BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **ĐỀ THI MINH HỌA - KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2015**

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút.

Câu 1.(*2,0 điểm*) Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (*C*) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (*C*), biết tiếp điểm có hoành độ $x = 1$.

Câu 2.(*1,0 điểm*)

a) Cho góc α thỏa mãn: $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$. Tính $A = \dfrac{\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}$.

b) Cho số phức *z* thỏa mãn hệ thức: $(1+i)z + (3-i)\overline{z} = 2 - 6i$. Tính môđun của *z*.

Câu 3.(*0,5 điểm*) Giải phương trình: $\log_3(x+2) = 1 - \log_3 x$.

Câu 4.(*1,0 điểm*) Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2+x} + \sqrt{x-2} \geq \sqrt{3(x^2-2x-2)}$.

Câu 5.(*1,0 điểm*) Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_1^2 (2x^3 + \ln x)\,dx$.

Câu 6.(*1,0 điểm*) Cho hình chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác vuông tại *B*, $AC = 2a$, $\widehat{ACB} = 30^{\circ}$, Hình chiếu vuông góc *H* của đỉnh *S* trên mặt đáy là trung điểm của cạnh *AC* và $SH = \sqrt{2}a$. Tính theo *a* thể tích khối chóp *S.ABC* và khoảng cách từ điểm *C* đến mặt phẳng (*SAB*).

Câu 7.(*1,0 điểm*) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho tam giác *OAB* có các đỉnh *A* và *B* thuộc đường thẳng $\Delta: 4x + 3y - 12 = 0$ và điểm $K(6;\,6)$ là tâm đường tròn bàng tiếp góc *O*. Gọi *C* là điểm nằm trên Δ sao cho $AC = AO$ và các điểm *C*, *B* nằm khác phía nhau so với điểm *A*. Biết điểm *C* có hoành độ bằng $\dfrac{24}{5}$, tìm tọa độ của các đỉnh *A*, *B*.

Câu 8.(*1,0 điểm*) Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(2;\,0;\,0)$ và $B(1;\,1;\,-1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (*P*) của đoạn thẳng *AB* và phương trình mặt cầu tâm *O*, tiếp xúc với (*P*).

Câu 9.(*0,5 điểm*) Hai thí sinh *A* và *B* tham gia một buổi thi vấn đáp. Cán bộ hỏi thi đưa cho mỗi thí sinh một bộ câu hỏi thi gồm 10 câu hỏi khác nhau, được đựng trong 10 phong bì dán kín, có hình thức giống hệt nhau, mỗi phong bì đựng 1 câu hỏi; thí sinh chọn 3 phong bì trong số đó để xác định câu hỏi thi của mình. Biết rằng bộ 10 câu hỏi thi dành cho các thí sinh là như nhau, tính xác suất để 3 câu hỏi *A* chọn và 3 câu hỏi *B* chọn là giống nhau.

Câu 10.(*1,0 điểm*) Xét số thực *x*. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{\sqrt{3(2x^2+2x+1)}}{3} + \frac{1}{\sqrt{2x^2+(3-\sqrt{3})x+3}} + \frac{1}{\sqrt{2x^2+(3+\sqrt{3})x+3}}.$$

----------- HẾT -----------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

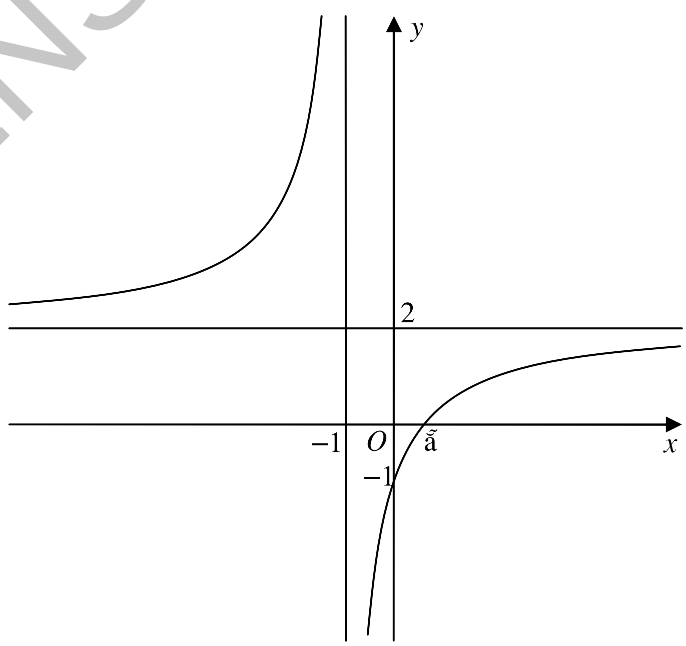
ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM
ĐỀ THI MINH HỌA - KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2015
Môn: TOÁN

