

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\angle ACB = 45^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SB hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{4\sqrt{3}}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. $y = x^4 + 3x^2 - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 2$.
C. $y = x^4 - 3x^2 - 5$. D. $y = \frac{3-2x}{x+1}$.

Câu 3: Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau. Mệnh đề nào đúng?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			11		5	

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 0) \cup (0; 1)$.
B. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (11; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 11)$.
C. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
D. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên hai khoảng $(-1; 0); (0; 1)$.

Câu 4: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , $AB = BC = a$ và $\angle ABC = 120^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{5}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 6: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ACD') là

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 7: Nếu cạnh của một hình lập phương tăng lên gấp 3 lần thì thể tích của hình lập phương đó tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 27. B. 9. C. 6. D. 4.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo góc (MN, SC) bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Câu 9: Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 8π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

- A. $\frac{4\pi}{9}$. B. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{16\pi\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$.

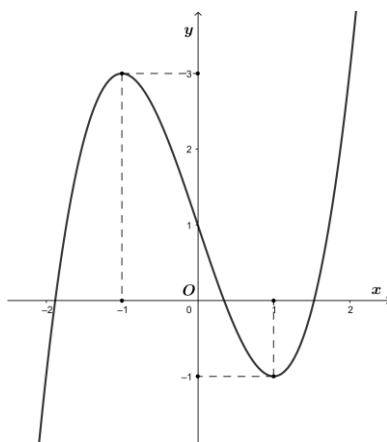
Câu 10: Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0 \quad \forall x \in (a; b)$.
 B. Nếu $f'(x) \geq 0 \quad \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (a; b)$.
 D. Nếu $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.

Câu 11: Cho hình hộp đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, đường thẳng DB_1 tạo với mặt phẳng (BCC_1B_1) góc 30° . Tính thể tích khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $8a^3\sqrt{2}$. D. a^3 .

Câu 12: Đồ thị trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = -x^3 + 3x - 1$. D. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 13: Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào là đường thẳng đi qua điểm $A(3;0)$ và tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x$?

- A. $y = \frac{2}{5}x + \frac{7}{5}$. B. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$. C. $y = 6x - 18$. D. $y = -6x + 18$.

Câu 14: Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $\ln 3a = \ln 3 + \ln a$. B. $\ln \frac{a}{3} = \frac{1}{3} \ln a$.
C. $\ln a^5 = \frac{1}{5} \ln a$. D. $\ln(3+a) = \ln 3 + \ln a$.

Câu 15: Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 3. B. 9. C. 6. D. 4.

Câu 16: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ là

- A. -25. B. 3. C. 7. D. -20.

Câu 17: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $1 + \sin 2x - \cos 2x = 2\sqrt{2} \cos x \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. B. $1 + \sin 2x - \cos 2x = 2 \cos x \cdot (\sin x - \cos x)$.
C. $1 + \sin 2x - \cos 2x = 2\sqrt{2} \sin x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. D. $1 + \sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2} \cos x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 18: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_5 x$. B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. C. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$. D. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$.

Câu 19: Gọi E là tập hợp các số tự nhiên gồm 3 chữ số phân biệt từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên 2 số khác nhau từ tập hợp E . Tính xác suất để 2 số được chọn có đúng 1 số có chữ số 5.

- A. $\frac{7}{22}$. B. $\frac{5}{63}$. C. $\frac{144}{295}$. D. $\frac{132}{271}$.

Câu 20: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x}$ bằng

- A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 21: Khoảng cách từ điểm $M(3; -4)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 1 = 0$ bằng

- A. $\frac{8}{5}$. B. $\frac{24}{5}$. C. 5. D. $\frac{7}{5}$.

Câu 22: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log a = x$, $\log b = y$. Tính $P = \log(a^2 b^3)$.

- A. $P = 6xy$. B. $P = x^2 y^3$. C. $P = x^2 + y^3$. D. $P = 2x + 3y$.

Câu 23: Trong khoảng $(-\pi; \pi)$, phương trình $\sin^6 x + 3\sin^2 x \cos x + \cos^6 x = 1$ có

- A. 4 nghiệm. B. 1 nghiệm. C. 3 nghiệm. D. 2 nghiệm.

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y = (2 - x)^{\sqrt{3}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 2]$.

Câu 25: Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

- A. $V = 18\pi$. B. $V = 54\pi$. C. $V = 108\pi$. D. $V = 36\pi$.

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{2^x}{\ln 2} - 2x + 3$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$. B. Hàm số có giá trị cực tiểu là $y = \frac{2}{\ln 2} + 1$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số đạt cực trị tại $x = 1$.

Câu 27: Trong các số tự nhiên từ 100 đến 999 có bao nhiêu số mà các chữ số của nó tăng dần hoặc giảm dần.

- A. 168. B. 204. C. 216. D. 120.

Câu 28: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$ lần lượt là:

- A. 6 và -12 . B. 6 và -13 . C. 5 và -13 . D. 6 và -31 .

Câu 29: Giá trị của m để phương trình $x^4 - 8x^2 + 3 - 4m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt là

- A. $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$. B. $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$. C. $m \leq \frac{3}{4}$. D. $m \geq -\frac{13}{4}$.

Câu 30: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) = 0$ bằng

- A. 6. B. 7. C. 13. D. 5.

Câu 31: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết

$SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

- A. 30° . B. 60° . C. 75° . D. 45° .

Câu 33: Phương trình $2^{x-2} = 3^{x^2+2x-8}$ có một nghiệm dạng $x = \log_a b - 4$ với a, b là các số nguyên dương thuộc khoảng $(1; 5)$. Khi đó $a + 2b$ bằng

- A. 6. B. 14. C. 9. D. 7.

Câu 34: Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $x=1; y=-2$. B. $x=1; y=2$. C. $x=1; y=0$. D. $x=-1; y=2$.

