đó là

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ **C. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$** D. $\frac{a\sqrt{14}}{6}$

Câu 25 : Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ và Ox . Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh Ox bằng :

- A. $\frac{81\pi}{35}$** B. $\frac{53\pi}{6}$ C. $\frac{81}{35}$ D. $\frac{21\pi}{5}$

Câu 26 : Họ nguyên hàm của hàm số $\int \frac{2x+3}{2x^2-x-1} dx$ là:

- A. $\frac{2}{3}\ln|2x+1| + \frac{5}{3}\ln|x-1| + C$ **B. $-\frac{2}{3}\ln|2x+1| + \frac{5}{3}\ln|x-1| + C$**
C. $\frac{2}{3}\ln|2x+1| - \frac{5}{3}\ln|x-1| + C$ D. $-\frac{1}{3}\ln|2x+1| + \frac{5}{3}\ln|x-1| + C$

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ biết $A(1; 1; 0)$; $B(1; 0; 2)$; $C(2; 0; 1)$,

$D(-1; 0; -3)$. Phương trình mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + \frac{5}{7}x + \frac{5}{7}z - \frac{50}{7} = 0$ B. $x^2 + y^2 + z^2 + \frac{5}{7}x - \frac{31}{7}y + \frac{5}{7}z - \frac{50}{7} = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 + \frac{5}{7}x + \frac{31}{7}y - \frac{5}{7}z - \frac{50}{7} = 0$ **D. $x^2 + y^2 + z^2 + \frac{5}{7}x + \frac{31}{7}y + \frac{5}{7}z - \frac{50}{7} = 0$**

Câu 28: Họ nguyên hàm của hàm số $I = \int \frac{dx}{\sqrt{2x-1}+4}$.

- A. $\sqrt{2x-1} - 2\ln(\sqrt{2x-1}+4) + C$ B. $\sqrt{2x-1} - \ln(\sqrt{2x-1}+4) + C$
C. $\sqrt{2x-1} - 4\ln(\sqrt{2x-1}+4) + C$ D. $2\sqrt{2x-1} - \ln(\sqrt{2x-1}+4) + C$

Câu 29: Tích phân: $I = \int_1^e 2x(1 - \ln x) dx$ bằng

- A. $\frac{e^2-1}{2}$ B. $\frac{e^2}{2}$ C. $\frac{e^2-3}{4}$ **D. $\frac{e^2-3}{2}$**

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 1 = 0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ . Tọa độ điểm } M \text{ trên đường thẳng } d \text{ sao cho khoảng cách từ } M \text{ đến mặt phẳng } (P) \text{ bằng } 3$$

là

A. $M_1(4, 1, 2)$; $M_2(-2, 3, 0)$

B. $M_1(4, 1, 2)$; $M_2(-2, -3, 0)$

C. $M_1(4, -1, 2)$; $M_2(-2, 3, 0)$

D. $M_1(4, -1, 2)$; $M_2(2, 3, 0)$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(4; 2; 2)$, $B(0; 0; 7)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1} \text{ . Điểm } C \text{ thuộc đường thẳng } d \text{ sao cho tam giác } ABC \text{ cân đỉnh } A \text{ là}$$

A. $C(-1; 8; 2)$ hoặc $C(9; 0; -2)$

B. $C(1; -8; 2)$ hoặc $C(9; 0; -2)$

C. $C(1; 8; 2)$ hoặc $C(9; 0; -2)$

D. $C(1; 8; -2)$ hoặc $C(9; 0; -2)$

Câu 32: Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm

$A(1; -2; 3)$, $B(3; 2; -1)$. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là

A. $(Q): 2x + 2y + 3z - 7 = 0$

B. $(Q): 2x - 2y + 3z - 7 = 0$

C. $(Q): 2x + 2y + 3z - 9 = 0$

D. $(Q): x + 2y + 3z - 7 = 0$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh bằng $a\sqrt{3}$; $\angle BAD = 120^\circ$ và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng số đo của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

A. $\frac{a\sqrt{39}}{26}$

B. $\frac{3a\sqrt{39}}{26}$

C. $\frac{3a\sqrt{39}}{13}$

D. $\frac{a\sqrt{14}}{6}$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$ và điểm $M(1; 2; -3)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên đường thẳng d là

A. $M(1; 2; -1)$

A. $M(1; -2; 1)$

C. $M(1; -2; -1)$

A. $M(1; 2; 1)$

Câu 35: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ. Chọn kết quả đúng nhất

A. $3\ln 6$

B. $3\ln \frac{3}{2}$

C. $3\ln \frac{3}{2} - 2$

D. $3\ln \frac{3}{2} - 1$

Câu 36: Hàm số nào sau đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$?