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Câu 1 *(2,0 điểm)*	a) (***1,0 điểm***)	
	• Tập xác định: $D = \mathbb{R}\setminus\{-1\}$. • Giới hạn và tiệm cận: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = -\infty$, $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = 2$. Suy ra, đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.	0,25
	• Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = \dfrac{3}{(x+1)^2} > 0\ \ \forall x \in D$. Suy ra, hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. - Cực trị: Hàm số đã cho không có cực trị.	0,25
	Lưu ý: Cho phép thí sinh không nêu kết luận về cực trị của hàm số.	
	- Bảng biến thiên: (see below)	0,25
	• Đồ thị (C): (see below)	0,25

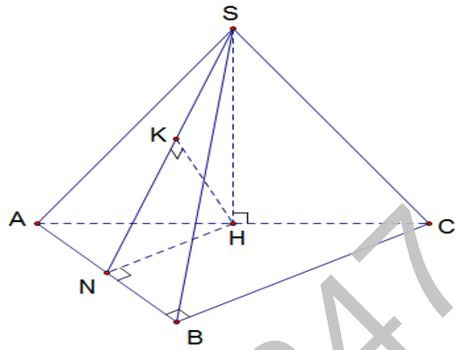
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	2 ↗		$+\infty$ || $-\infty$		↗ 2

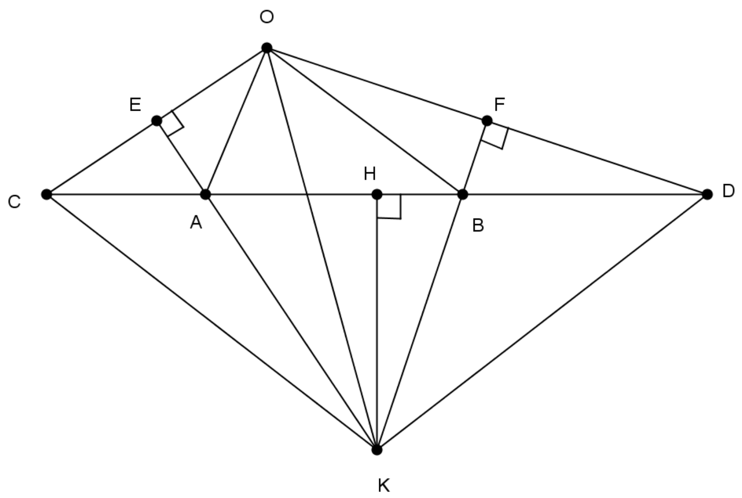
Đồ thị (C):