Câu 35: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2-1) = \log_2(2x)$ là

- A. $S = \left\{ \frac{1+\sqrt{2}}{2} \right\}$. B. $S = \{1+\sqrt{2}\}$.
C. $S = \{1+\sqrt{2}; 1-\sqrt{2}\}$. D. $S = \{2; 4\}$.

Câu 36: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^3(x+2)$. Số cực trị của hàm số là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 37: Số hạng không chứa x trong khai triển $P(x) = \left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5$ ($x \neq 0$) là số hạng thứ

- A. 3. B. 6. C. 4. D. 5.

Câu 38: Cho x, y là những số thực thỏa mãn $x^2 - xy + y^2 = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{x^4 + y^4 + 1}{x^2 + y^2 + 1}$. Giá trị của $A = M + 15m$ là

- A. $A = 17 - 2\sqrt{6}$. B. $A = 17 - \sqrt{6}$. C. $A = 17 + \sqrt{6}$. D. $A = 17 + 2\sqrt{6}$.

Câu 39: Cho biểu thức $P = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$ với x, y khác 0. Giá trị nhỏ nhất của P bằng

- A. -2. B. 0. C. -1. D. 1.

Câu 40: Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) và các hệ số thỏa mãn $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Hệ số lớn nhất là

- A. 126720. B. 1293600. C. 729. D. 924.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2}{2} - mx + \ln(x-1)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 42: Hàm số $y = \frac{x-2}{x+m-3}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi

- A. $m < 1$. B. $m = 1$. C. $m \geq 3$. D. $m \neq 1$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = \ln 2018 - \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$. Tính $S = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2017)$.

- A. $\frac{4035}{2018}$. B. 2017. C. $\frac{2016}{2017}$. D. $\frac{2017}{2018}$.

Câu 44: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác vector không và thỏa mãn: $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với vector $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{m} = 5\vec{a} - 3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{n} = -2\vec{a} + 7\vec{b}$. Tính góc tạo bởi hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .

Câu 45: Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 6x^2 + (m-2)x + 11$ có hai điểm cực trị trái dấu là

- A. $(-\infty; 38)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $(2; 38)$.

Câu 46: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ hộp ít nhất (diện tích toàn phần của lon nhỏ nhất). Bán kính đáy của vỏ lon là bao nhiêu khi muốn thể tích của lon là 314 cm^3 .

- A. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{4\pi}} \text{ cm}$. B. $r = 942\sqrt[3]{2\pi} \text{ cm}$. C. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{2\pi}} \text{ cm}$. D. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{\pi}} \text{ cm}$.

Câu 47: Tập hợp các giá trị m để hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ có tiệm cận đứng là:

- A. $\left\{\frac{7}{2}\right\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{7}{2}\right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{7}{2}\right\}$.

Câu 48: Một người gửi 50 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $8,4\% / \text{năm}$. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó được lĩnh số tiền không ít hơn 80 triệu đồng (cả vốn ban đầu lẫn lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

- A. 4 năm. B. 7 năm. C. 5 năm. D. 6 năm.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 2018]$ để hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y + m = 0 \\ \sqrt{xy} + y = 1 \end{cases} \text{ có nghiệm?}$$

- A. 2016. B. 2018. C. 2019. D. 2017.

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $9 \cdot 9^{x^2-2x} - (2m+1)15^{x^2-2x+1} + (4m-2)5^{2x^2-4x+2} = 0$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

- A. $\frac{1}{2} < m < 1$. B. $m > \frac{3+\sqrt{6}}{2}$ hoặc $m < \frac{3-\sqrt{6}}{2}$.
C. $m > 1$ hoặc $m < \frac{1}{2}$. D. $\frac{3-\sqrt{6}}{2} < m < \frac{3+\sqrt{6}}{2}$.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THÁNG 9 – THPT CHUYÊN BẮC GIANG

Câu 1: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\angle ACB = 45^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SB hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{4\sqrt{3}}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Đáp án

$\triangle SAB$ vuông tại A có $\angle SBA = 60^\circ$ nên $SA = \sqrt{3}a$.

$\triangle ABC$ vuông cân tại B nên $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}a^2$.

Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}.\sqrt{3}a.\frac{1}{2}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. Chọn B.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $y = x^4 + 3x^2 - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 2$.
C. $y = x^4 - 3x^2 - 5$. D. $y = \frac{3-2x}{x+1}$.

Đáp án

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 2$ có $y' = 3x^2 - 6x + 6 = 3(x-1)^2 + 3 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số này đồng biến trên $\mathbb{R}$. Chọn B.

Câu 3: Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau. Mệnh đề nào đúng?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$		0	$-$		0	$+$	
y				11			5		

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 0) \cup (0; 1)$.

B. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (11; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 11)$.

C. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên hai khoảng $(-1; 0); (0; 1)$.

Đáp án – Chọn D.

Câu 4: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $3a^3$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Đáp án

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2a)^2 = \sqrt{3}a^2.$$

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3}a^2 \cdot a\sqrt{3} = a^3. \text{ Chọn B.}$$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , $AB = BC = a$ và $\angle ABC = 120^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. $a\sqrt{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Đáp án

Dựng tam giác đều IAB (I và C cùng phía bờ AB). Ta có $\angle IBC = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ và $IB = BC$ nên $\triangle IBC$ đều, $IA = IB = IC = a$.

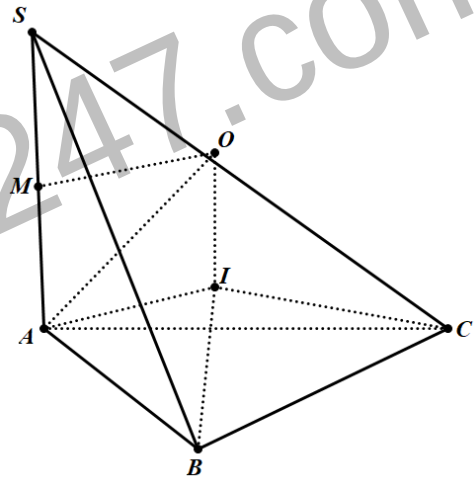
Qua I dựng đường thẳng song song với SA , cắt đường trung trực của SA tại O thì O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Gọi M là trung điểm của SA .

