BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2020
ĐỀ THI THAM KHẢO	**Bài thi: TOÁN**
(Đề thi có 05 trang)	*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

Họ và tên thí sinh: ………………………………………………………

Số báo danh: ……………………………………………………………

Câu 1: Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

A. 14 **B.** 48 **C.** 6 **D.** 8

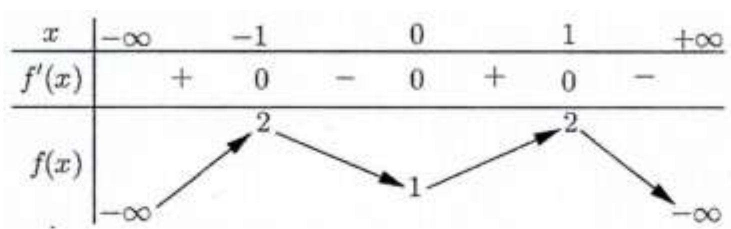
Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6.$ Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:

A. 3 **B.** -4 **C.** 4 **D.** $\frac{1}{3}$

Câu 3: Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh là l và bán kính đáy là r bằng

A. $4\pi rl.$ **B.** $2\pi rl.$ **C.** $\pi rl.$ **D.** $\frac{1}{3}\pi rl.$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$ **B.** $(-1;0)$ **C.** $(-1;1)$ **D.** $(0;1)$

Câu 5: Cho khối lập phương có cạnh bằng $6.$ Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 216. **B.** 18. **C.** 36 **D.** 72

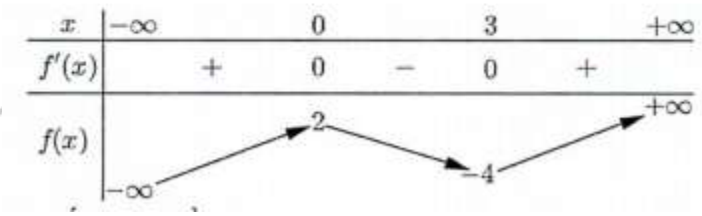
Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là:

A. $x = 3.$ **B.** $x = 5.$ **C.** $x = \frac{9}{2}.$ **D.** $x = \frac{7}{2}.$

Câu 7: Nếu $\int_1^2 f(x)\,dx = -2$ và $\int_2^3 f(x)\,dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x)\,dx$ bằng:

A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

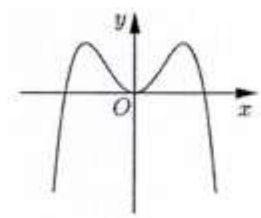
Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -4.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2$. **C.** $y = x^3 - 3x^2$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 10: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(a^2)$ bằng

A. $2 + \log_2 a$. **B.** $\frac{1}{2} + \log_2 a$. **C.** $2\log_2 a$. **D.** $\frac{1}{2}\log_2 a$.

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

A. $\sin x + 3x^2 + C$. **B.** $-\sin x + 3x^2 + C$. **C.** $\sin x + 6x^2 + C$. **D.** $-\sin x + C$.

Câu 12: Môđun của số phức $1 + 2i$ bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 3.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(2;0;1)$. **B.** $(2;-2;0)$. **C.** $(0;-2;1)$. **D.** $(0;0;1)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(1;-2;3)$.

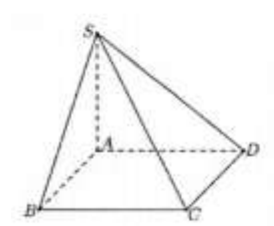
Câu 15: Trong không gian $Oxyz,$ cho mặt phẳng $(\alpha): 3x+2y-4z+1=0.$ Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_2}(3;2;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}(2;-4;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}(3;-4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}(3;2;-4)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz,$ điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{3}$?

A. $P(-1;2;1)$ **B.** $Q(1;2;3)$. **C.** $N(-1;2;-3)$. **D.** $M(1;-2;3)$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a,$ SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. 45^0 **B.** 30^0 **C.** 60^0 **D.** 90^0

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 19: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^4+12x^2+1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng:

A. 1. **B.** 37. **C.** 33. **D.** 12.

Câu 20: Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a=\log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=b^2$. **B.** $a^3=b.$ **C.** $a=b$ **D.** $a^2=b$

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1}\ge 5^{x^2-x+9}$ là:

A. $[-2;4]$. **B.** $[-4;2]$. **C.** $(-\infty;-2]\cup[4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-4]\cup[2;+\infty)$.

Câu 22: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 18π. **B.** 36π. **C.** 54π. **D.** 27π.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-2=0$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

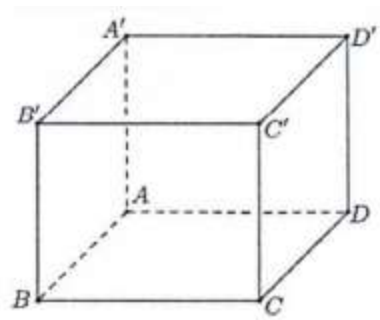
Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. $x+3\ln(x-1)+C$. **B.** $x-3\ln(x-1)+C$. **C.** $x-\dfrac{3}{(x-1)^2}+C$. **D.** $x+\dfrac{3}{(x-1)^2}+C$.

Câu 25: Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S=Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt Nam là $93.671.600$ người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr.79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là $0,81\%$, dự báo dân số Việt Nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm) ?

A. 109.256.100. **B.** 108.347.700. **C.** 107.500.500. **D.** 108.311.100.

Câu 26: Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $BD=\sqrt{3}a$ và $AA'=4a$ (minh họa như hình bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

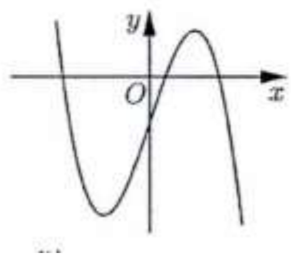


A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 27: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$ là

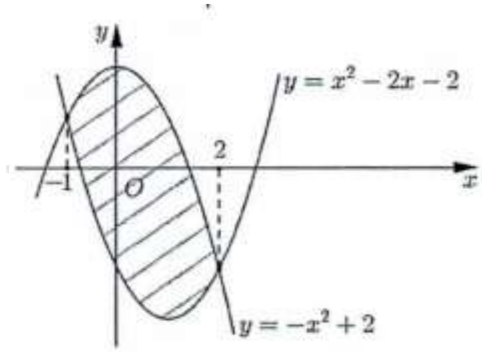
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 28: Cho hàm số $y=ax^3+3x+d\ (a,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0;\ d>0$. **B.** $a<0;\ d>0$. **C.** $a>0;\ d<0$. **D.** $a<0;\ d<0$.

Câu 29: Diện tích phần hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



A. $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx$ **B.** $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)dx$ **C.** $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2-2x+4\right)dx$ **D.** $\int_{-1}^{2}\left(2x^2+2x-4\right)dx$

Câu 30: Cho hai số phức $z_1=-3+i$ và $z_2=1-i$. Phần ảo của số phức $z_1+\overline{z_2}$ bằng

A. -2. **B.** $2i$. **C.** 2. **D.** $-2i$.

Câu 31: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=(1+2i)^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;4)$. **B.** $Q(5;4)$. **C.** $N(4;-3)$. **D.** $M(4;5)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho các vecto $\vec{a}=(1;\ 0;\ 3)$ và $\vec{b}=(-2;\ 2;\ 5)$. Tích vô hướng $\vec{a}\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$ bằng

A. 25 **B.** 23 **C.** 27 **D.** 29

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là:

A. $x^2+y^2+(z+3)^2=25$ **B.** $x^2+y^2+(z+3)^2=5$ **C.** $x^2+y^2+(z-3)^2=25$ **D.** $x^2+y^2+(z-3)^2=5$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là:

A. $2x+2y+z+3=0$ **B.** $x-2y-z=0$ **C.** $2x+2y+z-3=0$ **D.** $x-2y-z-2=0$

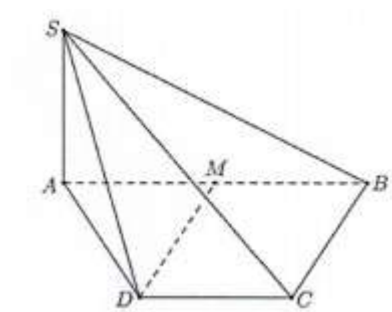
Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;3;-1)$ và $N(4;5;3)$?

