TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẮC NINH

TỔ TOÁN TIN

Mã đề: 101

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1

NĂM HỌC: 2018 - 2019

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút.

1D	**11A**	**21A**	**31C**	**41D**
2D	**12A**	**22C**	**32C**	**42D**
3D	**13D**	**23B**	**33B**	**43D**
4C	**14B**	**24A**	**34B**	**44B**
5B	**15C**	**25A**	**35A**	**45C**
6B	**16C**	**26D**	**36D**	**46D**
7B	**17A**	**27A**	**37A**	**47C**
8A	**18C**	**28D**	**38A**	**48B**
9D	**19D**	**29A**	**39D**	**49B**
10C	**20B**	**30D**	**40D**	**50B**

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

+) Tính đạo hàm của hàm số.

+) Khảo sát hàm số và vẽ BBT hoặc bấm máy nhờ chức năng MODE 7.

+) Hàm số đồng biến $\Leftrightarrow y' \ge 0$.

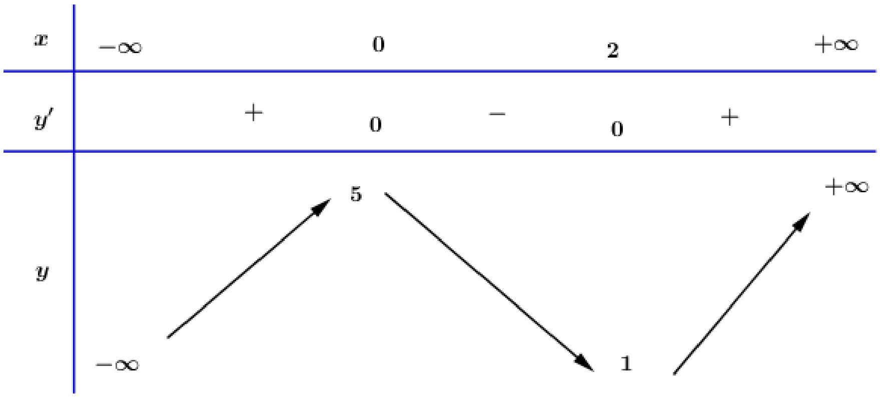
+) Sau đó kết luận các khoảng đồng biến.

Cách giải:

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Ta có BBT:



Từ BBT ta thấy hàm số đồng biến trong $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Chọn D.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

+) Cấp số cộng có số hạng tổng quát: $U_n = U_1 + (n-1)d$ với U_1 là số hạng đầu và d là công sai.

Cách giải:

+) Đáp án A có: $u_1 = 1^1 + 1 = 2;\ u_2 = 2^2 + 1 = 5;\ u_3 = 3^2 + 1 = 10 \Rightarrow$ dãy số không phải là cấp số cộng.

+) Đáp án B có: $u_1 = 2; u_2 = 4; u_3 = 8 \Rightarrow$ dãy số không phải là cấp số cộng.

+) Đáp án C có: $u_1 = \sqrt{2}, u_2 = \sqrt{3}, u_3 = 2 \Rightarrow$ dãy số không phải là cấp số cộng.

+) Đáp án D có: $u_1 = -1; u_2 = 1; u_3 = 3 \Rightarrow$ dãy số là cấp số cộng với công sai là 2.

Chọn D.

Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng các công thức cơ bản của đạo hàm và công thức đạo hàm của hàm phân thức.

Đạo hàm các hàm số ở từng đáp án để chọn đáp án đúng.

Cách giải:

+) Đáp án A: $y' = \left(\dfrac{2x^2-2}{x^3}\right)' = \dfrac{4x.x^3 - 3x^2(2x^2-2)}{x^6} = \dfrac{4x^2 - 6x^2 + 6}{x^3} = \dfrac{-2x^2+6}{x^3} \Rightarrow$ loại đáp án A.

+) Đáp án B: $y' = \left(\dfrac{x^3+1}{x}\right)' = \left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)' = 2x - \dfrac{1}{x^2} \Rightarrow$ loại đáp án B.

+) Đáp án C: $y'=\left(\frac{3x^3+3x}{x}\right)'=\left(3x^2+3\right)'=6x\Rightarrow$ loại đáp án C.