Ta có $OM = IA = a$; $AM = \frac{SA}{2} = a$ nên

$$OA = \sqrt{OM^2 + MA^2} = \sqrt{2}a.$$

$$R = \sqrt{2}a. \text{ Chọn B.}$$



Câu 6: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ACD') là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Đáp án

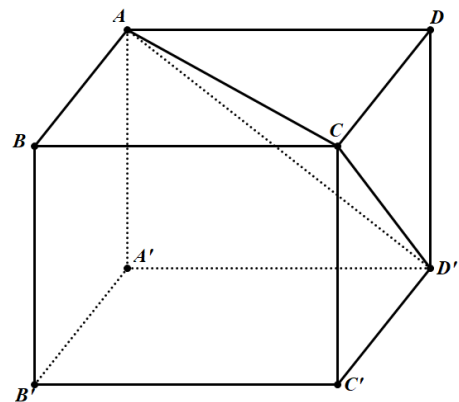
$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = \sqrt{3}a.$$

$$\text{Do đó } DA = \sqrt{3}a; DC = DD' = a$$

Tứ diện $DACD'$ vuông tại D nên ta có:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DD'^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{7}{3a^2}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{\frac{3}{7}}a = \frac{\sqrt{21}}{7}a. \text{ Chọn D.}$$



Câu 7: Nếu cạnh của một hình lập phương tăng lên gấp 3 lần thì thể tích của hình lập phương đó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 27.

B. 9.

C. 6.

D. 4.

Đáp án

$$V' = (3a)^3 = 3^3 \cdot a^3 = 27V. \text{ Chọn A.}$$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo góc (MN, SC) bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Đáp án

MN là đường trung bình của tam giác DAS nên $MN \parallel SA$.

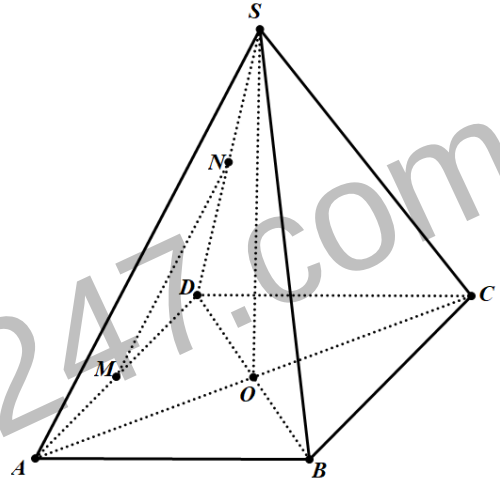
Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, vì $SA=SB=SC=SD$ nên $SO \perp (ABCD)$.

$$\text{Có } AC = \sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ nên}$$

$$\sin \angle ASO = \frac{AO}{SA} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \angle ASO = 45^\circ \quad \text{nên}$$

$$\angle ASC = 90^\circ.$$

Chọn C



Câu 9: Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 8π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

- A. $\frac{4\pi}{9}$. B. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{16\pi\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$.

Đáp án

Gọi bán kính đường tròn đáy là r . Vì thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông nên chiều cao hình trụ là $2r$. Ta có: $S_p = 2S_d + S_{xq} = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot 2r = 6\pi r^2$.

$$\text{Theo đề bài: } S_p = 8\pi \Rightarrow r^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow r = \frac{2\sqrt{3}}{3}; V = \pi r^2 h = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3 = 2\pi \cdot \frac{8\sqrt{3}}{9} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{9}.$$

Chọn C.

Câu 10: Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0 \quad \forall x \in (a; b)$.
 B. Nếu $f'(x) \geq 0 \quad \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (a; b)$.
 D. Nếu $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.

Đáp án – Chọn D.

Câu 11: Cho hình hộp đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, đường thẳng DB_1 tạo với mặt phẳng (BCC_1B_1) góc 30° . Tính thể tích khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $8a^3\sqrt{2}$.

D. a^3 .

Đáp án

Hình chiếu vuông góc của D xuống mặt phẳng (BCC_1B_1) là điểm C . Theo đề bài, ta có $\angle DB_1C = 30^\circ$.

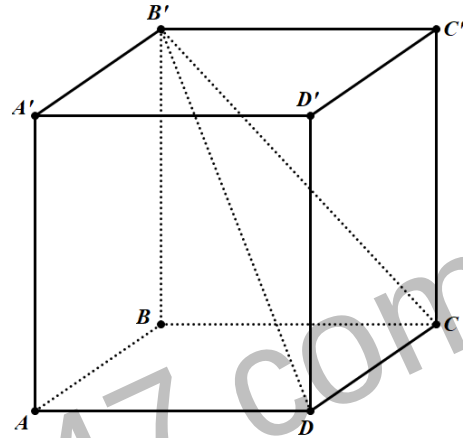
$$B_1C = DC \cdot \cot 30^\circ = 2a \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}a.$$

$$\Rightarrow BB_1 = \sqrt{B_1C^2 - BC^2} = \sqrt{12a^2 - 4a^2} = 2\sqrt{2}a$$

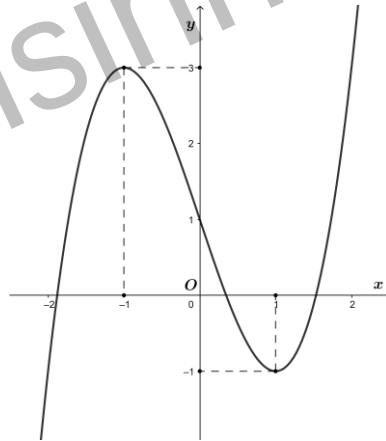
Do đó

$$V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = S_{ABCD} \cdot BB_1 = 2\sqrt{2}a \cdot 4a^2 = 8\sqrt{2}a^3.$$

Chọn C.



