

# ÔN TẬP TOÁN LỚP 12 HỌC KỲ 1

## I. GIẢI TÍCH

**Bài 1.** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm các số

- a.  $y = 2x^3 - 8x^2 + 5$  trên  $[-2; 2]$   
b.  $y = 2x - \sqrt{1-x^2}$   
c.  $y = (x-1)e^x$  trên  $[-1; 1]$   
d.  $y = 2^{x+1} - 4^x$  trên  $[-1; 1]$   
e.  $y = x^2 - \ln(1-2x)$  trên  $[-2; 0]$   
f.  $y = 4^{\cos 2x} - 2^{\cos 2x} + 1$   
g.  $f(x) = x + e^{-x}$  trên đoạn  $[-1; 2]$   
h.  $y = x^3 + 2x(x-2)$  trên  $[0; 3]$   
i.  $y = \ln(4x-x^2)$  trên đoạn  $[1; e]$   
j.  $y = 1 + \log_2(x^2+1)$  trên đoạn  $[-1; 1]$   
k.  $y = \sin 2x - x$  trên đoạn  $[0; \pi]$   
l.  $y = x \ln x - 2x$  trên đoạn  $[1; e^2]$

**Bài 2.** Giải các phương trình sau

a.  $2^{3x^2-10} = 2^{13x}$ .      b.  $(\frac{9}{4})^x - 4(\frac{2}{3})^{-x} + 3 = 0$       c.  $3 \cdot 4^x - 2 \cdot 6^x = 9^x$ .      d.  $5^{x-1} + 5^{3-x} = 26$

e.  $(\sqrt{7+\sqrt{48}})^x + (\sqrt{7-\sqrt{48}})^x = 14$       f.  $\sqrt{1+\sqrt{1-4^x}} = 2^x(1+2\sqrt{1-4^x})$   
g.  $(\frac{2}{7})^{x^2+8} \cdot (\frac{4}{49})^{3x-4} = 1$       h.  $2 \cdot 5^{2x-1} - 3 \cdot 5^{x-1} = -1/5$

**Bài 3.** Giải các phương trình sau

a.  $\log_2(x-5) + \log_2(x+2) = 3$       b.  $\log_x 2 + \log_2 x = 5/2$   
c.  $2\log_2 x + \log_{\sqrt{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} x = 9$       d.  $\log_2(3-x) - 6\log_{(3-x)} 2 - 1 = 0$

e.  $\log_3[(2x-1)(4-x)] - \log_3(2x-1) = 2$       f.  $\log_2(\sqrt{x-2}+4) - \log_3(\frac{1}{\sqrt{x-1}}+8) = 0$

**Bài 4.** Giải các bất phương trình mũ và lôgarit:

a.  $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$       b.  $2^{x^2-6x-4} > 32$       c.  $5 \cdot (\frac{5}{3})^x - 2 \cdot (\frac{3}{5})^x - 3 \leq 0$   
d.  $6^x + 2^{x+2} \geq 4 \cdot 3^x + 4^x$       e.  $\log_3(x^2-4x) \leq \log_3(4-x) + \log_3 4$   
f.  $\log_{0.5}(x^2-2x+4) \geq -2$       g.  $\log_{0.5}[\log_2(4x-3)] \geq -1$       h.  $9\log_2 x - 3x\log_2 x + 2x - 2 < 0$   
i.  $5^x - 24 \leq 5^{2-x}$       j.  $2\log_2(x-1) + \log_{\sqrt{2}}(x-2) \leq 2$   
k.  $4^{x+1} + 4^{3-x} > 68$       l.  $2 - \log(2x-1) \leq \log(x-9)$   
m.  $\log_4(x+3) - \log_4(x-1) < 1/2$       n.  $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) \geq 2$   
o.  $5 \cdot 4^x + 12 \cdot 25^x \leq 7 \cdot 10^x$       p.  $\log_2 x + \sqrt{10\log_2 x + 6} - 9 = 0$