A. $\frac{x^2+x-1}{x+1}$ B. $\frac{x^2-x-1}{x+1}$ C. $\frac{x^2+x+1}{x+1}$ D. $\frac{x^2}{x+1}$

Câu 37: Nếu $\int_a^d f(x)dx = 5$; $\int_b^d f(x) = 2$ với $a < d < b$ thì $\int_a^b f(x)dx$ bằng :

A.-2 B.7 C.0 D.3

Câu 38: Cho hình chóp đều S,ABCD có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° .

A. $V_{S.ABCD} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$ B. $V_{S.ABCD} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $V_{S.ABCD} = \frac{3a^3\sqrt{6}}{2}$ D. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

Câu 39: Khối trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Tính thể tích của khối lăng trụ đó.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 40: Số nghiệm thực của phương trình $(z^2+1)(z^2-i)=0$ là

A.0 B.1 C.2 D.4

Câu 41: Hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có SA=a, AB=b, AC=c. Mặt cầu đi qua các đỉnh A,B,C,S có bán kính r bằng :

A. $\frac{2(a+b+c)}{3}$ B. $2\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ C. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ D. $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

Câu 42: Cho 4 điểm A(1;3;-3), B(2;-6;7), C(-7;-4;3) và D(0;-1;4). Gọi $P = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ với

M là điểm thuộc mặt phẳng Oxy thì P đạt giá trị nhỏ nhất khi M có tọa độ là :

A.M(-1;-2;3) B.M(0;-2;3) C.M(-1;0;3) D.M(-1;-2;0)

Câu 43: Cho $I = f(x) = \int xe^x dx$ biết $f(0) = 2015$, vậy I=?

A. $I = xe^x + e^x + 2016$ B. $I = xe^x - e^x + 2016$
C. $I = xe^x + e^x + 2014$ D. $I = xe^x - e^x + 2014$

Câu 44: Khoảng cách giữa hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = (x+1)(x-2)^2$ là:

A. $2\sqrt{5}$ B.2 C.4 D. $5\sqrt{2}$

Câu 45: Hãy tìm độ dài các cạnh góc vuông của tam giác vuông có diện tích lớn nhất nếu tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng hằng số a ($a > 0$) trong các phương án sau:

A. $\frac{a}{2}; \frac{a}{2}$ B. $\frac{a}{3}; \frac{a\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a}{2}; \frac{3a}{4}$

Câu 46: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s = 6t^2 - t^3$. Thời điểm t (giây) tại đó vận tốc v(m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là:

A. t=2 B.t=3 C.t=4 D.t=5

Câu 47: Tập điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z|^2 = z^2$ là:

A.Cả mặt phẳng B.Đường thẳng C.Một điểm D.Hai đường thẳng

Câu 48: Tìm số phức có phần thực bằng 12 và mô đun bằng 13:

A. $5 \pm 12i$ B. $1 \pm 12i$ C. $12 \pm 5i$ D. $12 \pm i$

Câu 49: Với A(2;0;-1), B(1;-2;3), C(0;1;2). Phương trình mặt phẳng qua A,B,C là

A. $x+2y+z+1=0$ B. $-2x+y+z-3=0$ C. $2x+y+z-3=0$ D. $x+y+z-2=0$

Câu 50: Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{-5}$ và mặt phẳng

(P) $x-2y+z-1=0$.

A.M(1;2;3) B.M(1;-2;3) C.M(-1;2;3) D.A,B,C đều sai

ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ KHẢO SÁT MÔN TOÁN SỐ 6

Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 7x + 3} - 3\sqrt{-2x^2 + 9x - 4}$

$$\text{HD} \begin{cases} 2x^2 - 7x + 3 \geq 0 \\ -2x^2 + 9x - 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \leq x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow S = [3; 4] \cup \{\frac{1}{2}\}$$

Câu 3: Tìm m để hàm số $y = \frac{mx}{x^2 + 1}$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$ trên đoạn $[-2; 2]$?