Câu 12: Đồ thị trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau



A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x - 1$.

D. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

Đáp án - Chọn A.

Câu 13: Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào là đường thẳng đi qua điểm $A(3;0)$ và tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x$?

A. $y = \frac{2}{5}x + \frac{7}{5}$.

B. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$.

C. $y = 6x - 18$.

D. $y = -6x + 18$.

Đáp án

Giả sử phương trình đường thẳng đó là $y = k(x-3)$. Đường thẳng tiếp xúc với đồ thị hàm số

$$y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x \text{ thì phương trình } \begin{cases} -\frac{1}{3}x^3 + 3x = k(x-3) \\ -x^2 + 3 = k \end{cases} \text{ có nghiệm. Từ } -x^2 + 3 = k, \text{ thế vào}$$

$$\text{phương trình đầu, ta có } -\frac{1}{3}x^3 + 3x = (-x^2 + 3)(x-3) \Leftrightarrow -x^3 + 9x = 3(-x^3 + 3x^2 + 3x - 9)$$

$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$ hoặc $x = 3$. Do đó $k = \frac{3}{4}$ hoặc $k = -6$. Chọn D.

Câu 14: Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\ln 3a = \ln 3 + \ln a$.

B. $\ln \frac{a}{3} = \frac{1}{3} \ln a$.

C. $\ln a^5 = \frac{1}{5} \ln a$.

D. $\ln(3+a) = \ln 3 + \ln a$.

Đáp án – Chọn A.

Câu 15: Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3.

B. 9.

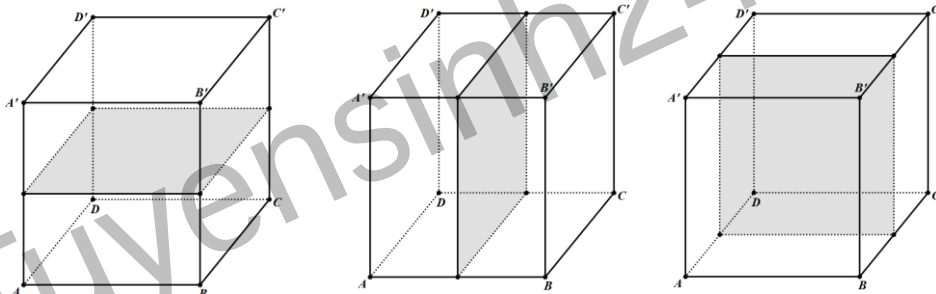
C. 6.

D. 4.

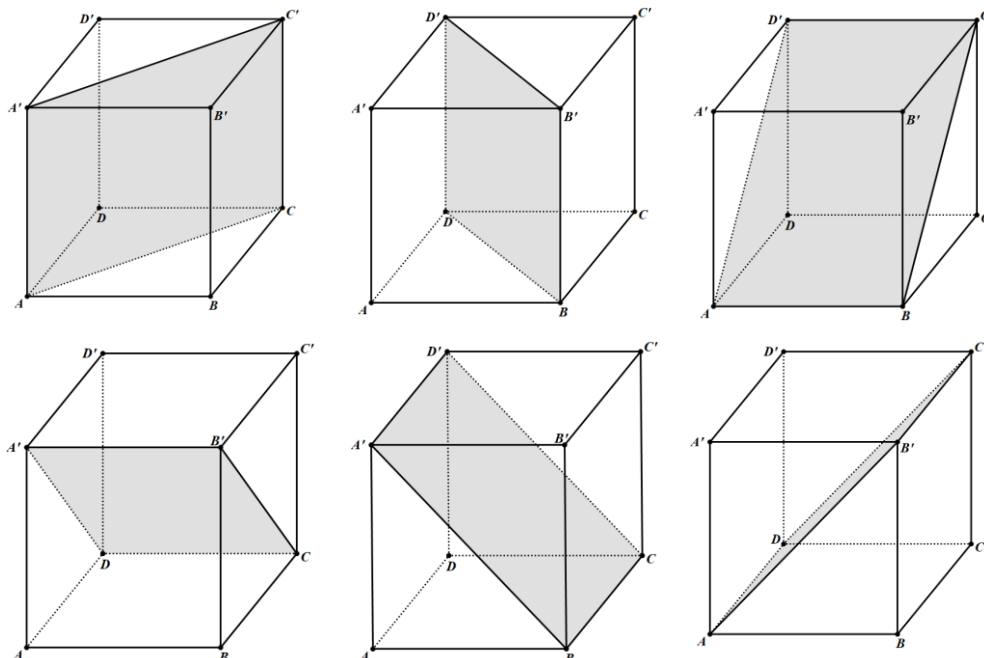
Đáp án

Hình lập phương có tất cả 9 mặt phẳng đối xứng gồm:

3 mặt phẳng chia hình lập phương thành 2 khối hộp chữ nhật



6 mặt phẳng chia hình lập phương thành 2 khối lăng trụ tam giác



Chọn B.

Câu 16: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ là

A. -25.

B. 3.

C. 7.

D. -20.

Đáp án

$$y' = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x^2 - 2x - 3) = 3(x+1)(x-3), \text{ từ đó } x_{CT} = 3 \text{ nên } y_{CT} = y(3) = -25.$$

Chọn A.

Câu 17: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $1 + \sin 2x - \cos 2x = 2\sqrt{2} \cos x \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. **B.** $1 + \sin 2x - \cos 2x = 2 \cos x \cdot (\sin x - \cos x)$.