A. $\overrightarrow{u_4}=(1;1;1)$ **B.** $\overrightarrow{u_3}=(1;1;2)$ **C.** $\overrightarrow{u_2}=(3;4;1)$ **D.** $\overrightarrow{u_2}=(3;4;2)$

Câu 36: Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là chẵn bằng:

A. $\dfrac{41}{81}$ **B.** $\dfrac{4}{9}$ **C.** $\dfrac{1}{2}$ **D.** $\dfrac{16}{81}$

Câu 37: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình thang, $AB=2a$, $AD=DC=CB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3a$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng:



A. $\dfrac{3a}{4}$ **B.** $\dfrac{3a}{2}$

C. $\dfrac{3\sqrt{13}a}{13}$ **D.** $\dfrac{6\sqrt{13}a}{13}$

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có $f(x)=3$ và $f'(x)=\dfrac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}, \forall x>0$. Khi đó $\int_3^8 f(x)dx$ bằng:

A. 7 **B.** $\dfrac{197}{6}$ **C.** $\dfrac{29}{2}$ **D.** $\dfrac{181}{6}$

Câu 39: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 5 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

Câu 40: Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng:

A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$ **B.** 32π **C.** $32\sqrt{5}\pi$ **D.** 96π

Câu 41: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x+y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng:

A. 2 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\log_2\left(\frac{3}{2}\right)$ **D.** $\log_{\frac{3}{2}} 2$

Câu 42: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của S bằng:

A. -16 **B.** 16 **C.** -12 **D.** -2

Câu 43: Cho phương trình $\log_2^2(2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1;2]$ là:

A. $(1;2)$ **B.** $[1;2]$ **C.** $[1;2)$ **D.** $[2;+\infty)$

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x).e^x$ là:

A. $-\sin 2x + \cos 2x + C$ **B.** $-2\sin 2x + \cos 2x + C$ **C.** $-2\sin 2x - \cos 2x + C$ **D.** $2\sin 2x - \cos 2x + C$

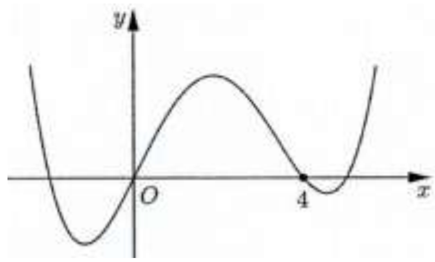
Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x) + 3 = 0$ là:

A. 4 **B.** 6 **C.** 3 **D.** 8

Câu 46: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là:



A. 5 **B.** 3 **C.** 7 **D.** 11

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0 \le x \le 2020$ và $\log_3(3x+3) = 2y + 9^{2y}$?

A. 2019 **B.** 6 **C.** 2020 **D.** 4

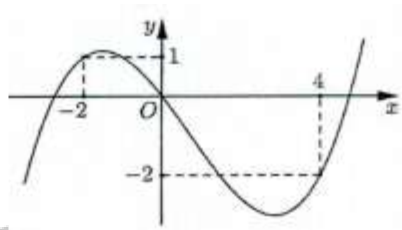
Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $xf(x^3) + f(1-x^2) = -x^{10} + x^6 - 2x, \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_{-1}^{0} f(x)dx$ bằng:

A. $-\frac{17}{20}$ **B.** $-\frac{13}{4}$ **C.** $\frac{17}{4}$ **D.** -1

Câu 49: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$, $\angle SBA = \angle SCA = 90^0$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60^0. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

A. a^3 **B.** $\frac{a^3}{3}$ **C.** $\frac{a^3}{2}$ **D.** $\frac{a^3}{6}$

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây:



A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$ **B.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$ **C.** $(-2;-1)$ **D.** $(2;3)$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

1. A	2. A	3. C	4. D	5. A	6. B	7. B	8. D	9. A	10. C
11. A	12. C	13. B	14. D	15. D	16. A	17. B	18. B	19. C	20. D
21. A	22. B	23. C	24. A	25. B	26. A	27. C	28. D	29. A	30. C
31. A	32. B	33. A	34. C	35. B	36. A	37. A	38. B	39. D	40. A
41. B	42. A	43. C	44. B	45. B	46. C	47. D	48. A	49. D	50. A

Câu 1 (NB) - *Hoán vị - Chỉnh hợp - Tổ hợp (lớp 11)*

Phương pháp

Tính tổng số học sinh. Số cách chọn một học sinh trong số n học sinh là: C_n^1.

Cách giải:

Ta có số học sinh là: $6+8=14$ (học sinh).

Như vậy có $C_{14}^1=14$ cách chọn một học sinh.

Chọn A.

Câu 2 (NB) - *Cấp số nhân (lớp 11)*

Phương pháp

Gọi q $(q\ne 0)$ là công bội của cấp số nhân đã cho. Khi đó: $q=\dfrac{u_2}{u_1}$.

Cách giải:

Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho.

$\Rightarrow q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{6}{2}=3.$

Chọn A.

Câu 3 (NB) - *Mặt nón*

Phương pháp

Diện tích xung quanh của hình nó có đường sinh l và bán kính đáy r là: $S_{xq}=\pi rl.$

Cách giải:

Diện tích xung quanh của hình nó có đường sinh l và bán kính đáy r là: $S_{xq} = \pi rl.$

Chọn C.

Câu 4 (NB) - *Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số*

Phương pháp

Dựa vào BBT, xác định các khoảng ĐB và NB của hàm số.

Hàm số ĐB trên $(a;b) \Leftrightarrow f'(x) \ge 0\ \forall x \in (a;b)$ và $f'(x) = 0$ tại hữu hạn điểm.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Chọn D.

Câu 5 (NB) - *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp

Thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Cách giải:

Thể tích khối lập phương đã cho là: $V = 6^3 = 216.$

Chọn A.

Câu 6 (TH) - *Phương trình mũ và phương trình lôgarit*

Phương pháp

Đặt điều kiện sau đó giải phương trình $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b\ \ (0 < a \ne 1).$

Cách giải:

Điều kiện: $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}.$

$\log_3(2x-1) = 2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3^2 \Leftrightarrow 2x = 10 \Leftrightarrow x = 5\ (tm).$

Chọn B.

Câu 7 (TH) - *Tích phân*

Phương pháp

Sử dụng tính chất của tích phân: $\int_a^b f(x)dx+\int_b^c f(x)dx=\int_a^c f(x)dx.$

Cách giải:

Ta có: $\int_1^3 f(x)dx=\int_1^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx=-2+1=-1.$

Chọn B.

Câu 8 (NB) - *Cực trị của hàm số*

Phương pháp

Ta có $x=x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ thì $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$ và giá trị cực tiểu là: $y_{CT}=-4.$

Chọn D.

Chú ý: Phân biệt điểm cực tiểu và giá trị cực tiểu của hàm số.

Câu 9 (NB) - *Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số*

Phương pháp

Dựa vào đồ thị hàm số, nhận xét các điểm mà đồ thị hàm số đi qua và số các điểm cực trị, từ đó nhận xét và chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị của hàm số bậc 4 $\Rightarrow$ Loại đáp án C và D.

Đồ thị hàm số lại có nét cuối hướng xuống dưới $\Rightarrow a<0\Rightarrow$ loại B.

Chọn A.

Câu 10 (TH) - *Phương trình mũ và phương trình lôgarit*

Phương pháp

Sử dụng công thức: $\log_a b^m=m\log_a b\ (0<a\ne 1, b>0).$

Cách giải:

Với $a>0$ ta có: $\log_2(a^2)=2\log_2 a.$

Chọn C.

Câu 11 (TH) - *Nguyên hàm*

Phương pháp

Sử dụng các công thức nguyên hàm của hàm số lượng giác và hàm số cơ bản để tìm nguyên hàm của hàm số.

Cách giải:

Ta có: $F\left(x\right)=\int\left(\cos x+6x\right)dx=\sin x+\dfrac{6x^2}{2}+C=\sin x+3x^2+C.$

Chọn A.