HD

$$y' = \frac{m(-x^2 + 1)}{(x^2 + 1)^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (loại)} \\ x = 1 \end{cases}$$

$$y(1) = \frac{m}{2} \quad y(-2) = \frac{-2m}{5} \quad y(2) = \frac{2m}{5} \Rightarrow y(1) > y(2); y(1) > y(-2) \Rightarrow m > 0$$

Câu 4: Hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

HD

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Rightarrow \text{Hàm số có 2 đường tiệm cận là } y=0; x=0$$

Câu 6: Hàm số $y = x^5 - 2x^3 + 1$ có bao nhiêu cực trị ?

HD

$$y' = 5x^4 - 6x^2 = x^2(5x^2 - 6)$$

Hàm số không đổi dấu tại $x = 0 \Rightarrow$ Hàm số có 2 cực trị

Câu 7: Tìm m để hàm số $y = mx^3 - (m^2 + 1)x^2 + 2x - 3$ đạt cực tiểu tại $x = 1$?

HD

$$\text{Hàm số đạt cực tiểu tại } x=1 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$$

Câu 9: Tìm m để $(C_m) : y = x^4 - 2mx^2 + 2$ có 3 điểm cực trị là 3 đỉnh của một tam giác vuông cân

HD

$$y' = 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{m} \\ x = -\sqrt{m} \end{cases} \Rightarrow A(0; 2); B(-\sqrt{m}; 2 - m^2); C(\sqrt{m}; 2 - m^2)$$

$$\text{Để 3 điểm cực trị là 3 đỉnh của một tam giác vuông cân thì } \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Trong 4 đáp án chọn đáp án có giá trị $m = 1$

Câu 10: Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại 3 điểm phân biệt khi :

HD

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại 3 điểm phân biệt khi : $0 < m < 4$

Câu 13: Tìm m để phương trình $4^x - 2^{x+3} + 3 = m$ có đúng 2 nghiệm $x \in (1; 3)$.

HD

$$x \in (1; 3) \Rightarrow 2^x \in (2; 8)$$

Xét hàm số $y = t^2 - 8t + 3$ trên $(2; 8)$

t	$-\infty$	2	4	8	$+\infty$
y'			-	0	+
y			-9		3
				-13	

để phương trình $4^x - 2^{x+3} + 3 = m$ có đúng 2 nghiệm $x \in (1; 3)$ thì $-13 < m < -9$

Câu 14: Giải phương trình $\log_2(2^x - 1) \cdot \log_4(2^{x+1} - 2) = 1$. Ta có nghiệm.

HD

$$pt \Leftrightarrow \log_2(2^x - 1)[\log_4 2 + \log_4(2^x - 1)] = 1 \Leftrightarrow t(1+t) = 2 \text{ với } t = \log_2(2^x - 1)$$

$$\Rightarrow x = \log_2 3 \text{ và } x = \log_2 \frac{5}{4}$$

Câu 17: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \log_2^2 x - 4\log_2 x + 1$ trên đoạn $[1; 8]$

HD

$$y = \log_2^2 x - 4\log_2 x + 1 \Rightarrow y = t^2 - 4t + 1 \text{ với } t = \log_2 x \in [0; 3]$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow t = 2(t/m)$$

$$y(0) = 1; y(2) = -3; y(3) = -2 \Rightarrow \min_{x \in [1; 8]} y = -3$$

Câu 21 : Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$ và AB vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\angle SBC = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

HD

$$\text{Ta có } AB \perp (SBC) \text{ (gt) nên } V_{SABC} = \frac{1}{3} AB \cdot S_{SBC} \text{ mà } S_{SBC} = \frac{1}{2} BC \cdot BS \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} 4a \cdot 2a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 2a^2\sqrt{3}$$

$$\text{Khi đó } V_{SABC} = \frac{1}{3} 3a \cdot 2a^2\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}$$

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với cạnh $AB=2a$, $AD=a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB , SC tạo với đáy một góc bằng 45° . Khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SCD) .

HD

$$HC = a\sqrt{2} \text{ suy ra } SH = a\sqrt{2}$$

Gọi M là trung điểm CD , P là hình chiếu của H lên SM khi đó $HM \perp CD$; $CD \perp SH$ suy ra $CD \perp HP$ mà $HP \perp SM$ suy ra $HP \perp (SCD)$ Lại có $AB \parallel CD$ suy ra $AB \parallel (SCD)$ suy ra $d(A; (SCD)) = d(H; (SCD)) = HP$

$$\text{Ta có } \frac{1}{HP^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{HS^2} \text{ suy ra } HP = \frac{a\sqrt{6}}{3} \text{ vậy } d(A; (SCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Câu 23 . Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân, $AB = AC = a$, $\angle BAC = 120^\circ$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc 60° . Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