+) Đáp án D: $y'=\left(\frac{x^3+5x-1}{x}\right)'=\left(x^2+5-\frac{1}{x}\right)'=2x+\frac{1}{x^2}\Rightarrow$ chọn đáp án D.

Chọn D.

Câu 4 (NB):

Phương pháp:

Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y'=f'(x)$. Khi đó phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0;y_0)$ có công thức: $y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$.

Cách giải:

Khi đó phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0;y_0)$ có công thức: $y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$.

Chọn C.

Câu 5 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng các quy tắc tính giới hạn của hàm số khi $x\to\infty$ để làm bài.

Cách giải:

Chia cả tử và mẫu của biểu thức cho $x>0$ ta được:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+2}-2}{x-2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}-\frac{2}{x}}{1-\frac{2}{x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{1+0}-0}{1-0}=1.$$

Do $\lim_{x\to+\infty}\frac{2}{x^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2}{x}=0.$

Chọn B.

Câu 6 (NB):

Phương pháp:

+) Sử dụng ứng dụng của chỉnh hợp và tổ hợp để làm bài.

Cách giải:

Chọn bất kì 3 phần tử của tập S ta có C_{20}^3 cách chọn.

Như vậy ta có thể có C_{20}^3 tập con gồm 3 phần tử lấy từ tập S.

Chọn B.

Câu 7 (TH):

Phương pháp:

Dựa vào hình dáng của đồ thị hàm số để nhận xét tính đơn điệu của hàm số sau đó loại trừ các đáp án và chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên R và đi qua điểm $(1;3)$.

+) Đáp án A có: $y' = 6x^2 - 2x + 6 = (x-1)^2 + 5x^2 + 6 > 0 \ \forall x \in R \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên R.

Thay $x = 1$ vào hàm số ta được: $y(1) = 8 \neq 3 \Rightarrow$ loại đáp án A.

+) Đáp án B có: $y' = 6x^2 - 12x + 6 = 6(x-1)^2 \geq 0 \ \forall x \in R \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên R.

Thay $x = 1$ vào hàm số ta được: $y(1) = 3 \Rightarrow$ chọn đáp án B.

+) Đáp án C không đúng vì $y(1) = -9 \neq 3$.

+) Đáp án D không đúng vì $y(1) = -13 \neq 3$.

Chọn B.

Câu 8 (NB):

Phương pháp:

+) Đường thẳng $x = a$ được gọi là TCĐ của đồ thị hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty$.

Hoặc $x = a$ là nghiệm của mẫu số và không là nghiệm của tử số của hàm số $y = f(x)$.

+) Đường thẳng $y = b$ được gọi là TCN của đồ thị hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = b$.

Cách giải:

TXĐ: $D = R \backslash \{1\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2x-3}{x-1} = 2 \Rightarrow y = 2$ là TCN của đồ thị hàm số.

Có $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ và $x = 1$ không là nghiệm của tử số.

$\Rightarrow x = 1$ là TCĐ của đồ thị hàm số.

Chọn A.

Câu 9 (NB):

Phương pháp:

+) Sử dụng quy tắc nhân để làm bài toán.

Cách giải:

Chọn 3 bông hồng đủ 3 màu ta có:

+) Chọn 1 bông hồng màu đỏ có 7 cách chọn.

+) Chọn 1 bông hồng màu vàng có 8 cách chọn.

+) Chọn 1 bông hồng màu trắng có 10 cách chọn.

Như vậy có: $7.8.10 = 560$ cách chọn.

Chọn D.

Câu 10 (TH):

Phương pháp:

Cách 1: Phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ -\dfrac{b}{a} > 0 \\ \dfrac{c}{a} > 0 \end{cases}$.

Cách 2: Bấm máy tính.

Cách giải:

Cách 1: Phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ -\dfrac{b}{a} > 0 \\ \dfrac{c}{a} > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \neq 0 \\ m^2 - (m-2)(m+3) > 0 \\ \dfrac{2m}{m-2} > 0 \\ \dfrac{m+3}{m-2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m^2 - m^2 - m + 6 > 0 \\ \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < 0 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m < 6 \\ \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < 0 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 < m < 6 \\ m < -3 \end{array}\right..$$

Cách 2: Thử bằng máy tính với từng giá trị tương ứng của m ở mỗi đáp án sau đó chọn đáp án đúng.