C. $1 + \sin 2x - \cos 2x = 2\sqrt{2} \sin x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. **D.** $1 + \sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2} \cos x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Đáp án

$$1 + \sin 2x - \cos 2x = 2 \sin x \cos x + 2 \sin^2 x = 2 \sin x (\sin x + \cos x) = 2\sqrt{2} \sin x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$$

Chọn C.

Câu 18: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_5 x$. **B.** $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. **C.** $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$. **D.** $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$.

Đáp án – Chọn D. (chú ý rằng $\frac{e}{3} < 1$)

Câu 19: Gọi E là tập hợp các số tự nhiên gồm 3 chữ số phân biệt từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên 2 số khác nhau từ tập hợp E . Tính xác suất để 2 số được chọn có đúng 1 số có chữ số 5.

A. $\frac{7}{22}$. **B.** $\frac{5}{63}$. **C.** $\frac{144}{295}$. **D.** $\frac{132}{271}$.

Đáp án

Số phần tử của tập hợp E : $|E| = A_5^3 = 60$ (phần tử).

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{60}^2 = 1770$.

Số số thuộc E có chữ số 5 là: $C_4^2 \cdot 3! = 36$ (số).

Số số thuộc E không có chữ số 5 là: $60 - 36 = 24$ (số).

Số trường hợp thỏa mãn là: $36 \cdot 24 = 864$.

Xác suất cần tính: $P = \frac{864}{1770} = \frac{144}{295}$. Chọn C.

Câu 20: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $+\infty$. **D.** 0 .

Đáp án

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-x-1)}{x(\sqrt{1-x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{\sqrt{1-x}+1} = -\frac{1}{2}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 21: Khoảng cách từ điểm $M(3; -4)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 1 = 0$ bằng

- A. $\frac{8}{5}$. B. $\frac{24}{5}$. C. 5. D. $\frac{7}{5}$.

Đáp án

$$d_{M/\Delta} = \frac{|3 \cdot 3 - 4 \cdot (-4) - 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{24}{5}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 22: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log a = x$, $\log b = y$. Tính $P = \log(a^2 b^3)$.

- A. $P = 6xy$. B. $P = x^2 y^3$. C. $P = x^2 + y^3$. D. $P = 2x + 3y$.

Đáp án

$$\log(a^2 b^3) = \log(a^2) + \log(b^3) = 2\log a + 3\log b = 2x + 3y. \text{ Chọn D.}$$

Câu 23: Trong khoảng $(-\pi; \pi)$, phương trình $\sin^6 x + 3\sin^2 x \cos x + \cos^6 x = 1$ có

- A. 4 nghiệm. B. 1 nghiệm. C. 3 nghiệm. D. 2 nghiệm.

Đáp án

$$\text{Ta có: } \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x.$$

Do đó phương trình tương đương với:

$$3\sin^2 x \cos x - 3\sin^2 x \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x \cos x (1 - \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases}.$$

Về đường tròn đơn vị ra, ta thấy phương trình có 3 nghiệm trên $(-\pi; \pi)$ $\left(-\frac{\pi}{2}; 0; \frac{\pi}{2}\right)$

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y = (2-x)^{\sqrt{3}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 2]$.

Đáp án

Hàm số xác định khi và chỉ khi $2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$. Chọn C.

Câu 25: Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

- A. $V = 18\pi$. B. $V = 54\pi$. C. $V = 108\pi$. D. $V = 36\pi$.

Đáp án

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 18\pi.$$

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{2^x}{\ln 2} - 2x + 3$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$. B. Hàm số có giá trị cực tiểu là $y = \frac{2}{\ln 2} + 1$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số đạt cực trị tại $x = 1$.

Đáp án

$y' = 2^x - 2$, $\forall x \in (0; 1)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$. Chọn A.

Câu 27: Trong các số tự nhiên từ 100 đến 999 có bao nhiêu số mà các chữ số của nó tăng dần hoặc giảm dần.

- A. 168. B. 204. C. 216. D. 120.

Đáp án

Với 3 chữ số khác nhau thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, ta viết được 2 số có 3 chữ số theo thứ tự tăng dần hoặc giảm dần ($\overline{abc}$ với $a > b > c$ hoặc $a < b < c$), có $2 \cdot C_9^3 = 168$ số

Với 2 chữ số khác nhau thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ và 1 chữ số 0, ta viết được 1 số theo thứ tự tăng dần hoặc giảm dần ($\overline{ab0}$ với $a > b > 0$), có $C_9^2 = 36$ số.

Vậy có tất cả $168 + 36 = 204$ (số).

Câu 28: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$ lần lượt là:

- A. 6 và -12. B. 6 và -13. C. 5 và -13. D. 6 và -31.

Đáp án

$$f'(x) = -8x^3 + 8x = -8x(x^2 - 1) = -8x(x - 1)(x + 1).$$

Xét $f(0) = 3$, $f(1) = 5$ và $f(2) = -13$, chọn C

Câu 29: Giá trị của m để phương trình $x^4 - 8x^2 + 3 - 4m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt là

- A. $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$. B. $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$. C. $m \leq \frac{3}{4}$. D. $m \geq -\frac{13}{4}$.

Đáp án

Đặt $x^2 = t$, phương trình tương đương với $t^2 - 8t + 3 - 4m = 0$ (1).

Để phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt thì (1) có 2 nghiệm t dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 3 - 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 3 + 4m > 0 \\ m < \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 30: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) = 0$ bằng

- A. 6. B. 7. C. 13. D. 5.

Đáp án

Phương trình tương đương với $x^2 - 5x + 7 = 0$, tổng các nghiệm của phương trình này là 5 (theo định lý Vi-et). Chọn D.

Câu 31: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Đáp án – Chọn D.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết

$SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

- A. 30° .
- B. 60° .
- C. 75° .
- D. 45° .

Đáp án

Góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\angle SCA$; $\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ nên $\angle SCA = 30^\circ$. Chọn A.