Câu 12 (TH) - *Số phức*

Phương pháp

Cho số phức $z=a+bi\ \left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ thì $\left|z\right|=\sqrt{a^2+b^2}$.

Cách giải:

Ta có: $z=1+2i\Rightarrow\left|z\right|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}.$

Chọn C.

Câu 13 (TH) - *Phương trình mặt phẳng*

Phương pháp

H là hình chiếu của $M\left(a;\,b;\,c\right)$ trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)\Rightarrow H\left(a;b;0\right)$.

Cách giải:

H là hình chiếu của $M\left(2;-2;\,1\right)$ trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)\Rightarrow H\left(2;\,-2;\,0\right)$.

Chọn B.

Câu 14 (NB) - *Phương trình mặt cầu*

Phương pháp

Mặt cầu $\left(S\right):\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2+\left(z-c\right)^2=R^2$ có tâm $I\left(a;\,b;\,c\right)$ và bán kính R.

Cách giải:

Mặt cầu $\left(S\right):\ \left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-3\right)^2=16$ có tâm là $I\left(1;\,-2;\,3\right)$.

Chọn D.

Câu 15 (NB) - *Phương trình mặt phẳng*

Phương pháp

Mặt phẳng (P): $ax+by+cz+d=0$ có VTPT là: $\overrightarrow{n_P}=(a;b;c)$.

Cách giải:

Mặt phẳng $(\alpha): 3x+2y-4z+1=0$ có VTPT là: $\overrightarrow{n_\alpha}=(3;2;-4)$.

Chọn D.

Câu 16 (NB) - *Phương trình đường thẳng trong không gian*

Phương pháp

Đường thẳng $d:\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có 1 VTCP là: $\overrightarrow{u_d}=(a;b;c)$.

Cách giải:

Ta có đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{3}$ đi qua điểm $(-1;2;1)$.

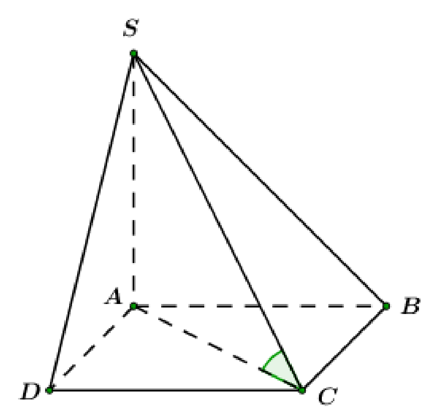
Chọn A.

Câu 17 (TH) - *Hai đường thẳng vuông góc (lớp 11)*

Phương pháp

Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) là góc giữa đường thẳng a và hình chiếu của nó trên mặt phẳng (P).

Cách giải:



Ta có: $SA\perp(ABCD)\Rightarrow AC$ là hình chiếu của SA trên $(ABCD)$.

$\Rightarrow \angle(SC,(ABCD))=\angle(SC;AC)=\angle SCA$.

Ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a \Rightarrow AC=\sqrt{3}a.\sqrt{2}=a\sqrt{6}$.

Xét ΔSAC vuông tại A ta có:

$\tan\angle SCA=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{6}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \angle SCA=30^0$.

Chọn B.

Câu 18 (NB) - *Cực trị của hàm số*

Phương pháp

Ta có: $x = x_0$ là điểm cực trị của hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow$ qua điểm $x = x_0$ thì hàm số có y' đổi dấu từ dương sang âm hoặc ngược lại.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy hàm số có $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm qua $x = -1$ và đổi dấu từ âm sang dương qua $x = 1$.

$\Rightarrow x = -1$ và $x = 1$ là hai điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

Chọn B.

Câu 19 (TH) - *Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số*

Phương pháp

Cách 1:

+) Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên $[a; b]$ bằng cách:

+) Giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm x_i.

+) Tính các giá trị $f(a), f(b), f(x_i)$ $(x_i \in [a; b])$. Khi đó:

$\min\limits_{[a;b]} f(x) = \min\{f(a); f(b); f(x_i)\}$, $\max\limits_{[a;b]} f(x) = \max\{f(a); f(b); f(x_i)\}$.

Cách 2: Sử dụng chức năng MODE 7 để tìm GTLN, GTNN của hàm số trên $[a; b]$.

Cách giải:

Ta có: $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = -4x^3 + 24x$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^2 + 24x = 0 \Leftrightarrow -4x(x^2 - 6) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\sqrt{6} \notin [-1; 2] \\ x = \sqrt{6} \notin [-1; 2] \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} f(-1) = 12 \\ f(0) = 1 \\ f(2) = 33 \end{array}\right. \Rightarrow \max\limits_{[-1; 2]} f(x) = f(2) = 33.$$

Chọn C.

Câu 20 (TH) - *Lôgarit*

Phương pháp

Sử dụng các công thức: $\begin{cases} \log_a xy = \log_a x + \log_a y;\ \log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \\ \log_{a^n} x = \dfrac{1}{n}\log_a x;\ \log_a x^m = m\log_a x \end{cases}$ (giả sử các biểu thức xác định).

Cách giải:

Ta có: $\log_2 a = \log_8(ab)$

$\Leftrightarrow \log_2 a = \dfrac{1}{3}\log_2(ab)$

$\Leftrightarrow 3\log_2 a = \log_2 a + \log_2 b$

$\Leftrightarrow 2\log_2 a = \log_2 b$

$\Leftrightarrow \log_2 a^2 = \log_2 b$

$\Leftrightarrow a^2 = b.$

Chọn D.

Câu 21 (TH) - *Phương trình mũ và phương trình lôgarit*

Phương pháp:

Giải bất phương trình mũ cơ bản: $a^{f(x)} \ge a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ f(x) \ge g(x) \end{cases}$.

Cách giải:

$5^{x-1} \ge 5^{x^2-x-9}$

$\Leftrightarrow x - 1 \ge x^2 - x - 9$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 \le 0$

$\Leftrightarrow -2 \le x \le 4$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-2;4]$.

Chọn A.

Câu 22 (TH) - *Mặt trụ*

Phương pháp:

- Thiết diện qua trục là hình vuông nên $h = 2r$ với h, r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy hình trụ.

- Diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h, bán kính đáy r là $S_{xq} = 2\pi rh$.

Cách giải:

Vì thiết diện qua trục là hình vuông nên chiều cao của hình trụ là $h = 2r = 6$ (với r là bán kính đáy của hình trụ).

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.3.6 = 36\pi$.

Chọn B.

Câu 23 (VD) - ***Tương giao đồ thị hàm số và biện luận nghiệm của phương trình***

Phương pháp:

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$ có tính chất song song với trục hoành.

Cách giải:

Ta có: $3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2}{3}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{2}{3}$ có tính chất song song với trục hoành.

Vì $0 < \frac{2}{3} < 1$ nên đường thẳng $y = \frac{2}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn C.

Câu 24 (VD) - ***Tích phân***

Phương pháp:

- Bậc tử = bậc mẫu => Chia tử cho mẫu.

- Áp dụng công thức tính nguyên hàm cơ bản và mở rộng: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \ (n \ne -1)$, $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + C$.

Cách giải:

Hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x+2}{x-1}$ xác định trên $\left(1;+\infty\right)$.

Ta có: $f\left(x\right)=\dfrac{x+2}{x-1}=\dfrac{x-1+3}{x-1}=1+\dfrac{3}{x-1}$.

$\Rightarrow \int f\left(x\right)dx=\int\left(1+\dfrac{3}{x-1}\right)dx=x+3\ln\left|x-1\right|+C$.

Vì $x\in\left(1;+\infty\right)$ nên $x-1>0$, do đó $\int f\left(x\right)dx=x+3\ln\left(x-1\right)+C$.

Chọn A.

Câu 25 (VD) - *Hàm số mũ*

Phương pháp:

- Tính số năm từ 2017 đến năm 2035.

- Áp dụng công thức $S=Ae^{nr}$ với n vừa tìm được.

Cách giải:

Từ năm 2017 đến năm 2035 là $2035-2017=18$ năm $\Rightarrow n=18$.