+) Thử với $m = 8$. Nếu thỏa mãn $\Rightarrow$ chọn đáp án A đúng.

+) $m = 8$ không thỏa mãn $\Rightarrow$ loại đáp án A.

+) Thử với $m = 1$. Nếu thỏa mãn $\Rightarrow$ chọn D. Nếu không thỏa mãn loại đáp án B và D.

+) Để chắc chắn đáp án C đúng, ta thử với $m = -4$.

Chọn C.

Câu 11 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng các định lý của đường thẳng song song và đường thẳng vuông góc.

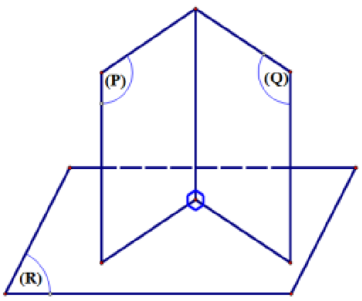
+) Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.

+) Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

+) Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đó) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Cách giải:

Đáp án A sai vì: Hai mặt phẳng có thể cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba nhưng chúng không song song với nhau.



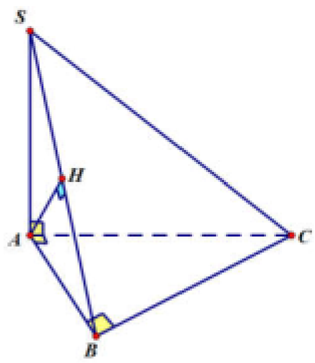
Chọn A.

Câu 12 (TH):

Phương pháp:

+) Sử dụng các định lý đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, chứng minh và loại trừ từng đáp án.

Cách giải:



Theo đề bài ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC \Rightarrow$ đáp án C đúng.

Ta có: ΔABC vuông tại $B \Rightarrow BC \perp BA$.

Lại có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$.

$\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow$ đáp án B đúng.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AH \ \ (cmt) \\ AH \perp SB \ \ (gt) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC \Rightarrow$ đáp án D đúng.

Chọn A.

Câu 13 (TH):

Phương pháp:

+) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = f'(x)$. Khi đó phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0; y_0)$ có công thức: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0) \Leftrightarrow y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$.

+) Cho hệ số góc của tiếp tuyến tại $M(x_0; y_0)$ là $k \Rightarrow f'(x_0) = k$.

Cách giải:

Gọi $M(x_0; y_0)$ là một điểm thuộc đồ thị hàm số (C).

Ta có: $y' = x^2 + 6x$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M có hệ số góc là $k = -9$ nên ta có:

$$\begin{aligned} & f'(x_0) = -9 \Leftrightarrow x_0^2 + 6x_0 = -9 \\ & \Leftrightarrow x_0^2 + 6x_0 + 9 = 0 \\ & \Leftrightarrow x_0 = -3 \\ & \Rightarrow y_0 = y(-3) = 16. \end{aligned}$$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(-3;16)$ là: $y - 16 = -9(x + 3)$.

Chọn D.

Câu 14 (TH):

Phương pháp:

Ta có thể tích tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = a,\ OB = b, OC = c$ là: $V = \frac{1}{6}abc$.

Cách giải:

Ta có: $\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC)$

$SB \perp SC \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại S.

Khi đó ta có: $V_{A.SBC} = \frac{1}{3}SA.S_{SBC} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}SA.SB.SC = \frac{1}{6}.3a.4a.5a = 10a^3$.

Chọn B.

Câu 15 (TH):

Phương pháp:

+) Sử dụng các định lý về tứ diện đều để chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Ta có định nghĩa: Tứ diện đều là tứ diện có 4 mặt là 4 tam giác đều.

+) Đáp án A sai vì tứ diện đều có 6 cạnh bằng nhau.

+) Đáp án B sai vì hình chóp tam giác đều có thể là hình chóp có các cạnh bên bằng nhau và không bằng cạnh đáy.

