BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2015**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC **Môn thi: TOÁN**

(Đề thi gồm 01 trang) **Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề**

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn [1;3].

Câu 3 (1,0 điểm).

a)Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i)z - 1 + 5i = 0$. Tìm phần thực và phần ảo của z.

b)Giải phương trình $\log_2(x^2 + x + 2) = 3$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 (x-3).e^x\,dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm A(1;-2;1), B(2;1;3) và mặt phẳng (P): $x - y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB và tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (P).

Câu 6 (1,0 điểm).

a)Tính giá trị của biểu thức $P = (1 - 3\cos 2\alpha)(2+3\cos 2\alpha)$, biết $\sin\alpha = \frac{2}{3}$.

b)Trong đợt ứng phó dịch MERS-CoV, sở Y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong số 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng và 20 đội của các Trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tìm xác suất để có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD), góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABCD) bằng 45^0. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AC.

Câu 8 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh BC; D là điểm đối xứng của B qua H; K là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AD. Giả sử H(-5;-5), K(9;-3) và trung điểm của cạnh AC thuộc đường thẳng $x - y + 10 = 0$. Tìm tọa độ điểm A.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải phương trình $\frac{x^2+2x-8}{x^2-2x+3} = (x+1)(\sqrt{x+2} - 2)$ trên tập só thực.

Câu 10 (1,0 điểm) Cho các số thực a, b, c thuộc đoạn [1;3] và thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 6$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức. $P = \frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+12abc+72}{ab+bc+ca} - \frac{1}{2}abc$

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM

Câu 1 (1,0 đ)

+Tập xác định: D = R. (0,25 đ)

+Sự biến thiên:

-Chiều biến thiên: y' = $3x^2 - 3$; y' = 0 ⇔ x = ± 1.

Các khoảng đồng biến: (-∞; -1) và (1;+ ∞); khoảng nghịch biến: (-1;1).

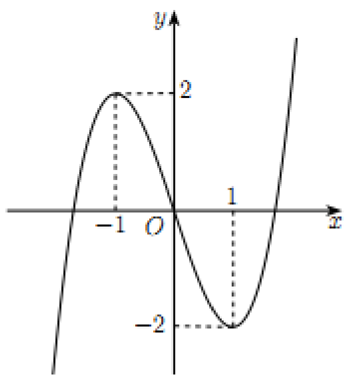
-Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại x = -1; $y_{CĐ}$ = 2; đạt cực tiểu tại x =1; y_{CT} = -2. (0,25 đ)

-Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x\to-\infty} y = -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} y = +\infty$.

+Bảng biến thiên (0,25 đ)

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

+Đồ thị (0,25 đ)



Câu 2 (1,0 đ)

Ta có f(x) xác định và liên tục trên đoạn [1;3]; f'(x) = $1 - \frac{4}{x^2}$ (0,25 đ)

Với x ∈ [1;3], f'(x) = 0 ⇔ x = 2 (0,25 đ)

Ta có f(1) = 5, f(2) = 4; f(3) = $\frac{13}{3}$ (0,25 đ)

Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của f(x) trên đoạn [1;3] lần lượt là 5 và 4. (0,25đ)

Câu 3 (1,0 đ)

a)Ta có (1 – i)z – 1 + 5i = 0 ⇔ z = 3 – 2i. (0,25 đ)

Do đó số phức z có phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2 (0,25 đ)

b)Phương trình đã cho tương đương với $x^2 + x + 2 = 8$ (0,25 đ)

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -3 \end{array}\right.$.

Vậy nghiệm của phương trình là x = 2; x = -3. (0,25đ)

Câu 4 (1,0 đ)

Đặt u = x – 3; dv = e^xdx. Suy ra du = dx; v = e^x (0,25 đ)

Khi đó $I = (x-3)e^x|_0^1 - \int_0^1 e^x dx$ (0,25 đ)

=$(x-3)e^x|_0^1 - e^x|_0^1$ (0,25 đ)

= 4 – 3e (0,25 đ)

Câu 5 (1,0 đ)

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 2)$. (0,25 đ)

Đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$ (0,25 đ)

Gọi M là giao điểm của AB và (P). Do M thuộc AB nên M(1+t; -2+3t; 1+2t) (0,25 đ)

M thuộc (P) nên 1 + t – (-2 +3t) +2(1+2t) – 3 = 0, suy ra t = -1. Do đó M(0;-5;-1) (0,25 đ)

Câu 6 (1,0 đ)

a)Ta có cos2α = 1 – 2sin^2 α = $\frac{1}{9}$. (0,25đ)

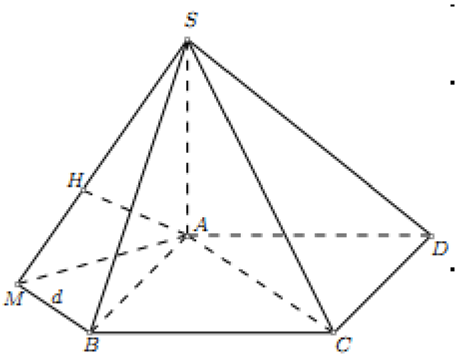
Suy ra $P = \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(2 + \frac{1}{3}\right) = \frac{14}{9}$. (0,25 đ)

b)Số phần tử của không gian mẫu là $C_{25}^3 = 2300$ (0,25 đ)

Số kết quả thuận lợi cho biến cố "có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở" là:

$C_{20}^2 . C_5^1 + C_{20}^3 = 2090$. Xác suất cần tính là $p = \frac{2090}{2300} = \frac{209}{230}$. (0,25 đ)

Câu 7 (1,0 đ)



Ta có $\widehat{SCA} = \left(SC, \widehat{(ABCD)}\right) = 45^0$, (0,25 đ)

Suy ra $SA = AC = \sqrt{2}a$.