Theo bài ra ta có: $A=93671600$, $r=0{,}81\%$.

Vậy dự báo dân số Việt Nam năm 2035 là:

$$S=Ae^{nr}=93671600.e^{18.0{,}81\%}\approx 108374741{,}3 \text{ (người)}$$

Chọn B.

Câu 26 (TH) – *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

- Tính diện tích tam giác ABD, sử dụng công thức He-rong $S=\sqrt{p\left(p-a\right)\left(p-b\right)\left(p-c\right)}$ với p là nửa chu vi tam giác, $a,\ b,\ c$ là độ dài 3 cạnh của tam giác.

- Suy ra $S_{ABCD}=2S_{ABD}$.

- Tính thể tích khối lăng trụ $V=AA'.S_{ABCD}$.

Cách giải:

Gọi p là nửa chu vi tam giác ABD, ta có $p=\dfrac{AB+AD+BD}{2}=\dfrac{a+a+a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}a$.

Diện tích tam giác ABD là: $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$\Rightarrow S_{ABCD}=2S_{ABD}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{ABCD}=AA'.S_{ABCD}=4a.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}=2a^3\sqrt{3}$.

Chọn A.

Câu 27 (TH) – *Đường tiệm cận*

Phương pháp:

- Tìm TXĐ của hàm số.

- Sử dụng khái niệm đường tiệm cận của hàm số

+ Đường thẳng $y=y_0$ được gọi là TCN của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=y_0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=y_0$.

+ Đường thẳng $x=x_0$ được gọi là TCĐ của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim\limits_{x\to x_0^+} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to x_0^+} y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to x_0^-} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to x_0^-} y=-\infty$.

Cách giải:

ĐKXĐ: $x^2-1\neq 0\Leftrightarrow x\neq\pm1\Rightarrow$ TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$.

Ta có: $y=\frac{5x^2-4x-1}{x^2-1}=\frac{(x-1)(5x+1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{5x+1}{x+1}$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=5\Rightarrow y=5$ là đường TCN của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-1^+} y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to-1^-} y=+\infty\Rightarrow x=-1$ là đường TCĐ của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là 2.

Chọn C.

Chú ý: Cần rút gọn hàm số để tính đúng số đường tiệm cận. Nhiều học sinh không tính giới hạn mà kết luận luôn đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng $x=\pm1$.

Câu 28 (NB) – *Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số*

Phương pháp:

- Dựa vào chiều của đồ thị hàm số suy ra dấu của hệ số a.

- Dựa vào giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung suy ra dấu của hệ số d.

Cách giải:

Nhánh cuối cùng của đồ thị hàm số đi xuống $\Rightarrow a<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d<0$.

Chọn D.

Câu 29 (TH) – *Ứng dụng của tích phân trong hình học*

Phương pháp:

- Xác định hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số dựa vào đồ thị đề bài cho.

- Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$, đường thẳng $x=a, x=b$ là: $S=\int_a^b\left|f(x)-g(x)\right|dx$.

- Xét dấu biểu thức trong trị tuyệt đối và phá trị tuyệt đối.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số là $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Do đó diện tích phần gạch chéo là: $S=\int_{-1}^{2}\left|-x^2+2-x^2+2x+2\right|dx=\int_{-1}^{2}\left|-2x^2+2x+4\right|dx$.

Xét trên $[-1;2]$ ta thấy đồ thị hàm số $y=-x^2+2$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y=x^2-2x-2$ nên $-2x^2+2x+4\ge 0\ \forall x\in[-1;2]$, do đó $\left|-2x^2+2x+4\right|=-2x^2+2x+4\ \ \forall x\in[-1;2]$.

Vậy $S=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx$.

Chọn A.

Câu 30 (TH) – *Cộng, trừ và nhân số phức*

Phương pháp:

- Số phức $z=a+bi\Rightarrow \overline{z}=a-bi$.

- Tính tổng hai số phức $z_1=a_1+b_1i,\ z_2=a_2+b_2i\ \Rightarrow z_1+z_2=a_1+a_2+(b_1+b_2)i$.

- Số phức $z=a+bi$ có phần ảo là $\operatorname{Im} z=b$.

Cách giải:

Ta có: $z_2=1-i \Rightarrow \overline{z_2}=1+i.$

$$\begin{aligned}&\Rightarrow z_1+\overline{z_2}=(-3+i)+(1+i)\\&=(-3+1)+(i+i)=-2+2i.\end{aligned}$$

Vậy phần ảo của số phức $z_1+\overline{z_2}=-2+2i$ là 2.

Chọn A.

Câu 31 (TH) – *Cộng, trừ và nhân số phức*

Phương pháp:

- Khai triển hằng đẳng thức.

- Điểm biểu diễn số phức $z=a+bi$ trên mặt phẳng tọa độ là $M(a;b)$.

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{aligned}z&=(1+2i)^2=1+2.2i+(2i)^2\\&=1+4i-4=-3+4i\end{aligned}$$

Vậy điểm biểu diễn số phức $z=-3+4i$ là $P(-3;4)$.

Chọn A.

Câu 32 (TH) – *Hệ tọa độ trong không gian*

Phương pháp:

- Tính $\vec{a}+\vec{b}$.

Cho $\vec{x}=(x_1;x_2;x_3),\ \vec{y}=(y_1;y_2;y_3) \Rightarrow \vec{x}+\vec{y}=(x_1+y_1;x_2+y_2;x_3+y_3)$.

- Tính tích vô hướng, sử dụng công thức:

Cho $\vec{x}=(x_1;x_2;x_3),\ \vec{y}=(y_1;y_2;y_3) \Rightarrow \vec{x}.\vec{y}=(x_1y_1;x_2y_2;x_3y_3)$.

Cách giải:

Ta có: $\vec{a}=(1;0;3), \vec{b}=(-2;2;5) \Rightarrow \vec{a}+\vec{b}=(-1;2;8)$.

$\Rightarrow \vec{a}\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=1.(-1)+0.2+3.8=23$.

Chọn B.

Câu 33 (TH) – *Phương trình mặt cầu*

Phương pháp:

- Mặt cầu đi qua M có bán kính $R=IM$.

- Mặt cầu tâm $I\left(x_0;y_0;z_0\right)$ bán kính R có phương trình là $\left(x-x_0\right)^2+\left(y-y_0\right)^2+\left(z-z_0\right)^2=R^2$.

Cách giải:

Ta có $I\left(0;0;-3\right)$, $M\left(4;0;0\right)$ $\Rightarrow IM=\sqrt{4^2+0^2+3^2}=5$.

Vì mặt cầu $\left(S\right)$ tâm I đi qua M nên bán kính mặt cầu $\left(S\right)$ là $R=IM=5$.

Vậy phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ là: $x^2+y^2+\left(z+3\right)^2=25$.

Chọn A.

Câu 34 (TH) – *Phương trình đường thẳng trong không gian*

Phương pháp:

- Mặt phẳng $\left(P\right)$ vuông góc với đường thẳng Δ nên có 1 VTPT $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{u_\Delta}$.

- Đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ có 1 VTCP là $\vec{u}\left(a;b;c\right)$.

- Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và có 1 VTPT $\vec{n}\left(A;B;C\right)$ có phương trình là

$$A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)+C\left(z-z_0\right)=0.$$

Cách giải:

Đường thẳng Δ có 1 VTCP là $\overrightarrow{u_\Delta}=\left(2;2;1\right)$.

Mặt phẳng đi qua $M\left(1;1;-1\right)$ vuông góc với Δ nên có 1 VTPT là $\vec{n}=\overrightarrow{u_\Delta}=\left(2;2;1\right)$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $2\left(x-1\right)+2\left(y-1\right)+1\left(z+1\right)=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-3=0$.

Chọn C.

Câu 35 (TH) – *Phương trình đường thẳng trong không gian*

Phương pháp:

- Đường thẳng đi qua M, N nhận $\overrightarrow{MN}$ là 1 VTCP.

- Mọi vectơ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$ đều là VTCP của đường thẳng d.

Cách giải:

Ta có: $M(2;3;-1)$, $N(4;5;3)$ $\Rightarrow \overrightarrow{MN}=(2;2;4)$.