+) Đáp án D sai vì tứ diện có các cạnh bên bằng nhau và khác cạnh đáy chưa phải là tứ diện đều.

Chọn C.

Câu 16 (TH):

Phương pháp:

Hàm số $y=\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}$ xác định $\Leftrightarrow g\left(x\right)\ne 0.$

Cách giải:

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 1-\cos x\ne 0\Leftrightarrow \cos x\ne 1\Leftrightarrow x\ne k2\pi \ \left(k\in Z\right).$

Chọn C.

Câu 17 (TH):

Phương pháp:

Hàm số đồng biến trên $\left(a;b\right)\Leftrightarrow y'\ge 0\ \ \forall x\in \left(a;b\right).$

Cách giải:

Ta có: Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(a;b\right)\Rightarrow f'\left(x\right)\ge 0\ \forall x\in \left(a;b\right).$

+) Đáp án B: $y'=-f'\left(x\right)\Rightarrow y'<\forall x\in \left(a;b\right)\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $\left(a;b\right)\Rightarrow$ đáp án B đúng.

+) Đáp án C: $y'=f'\left(x\right)\Rightarrow y'\ge 0\ \forall x\in \left(a;b\right)\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\left(a;b\right)\Rightarrow$ đáp án C đúng.

+) Đáp án D: $y'=-f'\left(x\right)\Rightarrow y'<\forall x\in \left(a;b\right)\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $\left(a;b\right)\Rightarrow$ đáp án D đúng.

Chọn A.

Câu 18 (TH):

Phương pháp:

+) Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp và hàm lượng giác: $\left[\sin f\left(x\right)\right]'=f'\left(x\right).\cos f\left(x\right)$.

Cách giải:

Ta có:

$$\left[\sin\left(\frac{3\pi}{2}-4x\right)\right]'=\left(\frac{3\pi}{2}-4x\right)'.\cos\left(\frac{3\pi}{2}-4x\right)=-4\cos\left(\frac{3\pi}{2}-4x\right)$$

$$=-4.\cos\left(\pi+\frac{\pi}{2}-4x\right)=-4.\left[-\cos\left(\frac{\pi}{2}-4x\right)\right]=-4\left(-\sin 4x\right)=4\sin 4x.$$

Chọn C.

Câu 19 (TH):

Phương pháp:

TXĐ của hàm số $y=\cos x$ là $\left[-1;1\right]$.

Cách giải:

Phương trình $\cos x-m=0\Leftrightarrow\cos x=m$ vô nghiệm $\Leftrightarrow m\notin\left[-1;1\right]\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>1\end{array}\right.$.

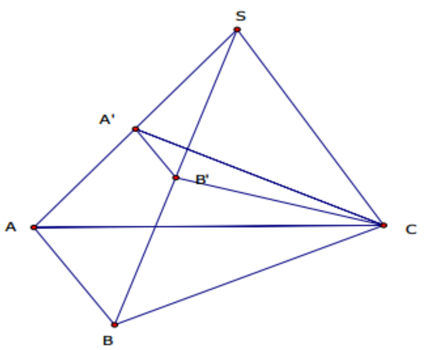
Chọn D.

Câu 20 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng tỉ số thể tích: Cho tứ diện $SABC, A'\in SA, B'\in SB, C'\in SC$. Khi đó ta có:

$$\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}.$$



Cách giải:

Theo đề bài ta có:

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.1=\frac{1}{4}.$$

Chọn B.

Câu 21 (TH):

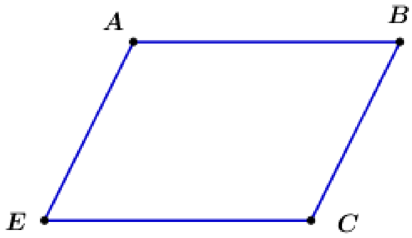
Phương pháp:

Tứ giác $ABCE$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{EC}.$

Cho hai vecto $\vec{a}(x_1;y_1),\vec{b}=(x_2;y_2)$ có $\vec{a}=\vec{b}\Leftrightarrow \begin{cases}x_1=x_2\\y_1=y_2\end{cases}.$

Cách giải:

Gọi $E(x_0;y_0)$ là điểm cần tìm.