Câu 33: Phương trình $2^{x-2} = 3^{x^2+2x-8}$ có một nghiệm dạng $x = \log_a b - 4$ với a, b là các số nguyên dương thuộc khoảng $(1; 5)$. Khi đó $a + 2b$ bằng

- A. 6.
- B. 14.
- C. 9.
- D. 7.

Đáp án

Phương trình tương đương với

$$(x-2)\log_3 2 = x^2 + 2x - 8 \Leftrightarrow (x-2)\log_3 2 = (x-2)(x+4) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \log_3 2 - 4 \end{cases}$$

Vậy $a = 3; b = 2$ nên $a + 2b = 7$. Chọn D.

Câu 34: Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $x = 1; y = -2$.
- B. $x = 1; y = 2$.
- C. $x = 1; y = 0$.
- D. $x = -1; y = 2$.

Đáp án – Chọn B.

Câu 35: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = \log_2(2x)$ là

- A. $S = \left\{ \frac{1+\sqrt{2}}{2} \right\}$.
- B. $S = \{1+\sqrt{2}\}$.
- C. $S = \{1+\sqrt{2}; 1-\sqrt{2}\}$.
- D. $S = \{2; 4\}$.

Đáp án

$$\log_2(x^2 - 1) = \log_2(2x) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 2x \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 1 = 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{2}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 36: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^3(x+2)$. Số cực trị của hàm số là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Đáp án

Hàm số có 2 điểm cực trị là $x = -1$ và $x = -2$. Chú ý rằng $f'(0) = 0$ nhưng $f'(x)$ không đổi dấu khi đi qua điểm $x = 0$ nên $x = 0$ không là cực trị của hàm số. Chọn C.

Câu 37: Số hạng không chứa x trong khai triển $P(x) = \left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5$ ($x \neq 0$) là số hạng thứ

- A. 3. B. 6. C. 4. D. 5.

Đáp án

$P(x) = \sum_{k=0}^5 C_5^k (x^3)^{5-k} \cdot (-1)^k (x^{-2})^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot (-1)^k \cdot x^{15-5k}$. Số hạng không chứa x ứng với $k = 3$, số hạng này là số hạng thứ 4. Chọn C.

Câu 38: Cho x, y là những số thực thỏa mãn $x^2 - xy + y^2 = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{x^4 + y^4 + 1}{x^2 + y^2 + 1}$. Giá trị của $A = M + 15m$ là

- A. $A = 17 - 2\sqrt{6}$. B. $A = 17 - \sqrt{6}$. C. $A = 17 + \sqrt{6}$. D. $A = 17 + 2\sqrt{6}$.

Đáp án

Đặt $xy + 2 = t$, ta có $x^2 + y^2 = 1 + xy = t - 1$.

$$(x - y)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy \Rightarrow t - 1 \geq 2(t - 2) \Rightarrow t \leq 3.$$

$$(x + y)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy \geq 0 \Rightarrow t - 1 + 2(t - 2) \geq 0 \Rightarrow t \geq \frac{5}{3}.$$

Các dấu bằng đều xảy ra nên $t \in \left[\frac{5}{3}; 3\right]$.

Ta có: $x^2 + y^2 + 1 = 2 + xy = 2 + (t - 2) = t$;

$$x^4 + y^4 + 1 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 + 1 = (t - 1)^2 - 2(t - 2)^2 + 1 = -t^2 + 6t - 6.$$

Do đó $P = -t + 6 - \frac{6}{t}$; xét hàm $f(t) = -t - \frac{6}{t} + 6$ có $f'(t) = -1 + \frac{6}{t^2} = \frac{(\sqrt{6} - t)(\sqrt{6} + t)}{t^2}$.

$f\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{11}{15}$; $f(3) = 1$; $f(\sqrt{6}) = 6 - 2\sqrt{6}$. Do đó $m = \min_{t \in \left[\frac{5}{3}; 3\right]} P = \frac{11}{15}$; $M = \max_{t \in \left[\frac{5}{3}; 3\right]} P = 6 - 2\sqrt{6}$

$A = M + 15m = 17 - 2\sqrt{6}$. Chọn A.

Câu 39: Cho biểu thức $P = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$ với x, y khác 0. Giá trị nhỏ nhất của P bằng

- A. -2. B. 0. C. -1. D. 1.

Đáp án

$$P+1 = \frac{2xy}{x^2+y^2} + 1 = \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} \geq 0 \text{ nên } P \geq -1. \text{ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } x = -y \neq 0.$$

Câu 40: Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) và các hệ số thỏa mãn $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Hệ số lớn nhất là

- A. 126720. B. 1293600. C. 729. D. 924.

Đáp án

Bước 1: Tìm n

Cách 1: Từ $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, thay $x = \frac{1}{2}$ vào, ta được

$$(1+1)^n = a_0 + a_1 \frac{1}{2} + a_2 \frac{1}{2^2} + \dots + a_n \frac{1}{2^n} = 4096 \Rightarrow n=12.$$

Cách 2: $(1+2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k 2^k x^k \Rightarrow a_k = C_n^k \cdot 2^k$ ($k=0;1;2;\dots;n$).

Theo đề bài, ta có $\sum_{k=0}^n \frac{a_k}{2^k} = 4096 \Leftrightarrow \sum_{k=0}^n C_n^k = 4096$.

Chú ý rằng $2^n = (1+1)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k$, do đó $2^n = 2^{12} \Rightarrow n=12$. Vậy $a_k = C_{12}^k \cdot 2^k$.