Do đó $\vec{u}(1;1;2)$ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$.

Đường thẳng đi qua MN nhận $\overrightarrow{MN}$ làm 1 VTCP nên cũng nhận $\vec{u}(1;1;2)$ là 1 VTCP.

Chọn B.

Câu 36 (VD) – *Xác suất của biến cố (Toán 11)*

Phương pháp:

- Đường thẳng đi qua M, N nhận $\overrightarrow{MN}$ là 1 VTCP.

- Mọi vectơ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$ đều là VTCP của đường thẳng d.

Cách giải:

Gọi số có 3 chữ số là $\overline{abc}$ $(a,\ b,\ c\in\mathbb{N},\ 0\le a,b,\ c\le 9,\ a\ne 0)$ $(a\ne b\ne c)$.

Số cách chọn a là 9 cách $(a\ne 0)$.

Số cách chọn b là 9 cách.

Số cách chọn c là 8 cách.

$\Rightarrow$ Không gian mẫu $n(\Omega)=9.9.8=648$.

Gọi A là biến cố: "Số được chọn có tổng các chữ số là chẵn".

$\Rightarrow a+b+c$ là số chẵn, khi đó ta có các trường hợp sau:

TH1:** $a,\ b,\ c$ **đều là các số chẵn.

Chọn a có 4 cách chọn $(a\in\{2;4;6;8\})$.

Chọn b có 4 cách chọn $(b\in\{0;2;4;6;8\},\ b\ne a)$,

Chọn c có 3 cách chọn $(c\in\{0;2;4;6;8\},\ c\ne a,\ c\ne b)$.

$\Rightarrow$ Có $4.4.3=48$ số.

TH2: a ***chẵn,*** b,c ***lẻ.***

Chọn a có 4 cách chọn $\left(a\in\{2;4;6;8\}\right)$.

Chọn b có 5 cách chọn $\left(b\in\{1;3;5;7;9\}\right)$,

Chọn c có 4 cách chọn $\left(c\in\{1;3;5;7;9\},\ c\ne b\right)$.

$\Rightarrow$ Có $4.5.4=80$ số.

TH3: b ***chẵn,*** a,c ***lẻ.***

Chọn a có 5 cách chọn $\left(a\in\{1;3;5;7;9\}\right)$.

Chọn b có 5 cách chọn $\left(b\in\{0;2;4;6;8\}\right)$,

Chọn c có 4 cách chọn $\left(c\in\{1;3;5;7;9\},\ c\ne a\right)$.

$\Rightarrow$ Có $5.5.4=100$ số.

TH4: c ***chẵn,*** a,b ***lẻ.***

Chọn a có 5 cách chọn $\left(a\in\{1;3;5;7;9\}\right)$.

Chọn b có 4 cách chọn $\left(b\in\{1;3;5;7;9\},\ b\ne a\right)$,

Chọn c có 5 cách chọn $\left(c\in\{0;2;4;6;8\}\right)$.

$\Rightarrow$ Có $5.5.4=100$ số.

$\Rightarrow n(A)=48+80+100+100=328$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{328}{648}=\dfrac{41}{81}$.

Chọn A.

Câu 37 (VD) – *Khoảng cách (Toán 11)*

Phương pháp:

- Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là khoảng cách từ đường thẳng này đến mặt phẳng song song với đường thẳng này và chứa đường thẳng kia.

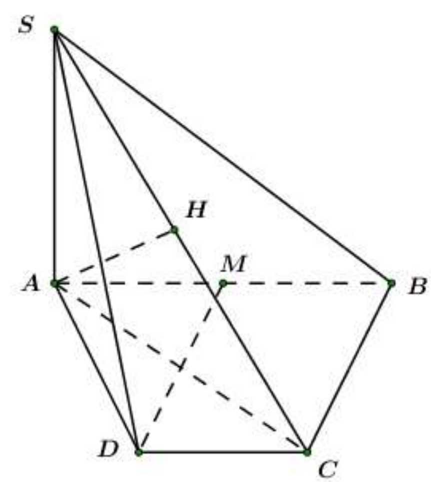
- Đổi về khoảng cách từ đỉnh A.

- Chứng minh $BC \perp (SAC)$, từ đó dựng khoảng cách từ A đến (SBC).

- Sử dụng định lí Pytago và hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính khoảng cách.

Cách giải:

Vì $\begin{cases} CD = BM = a \\ CD \parallel BM \end{cases} (gt)$ nên $BCDM$ là hình bình hành (dhnb).



$\Rightarrow DM \parallel BC$ (2 cạnh đối của hình bình hành).

Mà $BC \subset (SCD) \Rightarrow DM \parallel (SBC) \supset SB$.

$\Rightarrow d(SB; DM) = d(DM; (SBC)) = d(M; (SBC))$.

Ta có: $AM \cap (SBC) = B \Rightarrow \dfrac{d(M;(SBC))}{d(A;(SBC))} = \dfrac{MB}{AB} = \dfrac{1}{2}$.

$\Rightarrow d(M;(SBC)) = \dfrac{1}{2} d(A;(SBC))$.

Chứng minh tương tự ta có: $ADCM$ là hình bình hành .

Khi đó ta có $CM = \dfrac{1}{2} AB\ (= a)$, do đó ΔACB vuông tại C (định lí đường trung tuyến trong tam giác).

$\Rightarrow AC \perp BC$.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA\ (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$.

Trong SAC kẻ $AH \perp SC\ (H \in SC)$ ta có:

$\begin{cases} AH \perp BC\ (BC \perp (SAC)) \\ AH \perp SC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A;(SBC)) = AH \Rightarrow d(DM;SB) = \dfrac{1}{2} AH$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông ACD ta có:

$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAC $(SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC)$ ta có:

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AC^2}=\frac{1}{9a^2}+\frac{1}{3a^2}=\frac{4}{9a^2}$$
$$\Rightarrow AH=\frac{3a}{2}$$

Vậy $d\left(DM;SB\right)=\frac{1}{2}AH=\frac{3a}{4}$.

Chọn A.

Câu 38 (VD) – *Nguyên hàm*

Phương pháp

- Tìm hàm số $f\left(x\right)=\int f'\left(x\right)dx$ và giả thiết $f\left(3\right)=3$.

- Từ đó tính tích phân $\int\limits_3^8 f\left(x\right)dx$.

Cách giải:

Ta có: $f'\left(x\right)=\frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}$

$$\Rightarrow I=f\left(x\right)=\int f'\left(x\right)dx=\int\frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}dx$$

Đặt $\sqrt{x+1}=t\Rightarrow t^2=x+1\Rightarrow dx=2tdt$

$$\Rightarrow I=\int\frac{\left(t^2-1\right).2tdt}{t^2-t}=\int\frac{2t\left(t-1\right)\left(t+1\right)}{t\left(t-1\right)}dt$$
$$=\int 2\left(t+1\right)dt=2\left(\frac{t^2}{2}+t\right)+C=t^2+2t+C$$
$$\Rightarrow f\left(x\right)=x+1+2\sqrt{x+1}+C$$
$$\Rightarrow f\left(3\right)=3$$
$$\Leftrightarrow 4+2\sqrt{4}+C=3$$
$$\Leftrightarrow 8+C=3$$
$$\Leftrightarrow C=-5.$$
$$\Rightarrow f\left(x\right)=x+1+2\sqrt{x+1}-5$$
$$\Rightarrow K=\int\limits_3^8 f\left(x\right)dx=\int\limits_3^8\left(x+1+2\sqrt{x+1}-5\right)dx$$

Đặt $u=\sqrt{x+1}\Rightarrow u^2=x+1\Rightarrow dx=2udu.$

Đổi cận: $\begin{cases} x=3 \Rightarrow u=2 \\ x=8 \Rightarrow u=3 \end{cases}$.

$$\Rightarrow K=\int_2^3 \left(u^2+2u-5\right).2udu=\int_2^3 \left(2u^3+4u^2-10u\right)du$$

$$=\left.\left(\frac{2u^4}{4}+\frac{4u^3}{3}-5u^2\right)\right|_2^3=\frac{63}{2}+\frac{4}{3}=\frac{197}{6}.$$

Chọn B.