$\Rightarrow \overrightarrow{EC}=(3-x_0;-y_0);\ \overrightarrow{AB}=(-3;1).$

Tứ giác $ABCE$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{EC}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}3-x_0=-3\\-y_0=1\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x_0=6\\y_0=-1\end{cases}\Rightarrow E(6;-1).$

Chọn A.

Câu 22 (TH):

Phương pháp:

Phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v}$ biến đường thẳng d thành chính nó $\Leftrightarrow \vec{v}=0$ hoặc $\vec{v}$ là vecto chỉ phương của d.

Cách giải:

Ta có: VTPT của d: $\vec{n}=(2;-1)\Rightarrow VTCP$: $\vec{u}=(1;2)=(-1;-2).$

Vậy $\vec{v}=\vec{u}=(1;2).$

Chọn C.

Câu 23 (TH):

Phương pháp:

Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=x_0\Leftrightarrow \begin{cases}y'(x_0)=0\\y''(x_0)>0\end{cases}.$

Cách giải:

+) Đáp án A: $y'=3x^2\ge 0\ \forall x\in R\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $R\Rightarrow$ hàm số không có cực trị.

+) Đáp án B: $y'=2x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=0;\ \ y''=2>0\Rightarrow x=0$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

+) Đáp án C: $y'=-3x^2+1<0\ \ \forall x\in R\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $R\Rightarrow$ hàm số không có cực trị.

+) Đáp án D: $y'=3x^2-6x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right..$

Có $y''=6x-6 \Rightarrow y''(x)=-6<0 \Rightarrow x=0$ là điểm cực đại của hàm số.

Chọn B.

Câu 24 (TH):

Phương pháp:

Dựa vào đồ thị hàm số, nhận xét các khoảng đồng bến và nghịch biến của hàm số.

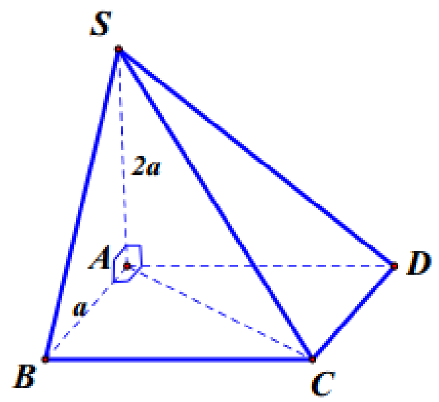
Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Chọn A.

Câu 25 (TH):



Phương pháp:

Công thức tính thể tích khối chóp là: $V=\frac{1}{3}S_d.h.$

Cách giải:

Ta có: $V_{SABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.SA.\frac{1}{2}AB.BC=\frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}.a^2=\frac{a^3}{3}.$

Chọn A.

Câu 26 (VD):

Phương pháp:

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\ge 0\ \forall x\in(a;b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\le 0\ \forall x\in(a;b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Cách giải:

Xét trên khoảng $(0;2)$ ta có : $x\in(0;2)\Rightarrow\begin{cases}x>0\\x^2-2\in(-2;2)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>0\\f'(x^2-2)<0\end{cases}\Rightarrow g'(x)<0\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $(0;2)$. Vậy đáp án A đúng.

Xét trên khoảng $(2;+\infty)$ ta có : $x\in(2;+\infty)\Rightarrow\begin{cases}x>0\\x^2-2\in(2;+\infty)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>0\\f'(x^2-2)>0\end{cases}\Rightarrow g'(x)>0\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$. Vậy đáp án B đúng.

Xét trên khoảng $(-\infty;-2)$ ta có: $x\in(-\infty;-2)\Rightarrow\begin{cases}x<0\\x^2-2\in(2;+\infty)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x<0\\f'(x^2-2)>0\end{cases}\Rightarrow g'(x)<0\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-2)$. Vậy đáp án C đúng.

Chọn D.

Câu 27 (VD):

Phương pháp:

Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ (TXĐ: $R\backslash\left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$) đồng biến (nghịch biến) trên $(a;b)\Leftrightarrow\begin{cases}y'>0\ (y'<0)\\\dfrac{-d}{c}\notin(a;b)\end{cases}$.