HD

Xác định góc giữa $(AB'C')$ và mặt đáy là $\angle AKA' \Rightarrow \angle AKA' = 60^\circ$.

$$\text{Tính } A'K = \frac{1}{2} A'C' = \frac{a}{2} \Rightarrow AA' = A'K \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}; V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{3a^3}{8}$$

Câu 25 : Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ và Ox. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh Ox bằng :

HD

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^3 \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right)^2 dx = \pi \int_0^3 \left(\frac{1}{9}x^6 - \frac{2}{3}x^5 + x^4 \right) dx \\ &= \pi \left(\frac{1}{63}x^7 - \frac{1}{9}x^6 + \frac{1}{5}x^5 \right) \Big|_0^3 = \frac{81}{35} \pi \quad (0.25) \end{aligned}$$

Câu 26 : Họ nguyên hàm của hàm số $\int \frac{2x+3}{2x^2-x-1} dx$ là:

HD

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int \frac{2x+3}{2x^2-x-1} dx &= \int \frac{2x+3}{(2x+1)(x-1)} dx = \int \left[-\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2x+1} + \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{x-1} \right] dx \\ &= -\frac{2}{3} \int \frac{d(2x+1)}{2x+1} + \frac{5}{3} \int \frac{d(x-1)}{x-1} = -\frac{2}{3} \ln|2x+1| + \frac{5}{3} \ln|x-1| + C \end{aligned}$$

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD biết A(1; 1; 0); B(1; 0; 2); C(2; 0; 1), D(-1; 0; -3). Phương trình mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó là:

HD

Gọi phương trình mặt cầu có dạng $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$
(với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$).

$$\text{Do mặt cầu đi qua 4 điểm A, B, C, D nên ta có hệ } \begin{cases} 2a + 2b + d = -2 \\ 2a + 4c + d = -5 \\ 4a + 2c + d = -5 \\ -2a - 6c + d = -10 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ suy ra } a = \frac{5}{14}; b = \frac{31}{14}; c = \frac{5}{14}; d = -\frac{50}{7}$$

$$\text{Vậy phương trình mc là: } x^2 + y^2 + z^2 + \frac{5}{7}x + \frac{31}{7}y + \frac{5}{7}z - \frac{50}{7} = 0.$$

Câu 28: Họ nguyên hàm của hàm số $I = \int \frac{dx}{\sqrt{2x-1}+4}$.

HD

$$\text{Đặt } t = \sqrt{2x-1} \Rightarrow t^2 = 2x-1 \Rightarrow tdt = dx$$

$$\Rightarrow I = \int \frac{tdt}{t+4} = \int \left(1 - \frac{4}{t+4} \right) dt = t - 4 \ln|t+4| + C = \sqrt{2x-1} - 4 \ln(\sqrt{2x-1}+4) + C$$

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - 2y + z + 1 = 0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ . Tọa độ điểm M trên đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 3}$$

là

HD

$M(1+3t, 2-t, 1+t)$ d. Ta có $d(M, (P)) = 3 \quad t = 1$

Suy ra, có hai điểm thỏa bài toán là $M_1(4, 1, 2)$ và $M_2(-2, 3, 0)$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 2; 2), B(0; 0; 7)$ và đường thẳng

$d: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1}$. Điểm C thuộc đường thẳng d sao cho tam giác ABC cân đỉnh A là

HD

$C \in d \Rightarrow C(3-2t; 6+2t; 1+t)$. Tam giác ABC cân tại $A \Leftrightarrow AB = AC$

$\Leftrightarrow (1+2t)^2 + (4+2t)^2 + (1-t)^2 = 45 \Leftrightarrow 9t^2 + 18t - 27 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = -3$. Vậy $C(1; 8; 2)$ hoặc $C(9; 0; -2)$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm

$A(1; -2; 3), B(3; 2; -1)$. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là

HD

$\overrightarrow{AB} = (2; 4; -4)$, mp(P) có VTPT $\overrightarrow{n_p} = (2; 1; -2)$. mp(Q) có vtpt là $\overrightarrow{n_q} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{n_p}] = (-4; -4; -6)$

$\Rightarrow (Q): 2x + 2y + 3z - 7 = 0$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh bằng $a\sqrt{3}$; $BAD = 120^\circ$ và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng số đo của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

HD

Gọi $O = AC \cap BD$. Vì $DB \perp AC$, $BD \perp SC$ nên $BD \perp (SAC)$ tại O .