	b) (***1,0 điểm***)	
	Tung độ y_0 của tiếp điểm là: $y_0 = y(1) = \dfrac{1}{2}$.	0,25
	Suy ra hệ số góc k của tiếp tuyến là: $k = y'(1) = \dfrac{3}{4}$.	0,25
	Do đó, phương trình của tiếp tuyến là: $y = \dfrac{3}{4}(x-1) + \dfrac{1}{2}$;	0,25
	hay $y = \dfrac{3}{4}x - \dfrac{1}{4}$.	0,25
Câu 2 (*1,0 điểm*)	**a)** (***0,5 điểm***)	
	Ta có: $A = \dfrac{\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha} = \tan\alpha.\cos^2\alpha = \sin\alpha.\cos\alpha = \dfrac{3}{5}\cos\alpha.$ (1)	0,25
	$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \left(\dfrac{3}{5}\right)^2 = \dfrac{16}{25}.$ (2) Vì $\alpha \in \left(\dfrac{\pi}{2}; \pi\right)$ nên $\cos\alpha < 0$. Do đó, từ (2) suy ra $\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$. (3) Thế (3) vào (1), ta được $A = -\dfrac{12}{25}$.	0,25
	b) (***0,5 điểm***)	
	Đặt $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$; khi đó $\overline{z} = a - bi$. Do đó, kí hiệu (*) là hệ thức cho trong đề bài, ta có: (*) $\Leftrightarrow$ $(1+i)(a+bi) + (3-i)(a-bi) = 2 - 6i$ $\Leftrightarrow$ $(4a - 2b - 2) + (6 - 2b)i = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 2b - 2 = 0 \\ 6 - 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3. \end{cases}$ Do đó $\lvert z\rvert = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$.	0,25
Câu 3 (*0,5 điểm*)	• Điều kiện xác định: $x > 0$. (1) • Với điều kiện đó, ký hiệu (2) là phương trình đã cho, ta có: (2) $\Leftrightarrow$ $\log_3(x+2) + \log_3 x = 1$ $\Leftrightarrow$ $\log_3(x(x+2)) = \log_3 3$	0,25
	$\Leftrightarrow$ $x^2 + 2x - 3 = 0$ $\Leftrightarrow$ $x = 1$ (do (1)).	0,25
Câu 4 (*1,0 điểm*)	• Điều kiện xác định: $x \ge 1 + \sqrt{3}$. (1) • Với điều kiện đó, ký hiệu (2) là bất phương trình đã cho, ta có: (2) $\Leftrightarrow$ $x^2 + 2x - 2 + 2\sqrt{x(x+1)(x-2)} \ge 3(x^2 - 2x - 2)$	0,25
	$\Leftrightarrow$ $\sqrt{x(x-2)(x+1)} \ge x(x-2) - 2(x+1)$ $\Leftrightarrow$ $\left(\sqrt{x(x-2)} - 2\sqrt{(x+1)}\right)\left(\sqrt{x(x-2)} + \sqrt{(x+1)}\right) \le 0.$ (3) Do với mọi x thỏa mãn (1), ta có $\sqrt{x(x-2)} + \sqrt{(x+1)} > 0$ nên (3) $\Leftrightarrow$ $\sqrt{x(x-2)} \le 2\sqrt{(x+1)}$	0,50
	$\Leftrightarrow$ $x^2 - 6x - 4 \le 0$ $\Leftrightarrow$ $3 - \sqrt{13} \le x \le 3 + \sqrt{13}$. (4) Kết hợp (1) và (4), ta được tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $\left[1 + \sqrt{3}; 3 + \sqrt{13}\right]$.	0,25

Câu 5 *(1,0 điểm)*	Ta có: $I = \int_1^2 2x^3 dx + \int_1^2 \ln x dx.$ (1)	0,25
	Đặt $I_1 = \int_1^2 2x^3 dx$ và $I_2 = \int_1^2 \ln x dx$. Ta có: $I_1 = \frac{1}{2}x^4\Big\|_1^2 = \frac{15}{2}.$	0,25
	$I_2 = x.\ln x\Big\|_1^2 - \int_1^2 x d(\ln x) = 2\ln 2 - \int_1^2 dx = 2\ln 2 - x\Big\|_1^2 = 2\ln 2 - 1.$ Vậy $I = I_1 + I_2 = \frac{13}{2} + 2\ln 2.$	0,50
Câu 6 *(1,0 điểm)*		
	Theo giả thiết, $HA = HC = \frac{1}{2}AC = a$ và $SH \perp mp(ABC)$. Xét Δv. ABC, ta có: $BC = AC.\cos\widehat{ACB} = 2a.\cos 30^\circ = \sqrt{3}a.$	0,25
	Do đó $S_{ABC} = \frac{1}{2}AC.BC.\sin\widehat{ACB} = \frac{1}{2}.2a.\sqrt{3}a.\sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2.$ Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\sqrt{2}a.\frac{\sqrt{3}}{2}a^2 = \frac{\sqrt{6}a^3}{6}.$	0,25
	Vì $CA = 2HA$ nên $d(C, (SAB)) = 2d(H, (SAB))$. (1) Gọi N là trung điểm của AB, ta có HN là đường trung bình của ΔABC. Do đó $HN // BC$. Suy ra $AB \perp HN$. Lại có $AB \perp SH$ nên $AB \perp mp(SHN)$. Do đó $mp(SAB) \perp mp(SHN)$. Mà SN là giao tuyến của hai mặt phẳng vừa nêu, nên trong $mp(SHN)$, hạ $HK \perp SN$, ta có $HK \perp mp(SAB)$. Vì vậy $d(H, (SAB)) = HK$. Kết hợp với (1), suy ra $d(C, (SAB)) = 2HK$. (2)	0,25
	Vì $SH \perp mp(ABC)$ nên $SH \perp HN$. Xét Δv. SHN, ta có: $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HN^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{HN^2}.$ Vì HN là đường trung bình của ΔABC nên $HN = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{3}a}{2}.$ Do đó $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{11}{6a^2}$. Suy ra $HK = \frac{\sqrt{66}a}{11}.$ (3) Thế (3) vào (2), ta được $d\left(C, (SAB)\right) = \frac{2\sqrt{66}a}{11}.$	0,25