Câu 39 (VD) – *Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số*

Phương pháp

Hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}\ \left(x\ne -\frac{d}{c}\right)$, hàm số luôn đồng biến treen $(a;b)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x)>0\ \forall x\in(a;b) \\ -\frac{d}{c}\notin(a;b) \end{cases}$.

Cách giải:

Ta có: $f(x)=\frac{mx-4}{x-m}$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Có $f'(x)=\frac{-m^2+4}{(x-m)^2}$

Hàm số đã cho đồng biến trên $(0;+\infty)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x)>0 \\ m\notin(0;+\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m^2+4>0 \\ m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<2 \\ m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2<m\le 0$$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-1;\ 0\}$.

Chọn D.

Câu 40 (VD) – *Mặt nón*

Phương pháp

Côn thức tính thể tích khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h.$

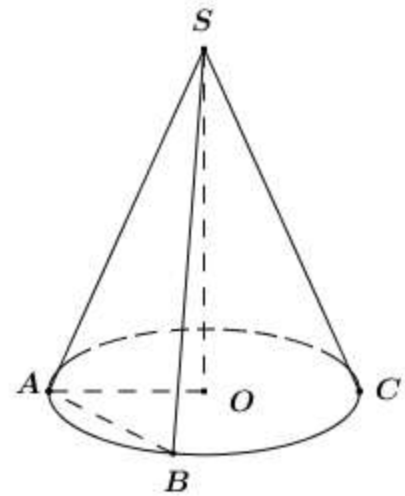
Cách giải:

Gọi hình nón có đỉnh S như hình vẽ.

Khi đó ta có thiết diện là ΔSAB đều.

$$\Rightarrow S_{SAB}=9\sqrt{3}\Leftrightarrow \frac{SA^2.\sqrt{3}}{4}=9\sqrt{3}\Leftrightarrow SA=6.$$
$$\Rightarrow SA=SB=AB=6$$

Gọi H là trung điểm của $AB\Rightarrow OH\perp AB$ và $AH=\frac{1}{2}AB=3$.



Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông SOA ta có:

$$OA=\sqrt{SA^2-SO^2}=\sqrt{6^2-\left(2\sqrt{5}\right)^2}=4=r.$$

Vậy thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi 4^2.2\sqrt{5}=\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$.

Chọn A.

Câu 41 (VD) – *Phương trình mũ và phương trình lôgarit*

Phương pháp

- Sử dụng các công thức: $\begin{cases}\log_a xy=\log_a x+\log_a y;\ \log_a \frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y\\ \log_{a^n} x=\frac{1}{n}\log_a x;\ \log_a x^m=m\log_a x\end{cases}$ (giả sử các biểu thức xác định).

- Giải phương trình logarit: $\log_a f\left(x\right)=b\Leftrightarrow \begin{cases}f\left(x\right)>0\\ 0<a\neq 1\\ f\left(x\right)=a^b\end{cases}$.

- Giải phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

Cách giải:

Đặt $\log_9 x=\log_6 y=\log_4\left(2x+y\right)=t$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_9 x = t \\ \log_6 y = t \\ \log_4 (2x+y) = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ 2x + y = 4^t \quad (*) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow 2.9^t + 6^t = 4^t$$

$$\Leftrightarrow 2.3^{2t} + 2^t.3^t - 2^{2t} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\left(\frac{3}{2}\right)^t + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{2}\right)^t = -1 \ (ktm) \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Ta có: $\frac{x}{y} = \frac{9^t}{6^t} = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2}$.

Chọn B.

Câu 42 (VDC) – *Ôn tập chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số*

Cách giải:

Xét hàm số $y = x^3 - 3x + m$ ta có: $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

BBT:

x	0		1		3
y'		$-$	0	$+$	
y	m	$\searrow$	$m-2$	$\nearrow$	$m+18$

TH1: $m - 2 \le 0 \Leftrightarrow m \le 2$, khi đó ta có $\max\limits_{[0;3]} f(x) = m + 18 = 16 \Leftrightarrow m = -2 \ (tm)$.

TH2: $m - 2 < 0 < m \Leftrightarrow 0 < m < 2$.

$\Rightarrow \max\limits_{[0;3]} f(x) = \max\{2 - m; m + 18\}$

Nếu $2 - m < m + 18 \Leftrightarrow 2m > -16 \Leftrightarrow m > -8$.

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow 0 < m < 2$, khi đó $\max\limits_{[0;3]} f(x) = m + 18 = 16 \Leftrightarrow m = -2 \ (ktm)$.

Nếu $2 - m \ge m + 18 \Leftrightarrow 2m \le -16 \Leftrightarrow m \le -8$ (không thỏa mãn $0 < m < 2$).

TH3: $m = 0 \Leftrightarrow \max\limits_{[0;3]} f(x) = 18 \ (ktm)$.

TH4: $m<0<m+18 \Leftrightarrow -18<m<0$.

$\Rightarrow \max\limits_{[0;3]} f(x) = \max\{2-m; m+18\}$

+ Nếu $2-m<m+18 \Leftrightarrow 2m>-16 \Leftrightarrow m>-8$.

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow -8<m<0$, khi đó $\max\limits_{[0;3]} f(x) = m+18 = 16 \Leftrightarrow m=-2 \ (tm)$.

+ Nếu $2-m \geq m+18 \Leftrightarrow m \leq -8$

Kết hợp điều kiện $-18<m\leq -8$, khi đó $\max\limits_{[0;3]} f(x) = 2-m = 16 \Leftrightarrow m=-14 \ (tm)$.

TH5: $m+18=0 \Leftrightarrow m=-18$, khi đó $\max\limits_{[0;3]} f(x) = 20 \ (ktm)$.

TH6: $m+18<0 \Rightarrow m<-18$, khi đó $\max\limits_{[0;3]} f(x) = 2-m = 16 \Leftrightarrow m=-14 \ (ktm)$.

Vậy $S=\{-2;-14\} \Rightarrow$ Tổng các phần tử của S bằng -16.

Chọn A.

Câu 43 (VD) – *Phương trình mũ và phương trình lôgarit*

Phương pháp

Tìm điều kiện xác định của phương trình.

Biến đổi phương trình đã cho về dạng phương trình bậc hai ẩn $\log_2 x$.

Đặt $\log_2 x = t$. Khi đó phương trình đã cho là phương trình bậc hai ẩn t.

Với $x \in [1;2] \Rightarrow t \in [0;1]$.

Khi đó để phương trình đã cho có hai nghiệm thuộc $[1;2]$ thì phương trình ẩn t phải có hai nghiệm phân biệt

$$t \in [0;1] \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ t_1+t_2>0 \\ t_1+t_2<2 \\ t_1t_2 \geq 0 \\ (t_1-1)(t_1-1) \geq 0 \end{cases}.$$

Cách giải:

Điều kiện $x>0$.

$$\log_2^2(2x)-(m+2)\log_2 x+m-2=0$$
$$\Leftrightarrow (\log_2 2x)^2-(m+2)\log_2 x+m-2=0$$
$$\Leftrightarrow (1+\log_2 x)^2-(m+2)\log_2 x+m-2=0$$
$$\Leftrightarrow 1+2\log_2 x+\log_2^2 x-(m+2)\log_2 x+m-2=0$$
$$\Leftrightarrow \log_2^2 x-m\log_2 x+m-1=0 \quad (*)$$

Đặt $\log_2 x=t$. Với $x\in[1;\,2]\Rightarrow t\in[0;1]$.

Khi đó $(*)\Leftrightarrow t^2-mt+m-1=0\ \ (1)$ với $t\in[0;1]$.

Ứng với mỗi giá trị của $t\in[0;1]$ cho 1 giá trị $x\in[1;2]$ $\Rightarrow$ Phương trình $(*)$ có hai nghiệm thuộc $[1;\,2]$ $\Leftrightarrow(1)$ phải có hai nghiệm phân biệt $t\in[0;1]$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ t_1+t_2>0\\ t_1+t_2<2\\ t_1t_2\ge 0\\ (t_1-1)(t_1-1)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4(m-1)>0\\ m>0\\ m<2\\ m-1\ge 0\\ t_1t_2-(t_1+t_2)+1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4m+4>0\\ 0<m<2\\ m\ge 1\\ m-1-m+1\ge 0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}(m-2)^2>0\\ 1\le m<2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne 2\\ 1\le m<2\end{cases}\Leftrightarrow 1\le m<2.$$

Chọn C.