Kẻ $OI \perp SC$ thì OI là đường vuông góc chung của BD và SC . Sử dụng hai tam giác đồng dạng ICO và ACS hoặc đường cao của tam giác SAC suy ra được

$$OI = \frac{3a\sqrt{39}}{26}. \text{ Vậy } d(BD, SC) = \frac{3a\sqrt{39}}{26}$$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$ và điểm $M(1; 2; -3)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên đường thẳng d là

HD

d có vector chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = (2; 1; 2)$. $M \notin d \Rightarrow \overrightarrow{MM'} \perp \overrightarrow{u_d} \Rightarrow \overrightarrow{MM'} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0$. $\hat{u}_d = \frac{\overrightarrow{u_d}}{|\overrightarrow{u_d}|} = \frac{(2; 1; 2)}{\sqrt{9}} = (\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3})$. $\overrightarrow{MM'} = (2+2t; -3+t; 4+2t)$.

Ta có $\overrightarrow{MM'} \cdot \hat{u}_d = 0$ nên

$$\overrightarrow{MM'} \cdot \hat{u}_d = 0 \Rightarrow (2+2t) \cdot \frac{2}{3} + (-3+t) \cdot \frac{1}{3} + (4+2t) \cdot \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow 9t + 9 = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow M'(-1; -2; -1)$$

Câu 35: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ. Chọn kết quả đúng nhất

HD

$$\text{Do đó } S = \int_{-1}^0 \left| \frac{x+1}{x-2} \right| dx = \int_{-1}^0 \frac{x+1}{x-2} dx = \int_{-1}^0 \left(1 + \frac{3}{x-2} \right) dx = \left[(x+3\ln|x-2|) \right]_{-1}^0 = \left| 1 + 3\ln \frac{2}{3} \right| = 3\ln \frac{3}{2} - 1$$

Câu 38: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° .

$$S_{ABCD} = 3a^2, h = \frac{3a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}. \text{Chọn đáp án A}$$

Câu 41: Hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có SA=a, AB=b, AC=c. Mặt cầu đi qua các đỉnh A,B,C,S có bán kính r bằng :
HD

Dựng hình hộp chữ nhật có 3 cạnh là a,b,c nên có độ dài đường chéo là $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. Do đó bán kính mặt cầu đi qua 8 đỉnh của hình hộp là $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. Chọn đáp án C.

Câu 42: Cho 4 điểm A(1;3;-3), B(2;-6;7), C(-7;-4;3) và D(0;-1;4). Gọi $P = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ với M là điểm thuộc mặt phẳng Oxy thì P đạt giá trị nhỏ nhất khi M có tọa độ là :
HD

$P = 4 MG$ với G là trọng tâm của tứ diện, M thuộc mặt phẳng Oxy nên M là hình chiếu của G lên mặt phẳng Oxy. do đó M(-1;-2;0). Chọn đáp án D.

Câu 43: Cho $I = f(x) = \int xe^x dx$ biết $f(0) = 2015$, vậy I=?
HD

Ta có $f(x) = xe^x - e^x + C, f(0) = 2015 \Rightarrow C = 2016$. Chọn đáp án B.

Câu 45: Hãy tìm độ dài các cạnh góc vuông của tam giác vuông có diện tích lớn nhất nếu tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng hằng số a (a>0) trong các phương án sau:
HD

$$\text{Đặt } AB=x, BC=a-x, AC=\sqrt{a^2-2ax}. \text{Diện tích tam giác } S(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{a^2-2ax} \leq \frac{a^2}{6\sqrt{3}}.$$

Diện tích lớn nhất khi $x = \frac{a}{3} \Rightarrow AB = \frac{a}{3}, AC = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Chọn đáp án B.

Câu 46: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s = 6t^2 - t^3$. Thời điểm t (giây) tại đó vận tốc v(m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là:
HD

Vận tốc chuyển động là $v = s' \Rightarrow v = 12t - 3t^2$. Ta có $v_{\max} = v(2) = 12m/s \Leftrightarrow t = 2$

Chọn đáp án A

Câu 47: Tập điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z|^2 = z^2$ là:
HD

$$\text{Ta có } z^2 + (\bar{z})^2 = 2x^2 - 2y^2 \Rightarrow z^2 + (\bar{z})^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm y$$

Vậy tập hợp cần tìm là 2 đường thẳng. Chọn đáp án B.