Cách giải:

TXĐ: $D=R\backslash\{-m\}$.

Để hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)\Rightarrow\begin{cases}y'>0\\-m\notin(2;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{m^2-1}{(x+m)^2}>0\\-m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>1\\m<-1\end{array}\right.\\m\ge -2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2\le m<-1\\m>1\end{array}\right.$

Chọn A.

Câu 28 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng bất đẳng thức tam giác.

Ba cạnh *a*, *b*, *c* là ba cạnh của tam giác thì $\begin{cases}a+b>c\\a+c>b\\b+c>a\end{cases}$.

Cách giải:

Gọi ba số hạng liên tiếp của cấp số nhân trên là $u_1q^{n-1};\ u_1q^n;\ u_1q^{n+1}$.

Vì ba số hạng này là ba cạnh của 1 tam giác nên áp dụng BĐT tam giác ta có:

$$\begin{cases} u_1q^{n-1}+u_1q^n>u_1q^{n+1} \\ u_1q^{n-1}+u_1q^{n+1}>u_1q^n \\ u_1q^n+u_1q^{n+1}>u_1q^{n-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+q>q^2 \\ 1+q^2>q \\ q+q^2>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^2-q-1<0 \\ q^2-q+1>0\ (luon\ dung) \\ q^2+q-1>0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}<q<\dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ \left[\begin{array}{l} q>\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ q<\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}<q<\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Chọn D.

Câu 29 (VD):

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính diện tích tam giác $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}d\left(A;BC\right).BC$.

Cách giải:

Phương trình đường thẳng BC là: $\dfrac{x-3}{6-3}=\dfrac{y+3}{0+3}\Leftrightarrow x-3=y+3\Leftrightarrow x-y-6=0$

$$\Rightarrow d\left(A;BC\right)=\frac{\left|1+1-6\right|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$$

Ta có: $BC=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$

Vậy $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}d\left(A;BC\right).BC=\dfrac{1}{2}.2\sqrt{2}.3\sqrt{2}=6$.

Chọn A.

Câu 30 (VD):

Phương pháp:

Xét tổng : $\left(1+x\right)^{2000}$ với $x=1$ (1)

Xét $\left[\left(1+x\right)^{2000}\right]'$ với $x=1$ (2)

Cộng vế theo vế của (1) và (2) và suy ra tổng *S*.

Cách giải:

Ta có :

$S=C_{2000}^{0}+2C_{2000}^{1}+...+2001C_{2000}^{2000}$

$S=\left(C_{2000}^{0}+C_{2000}^{1}+...+C_{2000}^{2000}\right)+\left(C_{2000}^{1}+2C_{2000}^{2}...+2000C_{2000}^{2000}\right)$

Xét tổng : $(1+x)^{2000}=\sum_{k=0}^{2000}C_{2000}^{k}x^{k}=C_{2000}^{0}+C_{2000}^{1}x+C_{2000}^{2}x^{2}+...+C_{2000}^{2000}x^{2000}$

Với $x=1$ ta có : $2^{2000}=(1+x)^{2000}=C_{2000}^{0}+C_{2000}^{1}+C_{2000}^{2}+...+C_{2000}^{2000}$

Ta có :

$\left[(1+x)^{2000}\right]'=\left(C_{2000}^{0}+C_{2000}^{1}x+C_{2000}^{2}x^{2}+...+C_{2000}^{2000}x^{2000}\right)'$

$\Rightarrow 2000.(1+x)^{1999}=C_{2000}^{1}+2C_{2000}^{2}x+...+2000C_{2000}^{2000}.x^{2001}$

Với $x=1\Rightarrow 2000.2^{1999}=C_{2000}^{1}+2C_{2000}^{2}...+2000C_{2000}^{2000}$

$\Rightarrow S=2^{2000}+2000.2^{1999}=2^{1999}(2+2000)=2^{1999}.2002=2^{2000}.1001$

Chọn D.

Câu 31 (TH):

Phương pháp:

Dựa vào $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ xác định dấu của hệ số *a*.

Dựa vào giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành xác định dấu của hệ số *c*.