Câu 44 (VD) – *Nguyên hàm*

Phương pháp

Ta có: $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$

Từ đó ta tìm hàm số $f(x)e^x$.

Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần để tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$.

Cách giải:

Ta có: $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$

$$\Rightarrow f(x)e^x=(\cos 2x)'$$
$$\Leftrightarrow f(x)e^x=-2\sin 2x.$$

Lại có: $\int f(x)e^x dx=\cos 2x$

Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x)dx \\ v = e^x \end{cases}$

$\Rightarrow \cos 2x = f(x)e^x - \int f'(x)e^x dx$

$\Leftrightarrow \cos 2x = -2\sin 2x - \int f'(x)e^x dx + C$

$\Leftrightarrow \int f'(x)e^x dx = -2\sin 2x + \cos 2x + C.$

Chọn B.

Câu 45 (VDC) – *Tương giao đồ thị hàm số và biện luận nghiệm của phương trình*

Phương pháp

Phương trình $2f(\sin x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(\sin x) = -\frac{3}{2}$ có nghiệm trên $[-\pi; 2\pi]$ $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(\sin x)$ tại các điểm trên $[-\pi; 2\pi]$.

Dựa vào đồ thị hàm số để biện luận số nghiệm của phương trình.

Cách giải:

Phương trình $2f(\sin x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(\sin x) = -\frac{3}{2}$ $(*)$ có nghiệm trên $[-\pi; 2\pi]$ $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(\sin x)$ tại các điểm trên $[-\pi; 2\pi]$.

Đặt $\sin x = t \Rightarrow x \in [-\pi; 2\pi] \Rightarrow t \in [-1; 1]$.

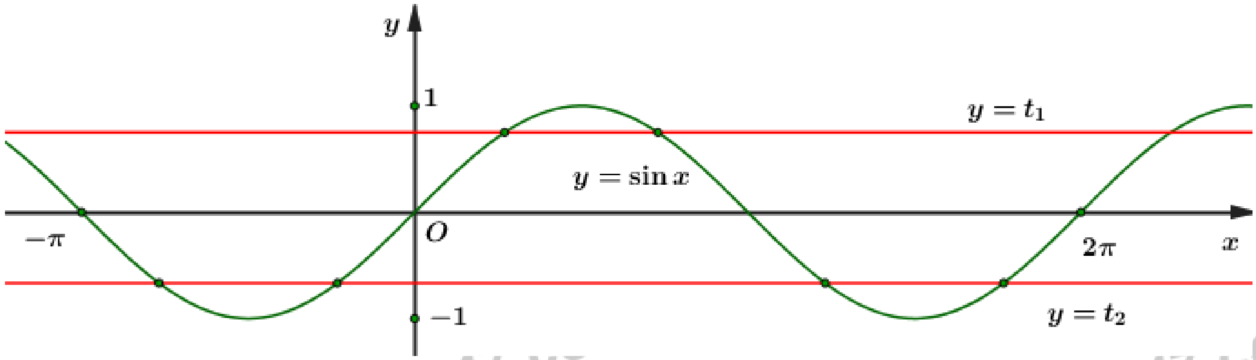
Ta có BBT:

t	-1		0		1
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2

$y = -3/2$

Dựa vào BBT ta có: đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(t)$ tại hai điểm phân biệt.

Ta có $(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = t_1 \in (0;1) \\ \sin x = t_2 \in (-1;0) \end{array}\right.$.



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:

+) Đường thẳng $y = t_1$ cắt đồ thị hàm số $y = \sin x$ tại hai điểm phân biệt trong $\left[-\pi; 2\pi\right]$.

+) Đường thẳng $y = t_2$ cắt đồ thị hàm số $y = \sin x$ tại bốn điểm phân biệt trong $\left[-\pi; 2\pi\right]$.

Như vậy đường thẳng $y = -\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f\left(\sin x\right)$ tại 6 điểm phân biệt trên $\left[-\pi; 2\pi\right]$.

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt.

Chọn B.

Câu 46 (VCD) – *Cực trị của hàm số*

Phương pháp:

- Tính đạo hàm của hàm số $g\left(x\right)$.

- Giải phương trình $g'\left(x\right) = 0$ và kết luận số cực trị của hàm số.

Cách giải:

Ta có: $g'\left(x\right) = \left(3x^2 + 6x\right) f'\left(x^3 + 3x^2\right)$.

Cho $g'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x^2 + 6x = 0 \\ f'\left(x^3 + 3x^2\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \\ f'\left(x^3 + 3x^2\right) = 0 \quad (*) \end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình (*) tương đương với: $\left[\begin{array}{ll} x^3 + 3x^2 = a < 0 & (1) \\ x^3 + 3x^2 = b \in \left(0; 4\right) & (2) \\ x^3 + 3x^2 = c < 0 & (3) \end{array}\right.$

Xét hàm số $y = x^3 + 3x^2$ ta có: $y' = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

BBT:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT ta thấy:

+ Phương trình (1) có 1 nghiệm khác $0;-2.$

+ Phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt khác $0;-2.$

+ Phương trình (3) có 1 nghiệm khác $0;-2.$

Do đó phương trình $f'(x)=0$ có 7 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy hàm số $y=g(x)$ có 7 cực trị.

Chọn C.

Câu 47 (VDC) – *Ôn tập chương 2: Hàm số lũy thừa. Hàm số mũ và hàm số lôgarit.*

Cách giải:

ĐKXĐ: $3x+3>0 \Leftrightarrow x>-1.$

Ta có:

$$\log_3(3x+3)+x=2y+9^y$$
$$\Leftrightarrow \log_3\left[3(x+1)\right]+x=2y+3^{2y}$$
$$\Leftrightarrow \log_3 3+\log_3(x+1)+x=2y+3^y$$
$$\Leftrightarrow \log_3(x+1)+x+1=2y+3^{2y}$$
$$\Leftrightarrow \log_3(x+1)+3^{\log_3(x+1)}=2y+3^{2y}$$

Xét hàm đặc trưng $f(t)=t+3^t$ ta có $f'(t)=1+3^t\ln 3>0$.

$\Rightarrow$ Hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, do đó ta có $\log_3(x+1)=2y \Leftrightarrow x+1=3^{2y}$.

Theo bài ra ta có: $0\le x\le 2020$

$$\Leftrightarrow 0\le 3^{2y}-1\le 2020 \Leftrightarrow 1\le 3^{2y}\le 2020$$
$$\Leftrightarrow 0\le 2y\le \log_3 2020\approx 6{,}9$$

Mà $y\in\mathbb{Z} \Rightarrow y\in\{0;1;2;3\}$.

Ứng với mỗi giá trị của y cho 1 giá x tương ứng.

Vậy có 4 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn D.