Bước 2: Tìm hệ số lớn nhất

$a_0=1$; $a_{12}=2^{12}$. Xét $i \in \mathbb{N}$, $1 \leq i \leq 11$. Ta có:

$$\begin{aligned} a_i - a_{i-1} &= C_{12}^i \cdot 2^i - C_{12}^{i-1} \cdot 2^{i-1} = 2^{i-1} (2C_{12}^i - C_{12}^{i-1}) \\ &= 2^{i-1} \cdot \left(2 \cdot \frac{12!}{i!(12-i)!} - \frac{12!}{(i-1)!(13-i)!} \right) = \frac{2^{i-1} \cdot 12!}{(i-1)!(12-i)!} \left(\frac{2}{i} - \frac{1}{13-i} \right) = \frac{2^{i-1} \cdot 12!}{(i-1)!(12-i)!} \cdot \frac{26-3i}{i(13-i)} \end{aligned}$$

Do đó $a_i > a_{i-1} \Leftrightarrow 26-3i > 0 \Leftrightarrow i < \frac{26}{3} \Leftrightarrow i \leq 8$; $a_i < a_{i-1} \Leftrightarrow 26-3i < 0 \Leftrightarrow i \geq 9$.

Vậy $a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_7 < a_8$ và $a_8 > a_9 > a_{10} > a_{11} > a_{12}$ nên hệ số lớn nhất là $a_8 = C_{12}^8 \cdot 2^8 = 126720$. Chọn A.

Nhận xét: Với bài toán này giá trị n khá nhỏ ($n=12$) nên ta hoàn toàn có thể thử bằng máy tính bởi chức năng TABLE, nhập hàm $f(x) = C_{12}^x \cdot 2^x$, START $x=0$, END $x=12$ và STEP 1

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2}{2} - mx + \ln(x-1)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Đáp án

Hàm số luôn xác định trên $(1; +\infty)$, có $y' = x - m + \frac{1}{x-1} = x + \frac{1}{x-1} - m$.

Với $x > 1$, áp dụng BĐT AM-GM:

$$x + \frac{1}{x-1} - m = x - 1 + \frac{1}{x-1} - m + 1 \geq 2\sqrt{(x-1)\frac{1}{x-1}} - m + 1 = -m + 3$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 2$ (thỏa mãn).

Vậy $\min_{(1;+\infty)} y' = 3 - m$, hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0$

$\forall x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow \min_{(1;+\infty)} y' \geq 0 \Leftrightarrow 3 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$. Mà $m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow m \in \{1; 2; 3\}$. Chọn C.

Nhận xét: Có thể tìm GTNN của hàm y' bằng việc khảo sát hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$

Có $f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$, ta có bảng biến thiên hàm $f(x)$ trên $(1;+\infty)$ như sau:

x	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$	3	$+\infty$

$$\min_{(1;+\infty)} f(x) = 3 \Rightarrow \min_{(1;+\infty)} y' = 3 - m.$$

Câu 42: Hàm số $y = \frac{x-2}{x+m-3}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ khi

- A. $m < 1$. B. $m = 1$. C. $m \geq 3$. D. $m \neq 1$.

Đáp án

$$y' = \frac{m-3+2}{(x+m-3)^2} = \frac{m-1}{(x+m-3)^2}. \text{ Hàm số đồng biến trên } (0;+\infty) \text{ khi và chỉ khi}$$

$$\begin{cases} m-1 > 0 \\ x+m-3 \neq 0 \quad \forall x \in (0;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 3-m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3. \text{ Chọn C.}$$

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = \ln 2018 - \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$. Tính $S = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2017)$.

- A. $\frac{4035}{2018}$. B. 2017. C. $\frac{2016}{2017}$. D. $\frac{2017}{2018}$.

Đáp án

$$f'(x) = -\frac{x}{x+1} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.$$

$$\text{Do đó } S = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018} = 1 - \frac{1}{2018} = \frac{2017}{2018}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 44: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác vector không và thỏa mãn: $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với vector $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{m} = 5\vec{a} - 3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{n} = -2\vec{a} + 7\vec{b}$. Tính góc tạo bởi hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .

Đáp án

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow (\vec{a} + \vec{b})(2\vec{a} - 3\vec{b}) = 0 \Rightarrow 2\vec{a}^2 - 3\vec{b}^2 = \vec{a} \cdot \vec{b} \quad (1).$$

$$\vec{m} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow (5\vec{a} - 3\vec{b})(-2\vec{a} + 7\vec{b}) = 0 \Rightarrow 10\vec{a}^2 + 21\vec{b}^2 = 41\vec{a} \cdot \vec{b} \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \vec{a}^2 = 2\vec{b}^2 \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{2}|\vec{b}| \Rightarrow |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = \sqrt{2}|\vec{b}|^2 = \sqrt{2}\vec{b}^2.$$

$$\text{Từ (1) ta lại có } \vec{a} \cdot \vec{b} = 2.2\vec{b}^2 - 3\vec{b}^2 = \vec{b}^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|. \text{ Do đó } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ nên góc hợp}$$

bởi hai vectơ bằng 45° . Chọn B.

Câu 45: Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 6x^2 + (m-2)x + 11$ có hai điểm cực trị trái dấu là

- A. $(-\infty; 38)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $(2; 38)$.

Đáp án

$$y' = x^2 - 12x + (m-2). \text{ Hàm số có 2 điểm cực trị trái dấu khi và chỉ khi } m-2 < 0 \Leftrightarrow m < 2.$$

Chọn B.

Câu 46: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ hộp ít nhất (diện tích toàn phần của lon nhỏ nhất). Bán kính đáy của vỏ lon là bao nhiêu khi muốn thể tích của lon là 314 cm^3 .

- A. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{4\pi}} \text{ cm}$. B. $r = 942\sqrt[3]{2\pi} \text{ cm}$. C. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{2\pi}} \text{ cm}$. D. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{\pi}} \text{ cm}$.