Dựa vào số điểm cực trị của hàm số xác định dấu của hệ số *b*.

Cách giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty\Rightarrow a<0\Rightarrow$ Loại đáp án A và D.

Ta có : $y'=4ax^{3}+2bx=0\Leftrightarrow 2x\left(2ax^{2}+b\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^{2}=\dfrac{-b}{2a}\end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow\dfrac{-b}{2a}>0$. Mà $a<0\Rightarrow b>0\Rightarrow$ Loại đáp án B.

Chọn C.

Câu 32 (VD):

Phương pháp:

+) Tìm điều kiện để hàm số có 2 điểm cực trị $\left(\Delta_{y'}>0\right)$.

+) Sử dụng hệ thức Vi-ét : $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-b}{a} \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a} \end{cases}$.

Cách giải:

TXĐ : $D=R$

Ta có: $y'=3x^2-6mx+27$

Để hàm số có 2 điểm cực trị $x_1;x_2 \Rightarrow$ Phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Xét phương trình $y'=0 \Leftrightarrow y'=3x^2-6mx+27=0$

Ta có : $\Delta'=9m^2-81>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<-3 \end{array}\right.$

Khi đó áp dụng hệ thức Vi-ét ta có : $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1x_2=9 \end{cases}$

Theo bài ra ta có:

$$|x_1-x_2|\le 5 \Leftrightarrow (x_1-x_2)^2\le 25 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2\le 25$$
$$\Leftrightarrow 4m^2-36\le 25 \Leftrightarrow 4m^2\le 61 \Leftrightarrow \frac{-\sqrt{61}}{2}\le m\le \frac{\sqrt{61}}{2}$$

Kết hợp điều kiện ta có : $m\in\left(3;\dfrac{\sqrt{61}}{2}\right] \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=\dfrac{\sqrt{61}}{2} \end{cases} \Rightarrow T=2b-a=\sqrt{61}-3$.

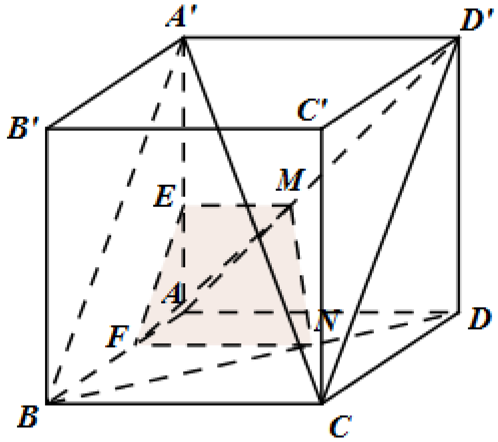
Chọn C.

Câu 33 (VD):

Phương pháp:

Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ song song với mặt phẳng kia.

Cách giải:



Kẻ $ME//AD\left(E\in AA'\right);\ NF//AD\left(F\in AB\right)\Rightarrow$ M, N, E, F đồng phẳng.

Áp dụng định lí Ta-lét ta có : $\dfrac{AM}{AD'}=\dfrac{AE}{AA'};\ \dfrac{DN}{BD}=\dfrac{AF}{AB}$

Mà $AD'=BD=a\sqrt{2}$ (Do ABCD.A’B’C’D’ là hình lập phương cạnh a), $AM=DN=x$ (gt).

$\Rightarrow\dfrac{AM}{AD'}=\dfrac{DN}{BD}\Rightarrow\dfrac{AE}{AA'}=\dfrac{AF}{AB}\Rightarrow EF//A'B$ (Định lí Ta-lét đảo)

$\Rightarrow\left(MNEF\right)//\left(A'BC\right)\Rightarrow MN//\left(A'BC\right)$.

Chọn B.

Câu 34 (VD):

Phương pháp:

+) Tính số phần tử của không gian mẫu.

+) Gọi A là biến cố: "Tổng các số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ" $\Rightarrow\overline{A}$, tính số phần tử của $\overline{A}$.

+) Tính $P\left(\overline{A}\right)$, từ đó suy ra $P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)$.

Cách giải:

Chọn ngẫu nhiên 4 tấm thẻ từ hộp có 11 tấm thẻ $\Rightarrow n\left(\Omega\right)=C_{11}^{4}=330$.