Câu 48 (VD) – *Ôn tập chương 3: Nguyên hàm - Tích phân và ứng dụng*

Cách giải:

$xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x$

Nhân hai vế với $3x$ ta có:

$3x^2f(x^3)+3xf(1-x^2)=-3x^{11}+3x^7-6x^2\ (1)$

Lấp tích phân hai vế từ -1 đến 0 ta có:

$$\int_{-1}^{0}3x^2f(x^3)dx+\int_{-1}^{0}3xf(1-x^2)dx=\int_{-1}^{0}(-3x^{11}+3x^7-2x)dx$$
$$\Leftrightarrow \int_{-1}^{0}3x^2f(x^3)dx+\int_{-1}^{0}3xf(1-x^2)dx=-\frac{17}{8}$$

Ta có: $\int_{-1}^{0}3x^2f(x^3)dx=\int_{-1}^{0}f(x^3)d(x^3)=\int_{-1}^{0}f(t)dt$

$$\int_{-1}^{0}3xf(1-x^2)dx=-\frac{3}{2}\int_{-1}^{0}f(1-x^2)d(1-x^2)=-\frac{3}{2}\int_{0}^{1}f(t)dt$$

Do đó $\int_{-1}^{0}f(t)dt-\frac{3}{2}\int_{0}^{1}f(t)dt=-\frac{17}{8}$ (2)

Lấp tích phân hai vế của (1) từ 0 đến 1 ta có:

$$\int_{0}^{1}3x^2f(x^3)dx=\int_{0}^{1}f(x^3)d(x^3)=\int_{0}^{1}f(t)dt$$

$$\int_{0}^{1}3xf(1-x^2)dx=-\frac{3}{2}\int_{0}^{1}f(1-x^2)d(1-x^2)=\frac{3}{2}\int_{0}^{1}f(t)dt$$

$$\Rightarrow \int_{0}^{1}f(t)dt+\frac{3}{2}\int_{0}^{1}f(t)dt=-\frac{15}{8}$$
$$\Rightarrow \int_{0}^{1}f(t)dt=-\frac{3}{4}$$

Thay $\int_0^1 f(t)dt = -\frac{3}{4}$ vào (2) ta được:

$$\int_{-1}^{0} f(t)dt - \frac{3}{2}\int_0^1 f(t)dt = -\frac{17}{8}$$
$$\Leftrightarrow \int_{-1}^{0} f(t)dt = -\frac{17}{8} + \frac{3}{2}.\left(-\frac{3}{4}\right)$$
$$\Leftrightarrow \int_{-1}^{0} f(t)dt = -\frac{13}{4}.$$

Chọn B.

Câu 49 (VDC) – *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

- Kẻ $BH \perp SA$, chứng minh $CH \perp SA$.

- Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt thuộc hai mặt phẳng và cùng vuông góc với giao tuyến.

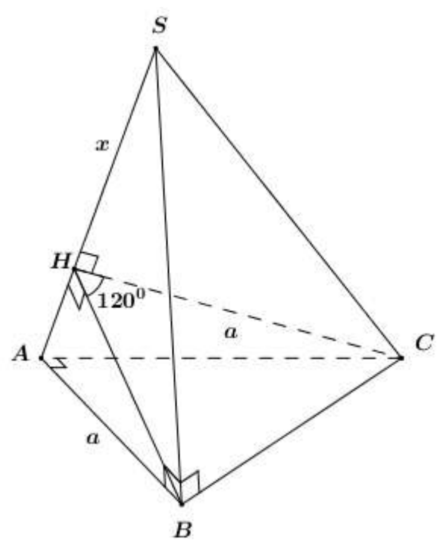
- Chứng minh $\angle BHC = 120^0$.

- Đặt $SH = x$, sử dụng định lí Pytago và hệ thức lượng trong tam giác vuông tìm x theo a.

- Chứng minh $SH \perp (BHC)$, từ đó suy ra $V_{ABCD} = \frac{1}{3}S_{BCH}.SA$.

Cách giải:

Dễ dàng chứng minh được $\Delta SAB = \Delta SAC$ (2 cạnh góc vuông).



Trong (SAB) kẻ $BH \perp SA$ $(H \in SA)$.

Xét ΔABH và ΔACH có:

$$\begin{cases} AB = AC\ (gt) \\ AH\ chung \\ \angle HAB = \angle HAC\ (do\ \Delta SAB = \Delta SAC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta ABH = \Delta ACH\ (c.g.c)$$
$$\Rightarrow \angle AHB = \angle AHC = 90^0,\ BH = CH$$

Do đó $CH \perp SA$ tại H.

Ta có: $\begin{cases} (SAB)\cap(SAC)=SA \\ (SAB)\supset BH\perp SA \\ (SAC)\supset CH\perp SA \end{cases}$

$\Rightarrow \angle\left((SAB);(SAC)\right)=\angle(BH;CH)=60^0$.

$\Rightarrow \angle BHC=60^0$ hoặc $\angle BHC=120^0$.

Nếu $\angle BHC=60^0 \Rightarrow \Delta BCH$ đều cạnh $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=a\sqrt{2}$.

$\Rightarrow BH=a\sqrt{2}>AB$ (mâu thuẫn do BH là đường vuông góc, AB là đường xiên).

Suy ra $\angle BHC=120^0$.

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác BCH ta có:

$BH^2+CH^2-BC^2=2BH.CH.\cos 120^0$

$\Rightarrow 2BH^2-2a^2=2BH^2.\dfrac{-1}{2}$

$\Leftrightarrow 3BH^2=2a^2 \Leftrightarrow BH=\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=CH$

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông ABH ta có:

$AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{a^2-\dfrac{2a^2}{3}}=\dfrac{a}{\sqrt{3}}$

Đặt $SH=x\ (x>0)\Rightarrow SA=x+\dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông SBH ta có:

$SB=\sqrt{SH^2+HB^2}=\sqrt{x^2+\dfrac{2a^2}{3}}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAB ta có:

$SB.AB = BH.SA$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + \dfrac{2a^2}{3}}.a = \dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.\left(x + \dfrac{a}{\sqrt{3}}\right)$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + \dfrac{2a^2}{3}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.\left(x + \dfrac{a}{\sqrt{3}}\right)$

$\Leftrightarrow x^2 + \dfrac{2a^2}{3} = \dfrac{2}{3}\left(x + \dfrac{a}{\sqrt{3}}\right)^2$

$\Leftrightarrow x^2 + \dfrac{2a^2}{3} = \dfrac{2}{3}x^2 + \dfrac{4ax}{3\sqrt{3}} + \dfrac{2a^2}{9}$

$\Leftrightarrow \dfrac{4a^2}{9} - \dfrac{4ax}{\sqrt{3}} + \dfrac{1}{3}x^2 = 0$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{2}{3}a - \dfrac{x}{\sqrt{3}}\right)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{2}{3}a - \dfrac{x}{\sqrt{3}} = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{2}{\sqrt{3}}a$

$\Rightarrow SA = x + \dfrac{a}{\sqrt{3}} = \dfrac{2a}{\sqrt{3}} + \dfrac{a}{\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$

Ta có: $\begin{cases} SA \perp BH \\ SA \perp CH \end{cases} \Rightarrow SA \perp (BCH)$.

Và $S_{BCH} = \dfrac{1}{2}BH.CH.\sin\angle BHC = \dfrac{1}{2}.\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

$\Rightarrow V_{ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{BCH} + \dfrac{1}{3}AH.S_{BCH}$

$= \dfrac{1}{3}S_{BCH}.(SH + AH)$

$= \dfrac{1}{3}S_{BCH}.SA$

$= \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{6}.a\sqrt{3} = \dfrac{a^3}{6}$

Chọn D.

Câu 50 (VDC) – *Ôn tập chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số*

Phương pháp:

- Tính đạo hàm hàm số $g(x)$.

- Đặt $t = 1 - 2x$, dựa vào đồ thị hàm số xác định nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.

- Lập BBT hàm số $g(x)$ và tìm khoảng nghịch biến của hàm số.

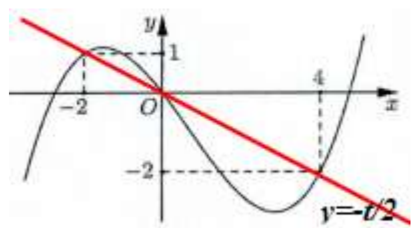
Cách giải:

Ta có: $g'(x) = -2f'(1-2x) + 2x - 1$.

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow -2f'(1-2x) + 2x - 1 = 0$.

Đặt $t = 1 - 2x$, khi đó ta có $-2f'(t) - t = 0 \Leftrightarrow f'(t) = -\frac{1}{2}t$ $(*)$.

Vẽ đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = -\frac{1}{2}t$ trên cùng mặt phẳng tọa độ ta có:



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -2 \\ t = 0 \\ t = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3}{2} \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{3}{2} \end{array}\right.$, và qua các nghiệm này thì $g'(x)$ đổi dấu.

Ta có $g'(-2) = -2f'(5) - 5$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $f'(5) > 0 \Rightarrow g'(-2) < 0$.

Ta có BBT như sau:

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào các đáp án ta thấy hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Chọn A.