SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **KỲ THI VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN LAM SƠN**

THANH HOÁ **NĂM HỌC 2017-2018**

(Dành cho tất cả thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút

(Không kể thời gian giao đề)

Ngày thi :02 tháng 6 năm 2017

Câu 1: (2 điểm)

Cho biểu thức: $A = \left(1-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right)$ Với $x \geq 0$; $x \neq 4$; $x \neq 9$

1) Rút gọn biểu thức A

2) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên

Câu 2 : (2 điểm) a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy ; cho ba đường thẳng (d_1) : $y = -5(x + 1)$; (d_2) : $y = 3x – 13$; (d_3) : $y = mx + 3$ (Với m là tham số) Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường (d_1) và (d_2) với giá trị nào của m thì đường thẳng (d_3) đi qua điểm I ?

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} |x-1| + 2\sqrt{y+2} = 5 \\ 3.\sqrt{y+2} - |x-1| = 5 \end{cases}$

Câu 3 : (2 điểm) a) Tìm m để phương trình $(m – 1).x^2 -2mx + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 khác không thỏa mãn điều kiện $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1} + \frac{5}{2} = 0$

b) Giải phương trình $x\sqrt{x-2} = 9- 5x$

Câu 4 : (3 điểm) Cho đường tròn (O) với tâm O có bán kính R đường kính AB cố định, M là một điểm di động trên (O) .sao cho M không trùng với các điểm A và B .Lấy C là điểm đối xứng với O qua A .Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt đường thẳng AM tại N đường thẳng BN cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai E .các đường thẳng BM và CN cắt nhau tại F

a) Chứng minh ba điểm A; E ; F thẳng hàng và tứ giác MENF nội tiếp

b) Chứng minh : $AM .AN = 2R^2$

c)Xác định vị trí của điểm M trên đường tròn (O)để tam giá BNF có diện tích nhỏ nhất

Câu 5 : (1 điểm) Cho a; b ; c là độ dài ba cạnh của tam giác .Chứng minh rằng

$$\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} + \frac{c^2+a^2-b^2}{2ca} > 1$$

BÀI GIẢI KỲ THI VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN LAM SƠN
NĂM HỌC 2017-2018
(Dành cho tất cả thí sinh)

Câu	Lời giải
1	1) A $=\left(1-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right)$ A $=\frac{1}{\sqrt{x}+1}:\frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)-(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$ A $=\frac{1}{\sqrt{x}+1}:\frac{x-9-x+4+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}=\frac{1}{\sqrt{x}+1}:\frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$ A= $\frac{1}{\sqrt{x}+1}:\frac{1}{\sqrt{x}-2}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$ 2) A = $\frac{\sqrt{x}+1-3}{\sqrt{x}+1}$ = 1-$\frac{-3}{\sqrt{x}+1}$ Để A nhận giá trị nguyên khi $\frac{-3}{\sqrt{x}+1}$ đạt giá trị nguyên . Hay -3$\vdots\left(\sqrt{x}+1\right)\Leftrightarrow\sqrt{x}+1$ là ước của -3 Nên $\sqrt{x}+1=1\Leftrightarrow\sqrt{x}=0\Leftrightarrow x=0$ thỏa mãn $\sqrt{x}+1=-1\Leftrightarrow\sqrt{x}=-2<0$ không thỏa mãn $\sqrt{x}+1=3\Leftrightarrow\sqrt{x}=2\Leftrightarrow x=4$ thỏa mãn $\sqrt{x}+1=-3\Leftrightarrow\sqrt{x}=-4<0$ không thỏa mãn vậy x = 0 hoặc x = 4 thì A nhận giá trị nguyên
Câu 2	1) Tọa độ giao điểm I của hai đường (d_1) và (d_2) là nghiệm của hệ $\begin{cases}y=-5x-5\\y=3x-13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-13=-5x-5\\y=3x-13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8x=8\\y=3x-13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=3-13=-10\end{cases}$ vậy tọa độ giao điểm I của hai đường (d_1) và (d_2) là I(1;-10) đường thẳng (d_3) đi qua điểm I khi tọa độ của I là x = 1 và y = -10 thỏa mãn công thức y = mx + 3 thay vào ta có : -10 = m.1+ 3 $\Leftrightarrow$ m = -13 Vậy với m = - 13 thì đường thẳng (d_3) đi qua điểm I 2)Giải hệ phương trình $\begin{cases}\|x-1\|+2\sqrt{y+2}=5\\3.\sqrt{y+2}-\|x-1\|=5\end{cases}$ đặt A = |x-1|$\geq$0;B = $\sqrt{y+2}\geq 0$ Ta có $\begin{cases}A+2B=5\\3.B-A=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A+2B=5\\-A+3B=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A+2B=5\\5B=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A=1\\B=2\end{cases}$ Thỏa mãn $\Leftrightarrow\begin{cases}\|x-1\|=1\\\sqrt{y+2}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\|x-1\|=1\\y+2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x-1=1\\x-1=-1\end{array}\right.\\y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=2\\x=0\end{array}\right.\\y=2\end{cases}$ vậy (x;y) $=\{(x;2);(0;2)\}$ là nghiệm của hệ
Câu 3	để phương trình (m – 1).x^2 -2mx + m + 2 = 0 có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\m-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-(m-1)(m-2)>0\\m\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-(m^2-3m+2)>0\\m\neq 1\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}3m-2>0\\m\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>\frac{2}{3}\\m\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow$ m > $\frac{2}{3}$ theo vi ét ta có $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{2m}{m-1}\\x_1x_2=\frac{m+2}{m-1}\end{cases}$