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\sqrt{2}.a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ (0,25 đ)

Kẻ đường thẳng d qua B và song song AC. Gọi M là hình chiếu vuông góc của A trên d; H là hình chiếu vuông góc của A trên SM. Ta có SA ⊥ BM, MA ⊥ BM nên AH ⊥ BM.

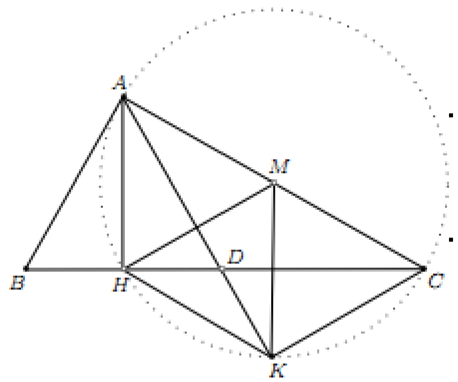
Suy ra AH ⊥ (SBM).

Do đó d(AC,SB)= d(A,(SBM))= AH. (0,25 đ)

Tam giác SAM vuông tại A, có đường cao AH, nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{5}{2a^2}$ (0,25 đ)

Vậy $d(AC, SB) = AH = \frac{\sqrt{10}a}{5}$

Câu 8 (1,0 đ)



Gọi M là trung điểm của AC. Ta có $MH = MK = \frac{AC}{2}$, nên M thuộc đường trung trực của HK.

Đường trung trực của HK có phương trình 7x + y – 10 = 0, nên tọa độ của M thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x - y + 10 = 0 \\ 7x + y - 10 = 0 \end{cases}$$

Suy ra M(0;10). (0,25 đ)

Ta có $\widehat{HKA} = \widehat{HCA} = \widehat{HBA} = \widehat{HAD}$, nên ΔAHK cân tại H, suy ra HA = HK. Mà MA = MK, nên A đối xứng với K qua MH. (0,25 đ)

Ta có: $\overrightarrow{MH} = (5; 15)$; đường thẳng MH có phương trình 3x – y + 10 = 0. Trung điểm AK thuộc MH và AK ⊥ MH nên tọa độ điểm A thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 3\left(\frac{x+9}{2}\right) - \left(\frac{y-2}{2}\right) + 10 = 0 \\ (x-9) + 3(y+3) = 0. \end{cases}$$ (0,25 đ)

Suy ra A(-15; 5). (0,25 đ)

Câu 9 (1,0 đ)

Điều kiện: $x \geq -2$. Phương trình đã cho tương ứng với

$$\frac{(x-2)(x+4)}{x^2-2x+3} = \frac{(x+1)(x-2)}{\sqrt{x+2}+2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ \frac{x+4}{x^2-2x+3} = \frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2} \ (1) \end{array}\right.$$ (0,25 đ)

Ta có (1) $\Leftrightarrow (x+4)\left(\sqrt{x+2}+2\right) = (x+1)(x^2-2x+3)$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+2}+2\right)\left[\left(\sqrt{x+2}\right)^2+2\right] = [(x-1)+2][(x-1)^2+2]$ (2) (0,25 đ)

Xét hàm số f(t) = (t +2)(t^2 +2).

Ta có f'(t) = 3t^2 +4t + 2, suy ra f'(t) > 0, ∀t ∈ R, nên f(t) đồng biến trên R.

Do đó (2) $\Leftrightarrow f\left(\sqrt{x+2}\right) = f(x-1) \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x - 1 = 0 \end{cases}$ (0,25 đ)

$\Leftrightarrow x = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$.

Đối chiếu điều kiện, ta được nghiệm của phương trình đã cho là $x = 2; x = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$ (0,25 đ)

Câu 10 (1,0 đ)

Đặt t = ab + bc + ca.

Ta có $36 = (a+b+c)^2 = \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 + 3t] \geq 3t$. Suy ra t ≤ 12.

Mặt khác, $(a-1)(b-1)(c-1) \geq 0$, nên $abc \geq ab + bc + ca - 5 = t - 5$; (0,25 đ)

Và $(3-a)(3-b)(3-c) \geq 0$, nên $3t = 3(ab+bc+ca) \geq abc + 27 \geq t + 22$. Suy ra $t \geq 11$ (0,25 đ)

Vậy t ∈[11;12].

Khi đó $P = \frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)+72}{ab+bc+ca} - \frac{abc}{2}$

$= \frac{(ab+bc+ca)^2+72}{ab+bc+ca} - \frac{abc}{2} \leq \frac{t^2+72}{t} - \frac{t-5}{2} = \frac{t^2+5t+144}{2t}$ (0,25 đ)

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2+5t+144}{2t}$; với t ∈ [11;12]. Ta có $f'(t) = \frac{t^2-144}{2t^2}$.

Do đó $f'(t) \leq 0, \forall t \in [11;12]$, nên f(t) nghịch biến trên đoạn [11,12].

Suy ra $f(t) \leq f(11) = \frac{160}{11}$. Do đó $P \leq \frac{160}{11}$.

Ta có a =1, b = 2, c = 3 thỏa mãn điều kiện của bài toán và khi đó $P = \frac{160}{11}$.

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\frac{160}{11}$.