**Bài 5.** Tìm m để phương trình sau có nghiệm duy nhất:  $2^x - m\sqrt{4^x+1} + 3 = 0$

**Bài 6.** Tìm m để phương trình sau có nghiệm:  $\log(x+3)^2 = 1 + \log(mx)$

**Bài 7.** Tìm m để bất phương trình sau đúng với mọi  $x \in [0; 2]$

$\log_2 \sqrt{x^2-2x+m} + 4\sqrt{\log_4(x^2-2x+m)} \leq 5$

**Bài 8.** Cho hàm số  $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$  (1)

- a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).  
b. Tìm m để phương trình  $-4x^3 + 6x^2 + m = 0$  có một nghiệm duy nhất.  
c. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đó có hệ số góc bằng 24.  
d. Tìm k để đường thẳng  $y = 2kx + 1$  cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt.  
e. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đi qua điểm  $M(-1; -9)$ .

**Bài 9.** Cho hàm số  $y = -x^3 + (m-1)x^2 - m + 2$  (1)

- a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số khi  $m = 0$ .  
b. Với giá trị nào của m để hàm số (1) có cực đại và cực tiểu.  
c. Với giá trị nào của m để đồ thị hàm số (1) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt.  
d. Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số (1) đi qua.

**Bài 10.** Cho hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 + 3$

- a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.  
b. Tìm m để phương trình  $x^4 - 2x^2 + m = 0$  có bốn nghiệm phân biệt.

c. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ  $x = 2$ .

**Bài 11.** Cho hàm số  $y = x^4 - (m + 1)x^2 + m$  (1)

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số khi  $m = 2$ .

b. Tìm  $m$  để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị.

c. Tìm  $m$  để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.

**Bài 12.** Cho hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b. Tìm  $m$  để đường thẳng  $y = x + m$  cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

c. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng (d) có phương trình  $y = 24x + 14$

d. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết rằng tiếp tuyến đó đi qua điểm  $M(-1; 3)$ .

**Bài 13.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ là 3.

c. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết rằng tiếp tuyến đó đi qua điểm  $M(-3; 2)$ .

**Bài 14.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx + 2$  (1)

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi  $m = 1$

b. Tìm  $m$  để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số (1) cắt đường tròn tâm  $I(1; 1)$ , bán kính bằng 1 tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất

**Bài 15.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b. Tìm các giá trị  $m$  để đường thẳng  $y = -3x + m$  cắt (C) tại A và B sao cho trọng tâm của tam giác OAB thuộc đường thẳng  $x - 2y - 2 = 0$  (với O là gốc tọa độ).

**Bài 16.** Cho hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$  (1)

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi  $m = 1$ .

b. Tìm  $m$  để hàm số (1) đồng biến trên khoảng  $(1; 2)$

**Bài 17.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x$

a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho

b. Dựa vào đồ thị (C), biện luận theo  $m$  số nghiệm của phương trình  $x^3 - 3x + m = 0$ .

**Bài 18.** Cho  $a = \log_2 3$ . Biểu thị  $\log_{27} 24$  theo  $a$ .

**Bài 19.** Cho hàm số  $y = \frac{3x+4}{x-1}$

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b. Tìm  $a$  để đường thẳng  $y = ax + 3$  không cắt đồ thị (C).

c. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hệ số góc bằng  $-7$ .

**Bài 20.** Cho hàm số  $y = x^4 - (m + 7)x^2 + 2m - 1$  (1)

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi  $m = 1$

b. Xác định  $m$  để đồ thị của hàm số (1) đi qua điểm  $A(-1; 10)$

c. Dựa vào đồ thị (C), với giá trị nào của  $k$  thì phương trình:  $x^4 - 8x^2 - k = 0$  có 4 nghiệm phân biệt.