Đáp án

Gọi bán kính đáy của vỏ lon là $x \text{ (cm)}$ ($x > 0$)

$$\text{Theo đề bài, thể tích của lon là } 314 \text{ cm}^3 \text{ nên chiều cao của lon là } h = \frac{314}{\pi x^2}.$$

$$\text{Diện tích toàn phần của lon: } S_{\text{toàn phần}} = 2S_{\text{đáy}} + S_{\text{xung quanh}} = 2\pi x^2 + 2\pi x \cdot h = 2\pi \left(x^2 + \frac{314}{\pi x} \right).$$

$$\text{Áp dụng BĐT AM-GM: } x^2 + \frac{314}{2\pi x} + \frac{314}{2\pi x} \geq 3\sqrt[3]{\left(\frac{314}{2\pi}\right)^2} \Rightarrow S_{\text{toàn phần}} \geq 2\pi \cdot 3\sqrt[3]{\left(\frac{314}{2\pi}\right)^2}.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } x^2 = \frac{314}{2\pi x} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{314}{2\pi}}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 47: Tập hợp các giá trị m để hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ có tiệm cận đứng là:

- A. $\left\{ \frac{7}{2} \right\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{7}{2} \right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{7}{2} \right\}$.

Đáp án

Hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ có tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $mx^2 + 6x - 2 = 0$

không có nghiệm $x = -2 \Leftrightarrow m \cdot (-2)^2 + 6 \cdot (-2) - 2 \neq 0 \Leftrightarrow 4m - 14 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{7}{2}$. Chọn D.

Câu 48: Một người gửi 50 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8,4% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó được lĩnh số tiền không ít hơn 80 triệu đồng (cả vốn ban đầu lẫn lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

A. 4 năm.

B. 7 năm.

C. 5 năm.

D. 6 năm.

Đáp án

Số tiền người đó thu được sau n năm: $P = A(1+r)^n = 50(1+8,4\%)^n$ (triệu đồng)

$P \geq 80 \Leftrightarrow 1,084^n \geq \frac{8}{5} \Leftrightarrow n \geq \log_{1,084} \frac{8}{5} \approx 5,83$. Chọn D.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 2018]$ để hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y + m = 0 \\ \sqrt{xy} + y = 1 \end{cases} \text{ có nghiệm?}$$

A. 2016.

B. 2018.

C. 2019.

D. 2017.

Đáp án

$$\text{Ta có: } \sqrt{xy} + y = 1 \Leftrightarrow \sqrt{xy} = 1 - y \Leftrightarrow \begin{cases} xy = (1 - y)^2 \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1 - 2y + y^2 \\ y \leq 1 \end{cases} \quad (1)$$

Nếu $y = 0$, hiển nhiên không thỏa mãn hệ.

$$\text{Nếu } y \neq 0, (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{y} - 2 + y \\ y \leq 1 \end{cases}.$$

$$\text{Thế vào } x - y + m = 0, \text{ ta có } \frac{1}{y} - 2 + y - y + m = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{y} = 2 - m \quad (2).$$

Để hệ có nghiệm thì (2) có nghiệm $y \in (-\infty; 1] \setminus \{0\}$. Xét hàm $f(y) = \frac{1}{y}$ có

$f'(y) = -\frac{1}{y^2} < 0$ với mọi $y \in (-\infty; 1] \setminus \{0\}$ nên ta có bảng biến thiên hàm $f(y)$ như sau:

y	$-\infty$	0	1
$f'(y)$		$-$	$-$
$f(y)$	0	$+\infty$	1

Dựa vào bảng biến thiên trên, ta thấy (2) có nghiệm $y \in (-\infty; 1] \setminus \{0\}$ khi và chỉ khi $\begin{cases} 2-m < 0 \\ 2-m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m \leq 1 \end{cases}$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [0; 2018]$ nên $m \in \{0; 1; 3; 4; 5; 6; \dots; 2018\}$, chọn B.

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $9.9^{x^2-2x} - (2m+1)15^{x^2-2x+1} + (4m-2)5^{2x^2-4x+2} = 0$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

A. $\frac{1}{2} < m < 1$.

B. $m > \frac{3+\sqrt{6}}{2}$ hoặc $m < \frac{3-\sqrt{6}}{2}$.

C. $m > 1$ hoặc $m < \frac{1}{2}$.

D. $\frac{3-\sqrt{6}}{2} < m < \frac{3+\sqrt{6}}{2}$.

Đáp án

$$9.9^{x^2-2x} - (2m+1)15^{x^2-2x+1} + (4m-2)5^{2x^2-4x+2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 9^{x^2-2x+1} - (2m+1).15^{x^2-2x+1} + (4m-2).5^{2x^2-4x+2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(3^{(x-1)^2}\right)^2 - (2m+1).3^{(x-1)^2}.5^{(x-1)^2} + (4m-2).\left(5^{(x-1)^2}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2}\right]^2 - (2m+1).\left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2} + 4m-2 = 0 \quad (1)$$

Đặt $\left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2} = t$, (1) $\Leftrightarrow t^2 - (2m+1)t + 4m-2 = 0 \Leftrightarrow (t-2)(t-2m+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 2m-1 \end{cases}$.

Chú ý rằng với $t = 2 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2} = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = \log_{\frac{3}{5}} 2$, mà $\log_{\frac{3}{5}} 2 < 0$ và $(x-1)^2 \geq 0$ nên phương trình này vô nghiệm.

Do đó (1) $\Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2} = 2m-1$ (2)

Xét hàm $f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2}$ có $f'(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2} \cdot \ln\left(\frac{3}{5}\right) \cdot 2(x-1)$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên hàm số $f(x)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
t'	+	0	-
t	0	1	0

Dựa vào bảng biến thiên hàm $f(x)$, ta thấy để phương trình (1) có 2 nghiệm thực x phân biệt thì phương trình (2) phải có duy nhất 1 nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$, nghiệm còn lại (nếu

có) khác 1. Số nghiệm của (2) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2}$ và đường thẳng $y = 2m - 1$ nên điều kiện của m thỏa mãn là $0 < 2m - 1 < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1$. Chọn A.

Tuyensinh247.com