Câu 7
(*1,0 điểm*)



Trên Δ, lấy điểm D sao cho $BD = BO$ và D, A nằm khác phía nhau so với B.
Gọi E là giao điểm của các đường thẳng KA và OC; gọi F là giao điểm của các đường thẳng KB và OD.
Vì K là tâm đường tròn bàng tiếp góc O của ΔOAB nên KE là phân giác của góc $\widehat{OAC}$. Mà OAC là tam giác cân tại A (do $AO = AC$, theo gt) nên suy ra KE cũng là đường trung trực của OC. Do đó E là trung điểm của OC và $KC = KO$.
Xét tương tự đối với KF, ta cũng có F là trung điểm của OD và $KD = KO$.
Suy ra ΔCKD cân tại K. Do đó, hạ $KH \perp \Delta$, ta có H là trung điểm của CD.
Như vậy:
+ A là giao của Δ và đường trung trực d_1 của đoạn thẳng OC; (1)
+ B là giao của Δ và đường trung trực d_2 của đoạn thẳng OD, với D là điểm đối xứng của C qua H và H là hình chiếu vuông góc của K trên Δ. (2)

0,50

Vì $C \in \Delta$ và có hoành độ $x_0 = \frac{24}{5}$ (gt) nên gọi y_0 là tung độ của C, ta có:

$$4.\frac{24}{5} + 3y_0 - 12 = 0. \text{ Suy ra } y_0 = -\frac{12}{5}.$$

Từ đó, trung điểm E của OC có tọa độ là $\left(\frac{12}{5}; -\frac{6}{5}\right)$ và đường thẳng OC có phương trình: $x + 2y = 0$.
Suy ra phương trình của d_1 là: $2x - y - 6 = 0$.
Do đó, theo (1), tọa độ của A là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4x + 3y - 12 = 0 \\ 2x - y - 6 = 0. \end{cases}$$

Giải hệ trên, ta được $A = (3; 0)$.