mà $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}+\frac{5}{2}=0 \Leftrightarrow \frac{x_1^2+x_2^2}{x_1.x_2}+\frac{5}{2}=0 \Leftrightarrow \frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1.x_2}+\frac{5}{2}=0$

$$\frac{\left(\frac{2m}{m-1}\right)^2-2.\frac{m+2}{m-1}}{\frac{m+2}{m-1}}+\frac{5}{2}=0 \Leftrightarrow \frac{\frac{4m^2}{(m-1)^2}-2.\frac{(m+2)(m-1)}{(m-1)^2}}{\frac{m+2}{m-1}}+\frac{5}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{4m^2-2m^2-2m+4}{(m-1)^2}}{\frac{m+2}{m-1}}+\frac{5}{2}=0 \Leftrightarrow \frac{\frac{2m^2-2m+4}{(m-1)^2}}{\frac{m+2}{m-1}}+\frac{5}{2}=0 \Leftrightarrow \frac{(2m^2-2m+4)}{(m-1)(m+2)}+\frac{5}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(4m^2-4m+8)+5(m^2+m-2)}{2.(m-1)(m+2)}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4m^2-4m+8+5m^2+5m-10}{2.(m-1)(m+2)}=0 \Leftrightarrow \frac{9m^2+m-2}{2.(m-1)(m+2)}=0$$ ta có $m\neq 1; m\neq 2$

$m_1=\frac{-1+\sqrt{73}}{18}$ hoặc $m_2=\frac{-1-\sqrt{73}}{18}$ thỏa mãn

b) Giải phương trình $x\sqrt{x-2}=9-5x$

đặt $t=\sqrt{x-2}\geq 0 \Leftrightarrow x=t^2+2 \Leftrightarrow (t^2+2).t=9-5(t^2+2)$

$\Leftrightarrow t^3+2t+5t^2+10-9=0 \Leftrightarrow t^3+5t^2+2t+1=0$

$\Leftrightarrow t^3+4t^2+4t+t^2-2t+1=0$

Cách 2: $x^2(x-2)=81-90x+25x^2 \Leftrightarrow x^3-2x^2-25x^2+90x-81=0$

$\Leftrightarrow x^3-27x^2+90x-81=0 \Leftrightarrow x^3-3.3x^2+3.9.x-27-18x^2+63x-54=0$

$\Leftrightarrow (x-3)^3-9(2x^2-7x+6)=0$

Câu 4

a) Chứng minh ba điểm A; E ; F thẳng hàng

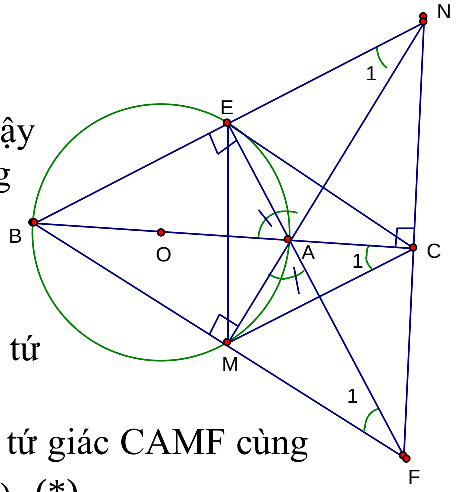
Xét ΔBNF ta có $B\hat{M}A=90^0$(nội tiếp chắn nữa đường tròn)

$\Rightarrow B\hat{M}N=90^0 \Rightarrow NM\perp BF$ nên MN là đường cao

BC $\perp$NF (gt) Nên BC là đường cao

mà BC cắt MN tại A nên A là trực tâm $\Rightarrow$FA thuộc đường cao thứ ba nên FA $\perp$BN mà $B\hat{E}A=90^0$(nội tiếp chắn nữa đường tròn)$\Rightarrow$EA$\perp$BN theo ơ clit thì qua A kẻ được duy nhất 1 đường thẳng vuông góc với BN nên ba điểm A; E ; F thẳng hàng

Chứng minh tứ giác MENF nội tiếp



ta có $F\hat{E}N=90^0$(FE $\perp$BN)