**Bài 21.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m - 1)x + 1$ . Xác định  $m$  để hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$

**Bài 22.** Cho  $x = \log_7 21$ ,  $y = \log_7 45$ . Tính  $\log_7 \frac{49}{135}$  theo  $x, y$ .

## II. HÌNH HỌC

**Bài 1.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD), góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD) bằng  $45^\circ$ .

a. Tính thể tích khối chóp S.ABCD.

b. Chứng minh BD vuông góc với (SAC).

c. Tính góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBD) và (ABCD).

d. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD).

**Bài 2.** Cho lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh bên bằng  $2a$ , gọi  $H$  là trung điểm của cạnh  $BC$ .

- Tính thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .
- Chứng minh  $BC$  vuông góc với mặt phẳng  $(A'AH)$ .
- Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $(ABC)$ .

**Bài 3.** Cho khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng cạnh bên bằng  $2a$ .  $M$  là trung điểm của  $SC$ .

- Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$
- Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$
- Tính thể tích tứ diện  $MABD$

**Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ , góc  $ABC$  bằng  $30^\circ$ . Gọi  $(N)$  là hình nón tạo ra khi cho tam giác này quay quanh cạnh  $AB$ .

- Tính thể tích của khối nón  $(N)$ .
- Tính diện tích xung quanh và toàn phần của  $(N)$

**Bài 5.** Cho khối chóp  $S.ABC$  biết  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , góc giữa  $SC$  và mặt đáy bằng  $30^\circ$ ;  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  có  $AC = a\sqrt{3}$ , góc  $ACB = 60^\circ$

- Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$
- Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp  $S.ABC$

**Bài 6.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ; góc giữa  $SC$  và đáy bằng  $30^\circ$ ,  $AC = 5a$ ,  $BC = 3a$

- Tính thể tích của khối chóp  $S.ABC$ .
- Chứng minh trung điểm của  $SC$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Tính diện tích mặt cầu đó.

**Bài 7.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy,  $SA = 2a$ .

- Tính thể tích khối chóp  $S.BCD$ .
- Xác định tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ . Tính diện tích mặt cầu đó

**Bài 8.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$  và góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ .

- Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .
- Tính diện tích xung quanh và thể tích khối nón ngoại tiếp khối chóp  $S.ABC$ .

**Bài 9.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Biết  $AC = \sqrt{3}$ , góc  $ACB = 30^\circ$ , góc tạo bởi  $AB'$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ .

- Tính thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .
- Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện  $A'ABC$ .

**Bài 10.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  và  $AB = BC = a\sqrt{3}$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $a\sqrt{2}$  và góc  $SAB =$  góc  $SCB = 90^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$  theo  $a$ .

**Bài 11.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ . Biết  $SA = SB = a$ ,  $SD = a\sqrt{2}$  và mặt phẳng  $(SBD)$  vuông góc với đáy. Tính thể tích của khối chóp  $S.ABCD$ .

Bài 12. Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  vuông cân tại  $B$ , cạnh  $AC = a\sqrt{3}$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, góc tạo bởi mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là  $30^\circ$ .

- Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$  theo  $a$ .
- Xác định tâm và tính theo  $a$  bán kính mặt cầu  $(S)$  ngoại tiếp hình chóp  $SABC$ . Tính diện tích mặt cầu đó.

Bài 13. Cho khối chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc giữa cạnh bên và mặt đáy của khối chóp bằng  $60^\circ$ , gọi  $H$  là tâm của tam giác  $ABC$ .

- Tính thể tích của khối chóp  $S.ABC$ .
- Tính khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(SAC)$ .
- Cho tam giác vuông  $SHA$  quay quanh cạnh góc vuông  $SH$  vạch nên một hình nón tròn xoay. Tính thể tích khối nón.

Bài 14. Cho hình trụ có các đáy là 2 đường tròn tâm  $O$  và  $O'$ . Bán kính đáy bằng chiều cao và bằng  $a$ . Trên đường tròn đáy tâm  $O$  lấy điểm  $A$ , trên đường tròn đáy tâm  $O'$  lấy điểm  $B$  sao cho  $AB = 2a$ . Tính thể tích của khối tứ diện  $OO'AB$ .