0,25

	Gọi d là đường thẳng đi qua $K(6;\,6)$ và vuông góc với Δ, ta có phương trình của d là: $3x - 4y + 6 = 0$. Từ đây, do H là giao điểm của Δ và d nên tọa độ của H là nghiệm của hệ phương trình: $$\begin{cases}4x + 3y - 12 = 0\\ 3x - 4y + 6 = 0.\end{cases}$$ Giải hệ trên, ta được $H = \left(\frac{6}{5};\,\frac{12}{5}\right)$. Suy ra $D = \left(-\frac{12}{5};\,\frac{36}{5}\right)$. Do đó, trung điểm F của OD có tọa độ là $\left(-\frac{6}{5};\,\frac{18}{5}\right)$ và đường thẳng OD có phương trình: $3x + y = 0$. Suy ra phương trình của d_2 là: $x - 3y + 12 = 0$. Do đó, theo (2), tọa độ của B là nghiệm của hệ phương trình: $$\begin{cases}4x + 3y - 12 = 0\\ x - 3y + 12 = 0.\end{cases}$$ Giải hệ trên, ta được $B = (0;\,4)$.	0,25
Câu 8 (*1,0 điểm*)	Gọi M là trung điểm của AB, ta có $M = \left(\frac{3}{2};\,\frac{1}{2};\,-\frac{1}{2}\right)$ Vì (P) là mặt phẳng trung trực của AB nên (P) đi qua M và $\overrightarrow{AB} = (-1;\,1;\,-1)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).	0,25
	Suy ra, phương trình của (P) là: $(-1)\left(x - \frac{3}{2}\right) + \left(y - \frac{1}{2}\right) + (-1)\left(z + \frac{1}{2}\right) = 0$ hay: $2x - 2y + 2z - 1 = 0$.	0,25
	Ta có $d(O,\,(P)) = \frac{\lvert -1 \rvert}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$.	0,25
	Do đó, phương trình mặt cầu tâm O, tiếp xúc với (P) là: $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{12}$ hay $12x^2 + 12y^2 + 12z^2 - 1 = 0$.	0,25
Câu 9 (*0,5 điểm*)	Không gian mẫu Ω là tập hợp gồm tất cả các cặp hai bộ 3 câu hỏi, mà ở vị trí thứ nhất của cặp là bộ 3 câu hỏi thí sinh A chọn và ở vị trí thứ hai của cặp là bộ 3 câu hỏi thí sinh B chọn. Vì A cũng như B đều có C_{10}^{3} cách chọn 3 câu hỏi từ 10 câu hỏi thi nên theo quy tắc nhân, ta có $n(\Omega) = \left(\mathrm{C}_{10}^{3}\right)^2$.	0,25
	Kí hiệu X là biến cố "bộ 3 câu hỏi A chọn và bộ 3 câu hỏi B chọn là giống nhau". Vì với mỗi cách chọn 3 câu hỏi của A, B chỉ có duy nhất cách chọn 3 câu hỏi giống như A nên $n\left(\Omega_X\right) = \mathrm{C}_{10}^{3}.1 = \mathrm{C}_{10}^{3}$. Vì vậy $P(X) = \frac{n\left(\Omega_X\right)}{n(\Omega)} = \frac{\mathrm{C}_{10}^{3}}{\left(\mathrm{C}_{10}^{3}\right)^2} = \frac{1}{\mathrm{C}_{10}^{3}} = \frac{1}{120}$.	0,25

Câu 10 (*1,0 điểm*)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, với mỗi số thực x, xét các điểm $A(x;\ x+1)$, $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ và $C\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. Khi đó, ta có $P = \frac{OA}{a} + \frac{OB}{b} + \frac{OC}{c}$, trong đó $a = BC$, $b = CA$ và $c = AB$.	0,25
	Gọi G là trọng tâm ΔABC, ta có: $$P = \frac{OA.GA}{a.GA} + \frac{OB.GB}{b.GB} + \frac{OC.GC}{c.GC} = \frac{3}{2}\left(\frac{OA.GA}{a.m_a} + \frac{OB.GB}{b.m_b} + \frac{OC.GC}{c.m_c}\right),$$ trong đó m_a, m_b và m_c tương ứng là độ dài đường trung tuyến xuất phát từ A, B, C của ΔABC.	0,25
	Theo bất đẳng thức Cô si cho hai số thực không âm, ta có $$a.m_a = \frac{1}{2\sqrt{3}}.\sqrt{3a^2\left(2b^2 + 2c^2 - a^2\right)}$$ $$\le \frac{1}{2\sqrt{3}}.\frac{3a^2 + \left(2b^2 + 2c^2 - a^2\right)}{2} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2\sqrt{3}}.$$ Bằng cách tương tự, ta cũng có: $b.m_b \le \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2\sqrt{3}}$ và $c.m_c \le \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2\sqrt{3}}$. Suy ra $P \ge \frac{3\sqrt{3}}{a^2 + b^2 + c^2}\left(OA.GA + OB.GB + OC.GC\right)$. (1)	0,25
	Ta có: $OA.GA + OB.GB + OC.GC \ge \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{OB}.\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{OC}.\overrightarrow{GC}$. (2) $$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{OB}.\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{OC}.\overrightarrow{GC}$$ $$= \left(\overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GA}\right).\overrightarrow{GA} + \left(\overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GB}\right).\overrightarrow{GB} + \left(\overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GC}\right).\overrightarrow{GC}$$ $$= \overrightarrow{OG}.\left(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}\right) + GA^2 + GB^2 + GC^2$$ $$= \frac{4}{9}\left(m_a^2 + m_b^2 + m_c^2\right) = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}.$$ (3) Từ (1), (2) và (3), suy ra $P \ge \sqrt{3}$. Hơn nữa, bằng kiểm tra trực tiếp ta thấy $P = \sqrt{3}$ khi $x = 0$. Vậy $\min P = \sqrt{3}$.	0,25