$F\hat{M}N=90^0$(MN $\perp$BF)$\Rightarrow F\hat{E}N=F\hat{M}N=90^0$

Mà E và M nằm về nữa mặt phẳng bờ là NF vậy bốn điểm N;E ;M ; F Thuộc đường trong đường kính MN hay *tứ giác MENF nội tiếp*

b) Chứng minh : $AM.AN=2R^2$

Xét ΔBAN và ΔMAC ta có

$\hat{N}_1=\hat{F}_1$(góc nội tiếp của đường tròn ngoại tiếp tứ giác NEMF cùng chắn cung EM) (1)

$\hat{F}_1=\hat{C}_1$(góc nội tiếp của đường tròn ngoại tiếp tứ giác CAMF cùng chắn cung AM) (2) Từ (1) và (2)$\Rightarrow \hat{N}_1=\hat{C}_1(=\hat{F}_1)$ (*)

Mà $B\hat{A}N=M\hat{A}C$(đối đỉnh) (**) từ (*) và(**) ta có ΔBAN đồng dạng với

	ΔMAC (g.g) $\Rightarrow \frac{MA}{AB}=\frac{AC}{AN}\Rightarrow$ AM.AN = AB . AC = 2R.R=2R^2 c) Theo câu a thì A là trực tâm của ΔBNF mà BC = AB + AC = 2R + R = 3R Vì $S_{BNF}=\frac{1}{2}BC.NF=\frac{1}{2}.3R.(NC+CF)$ (1) Mà NC và NF > 0 Theo bất đẳng thức Cô si cho hai số dương ta có: $NC+CF\ge 2\sqrt{NC.CF}$.(2) Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi CN = CF. vậy BC là trung tuyến của ΔBNF Điểm A $\in$ BC có AB= 2R ; BC = 3R nên $\frac{AB}{BC}=\frac{2}{3}$ Nên A là là trọng tâm tam giác BNF+ Điểm A vừa là trọng tâm, vừa là trực tâm tam giac BNF => tam giác BNF là tam giác đều => BC là phân giác góc FBN => $M\hat{B}A=30^0$; $M\hat{A}B=60^0$ hay $\begin{cases} M\in \overset{\frown}{AB} \\ M\hat{A}B=60^0; M\hat{B}A=30^0 \end{cases}$ Thì dấu (=) xãy ra Xét ΔCNA và ΔCBF ta có $N\hat{C}A=F\hat{C}B=90^0$ $C\hat{N}A=C\hat{B}M$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung CM của của đường tròn ngoại tiếp tứ giác BMCN) $\Delta CNA\backsim$ ΔCBF (G-G) $\frac{CN}{CB}=\frac{AC}{CF}\Rightarrow$ CN .CF = AC.CB =R.3R=3R^2 (3) Thay (2) ; (3) vào (1) ta có $S_{BNF}=\frac{1}{2}BC.NF=\frac{1}{2}.3R.(NC+CF)\ge\frac{3R}{2}.2.\sqrt{CN.CF}=3R\sqrt{AC.BC}=3R.\sqrt{R.3R}=3R^2\sqrt{3}$ Min SΔ_{BNF} =3R^2.$\sqrt{3}$ lúc bấy giờ $\begin{cases} M\in \overset{\frown}{AB} \\ M\hat{A}B=60^0; M\hat{B}A=30^0 \end{cases}$
Câu 5	$\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}+\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}+\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}>1$ $\Leftrightarrow \left[c(a^2+b^2-c^2)+2abc\right]+\left[a(b^2+c^2-a^2)-2abc\right]+\left[b(a^2+c^2-b^2)-2abc\right]>0$ $\Leftrightarrow c\left[(a+b)^2-c^2\right]+a\left[(b-c)^2-a^2\right]+b\left[(a-c)^2-b^2\right]>0$ $\Leftrightarrow c(a+b-c)(a+b+c)+a(b-c-a)(b-c+a)+b(a-c-b)(a-c+b)>0$ $\Leftrightarrow c(a+b-c)(a+b+c)+a(b-c-a)(a+b-c)+b(a-c-b)(a+b-c)>0$ $\Leftrightarrow (a+b-c)\left[c.(a+b+c)+a(b-c-a)+b(a-c-b)\right]>0$ $\Leftrightarrow (a+b-c)\left[ca+cb+c^2+ab-ac-a^2+ba-bc-b^2\right]>0$ $\Leftrightarrow (a+b-c)\left[c^2+ab-a^2+ba-b^2\right]>0$ $\Leftrightarrow (a+b-c)\left[c^2-a^2+2ba-b^2\right]>0$ $\Leftrightarrow (a+b-c)\left[c^2-(a^2-2ba+b^2)\right]>0$ $\Leftrightarrow (a+b-c)\left[c^2-(a-b)^2\right]>0$ $\Leftrightarrow (a+b-c)(c-a+b)(c+a-b)>0$ đúng .vì a;b;c là độ dài ba cạnh của tam giác ta có : a + b > c suy ra a + b –c >0 ;tương tụ ta có c + b-a= c-a + b > 0 và c + a –b >0 nhân với với vế ba bất đẳng thức nói trên ta có (a + b –c)(c-a+b) (c + a –b)>0 nên bất đẳng thức đầu đúng ĐPCM .