Gọi A là biến cố: "Tổng các số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ".

$\Rightarrow\overline{A}$: "Tổng các số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là số chẵn".

TH1: 4 chẵn $\Rightarrow$ có $C_5^4=5$ cách chọn.

TH2: 2 lẻ 2 chẵn $\Rightarrow$ có $C_6^2.C_5^2=150$ cách chọn.

TH2: 4 lẻ $\Rightarrow$ có $C_6^4=15$ cách chọn

$\Rightarrow n\left(\overline{A}\right)=5+150+15=170$

$\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{170}{330}=\dfrac{17}{33}\Rightarrow P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{16}{33}$.

Chọn B.

Câu 35 (VD):

Phương pháp:

+) Xác định các đường tiệm cận của đồ thị hàm số và tọa độ điểm *I*.

+) Viết phương trình tiếp tuyến của $\left(C\right)$ tại $M\left(m;\dfrac{2m+1}{m-1}\right)\in\left(C\right)$.

+) Xác định tọa độ các điểm *P*, *Q*.

+) Nhận xét tam giác IPQ, tính diện tích tam giác IPQ.

+) Do G là trọng tâm tam giác IPQ $\Rightarrow S_{GPQ}=\dfrac{1}{3}S_{IPQ}$.

Cách giải:

TXĐ: $D=R\backslash\left\{1\right\}$.

Đồ thị hàm số có TCN: $y=2$ và TCĐ: $x=1\Rightarrow I\left(1;2\right)$.

Gọi $M\left(m;\dfrac{2m+1}{m-1}\right)\in\left(C\right)$. Ta có $y'=\dfrac{-3}{\left(x-1\right)^2}\Rightarrow y'\left(m\right)=\dfrac{-3}{\left(m-1\right)^2}$

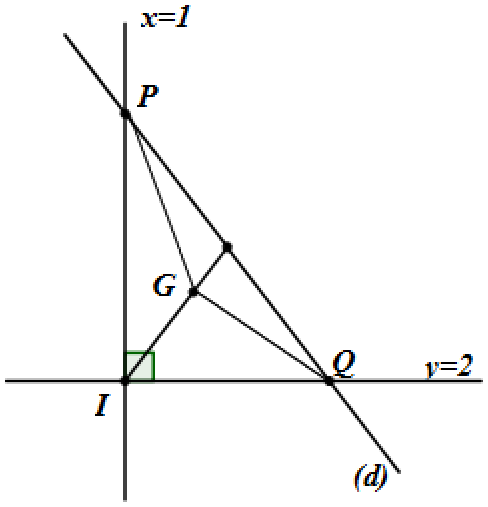
$\Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến của $\left(C\right)$ tại *M* là: $y=\dfrac{-3}{\left(m-1\right)^2}\left(x-m\right)+\dfrac{2m+1}{m-1}\ \left(d\right)$.

Cho $x=1\Rightarrow y=\dfrac{-3}{\left(m-1\right)^2}\left(1-m\right)+\dfrac{2m+1}{m-1}=\dfrac{3}{m-1}+\dfrac{2m+1}{m-1}=\dfrac{2m+4}{m-1}\Rightarrow P\left(1;\dfrac{2m+4}{m-1}\right)$

Cho $y=2\Rightarrow 2=\dfrac{-3\left(x-m\right)}{\left(m-1\right)^2}+\dfrac{2m+1}{m-1}=\dfrac{-3x}{\left(m-1\right)^2}+\dfrac{2m^2+2m-1}{\left(m-1\right)^2}$

$\Leftrightarrow\dfrac{3x}{\left(m-1\right)^2}=\dfrac{2m^2+2m-1}{\left(m-1\right)^2}-2=\dfrac{2m^2+2m-1-2m^2+4m-2}{\left(m-1\right)^2}=\dfrac{6m-3}{\left(m-1\right)^2}$

$\Leftrightarrow x=2m-1\Rightarrow Q\left(2m-1;2\right)$



Ta có $IP \perp IQ \Rightarrow \Delta IPQ$ vuông tại I, có $IP = \left|\frac{2m+4}{m-1} - 2\right| = \frac{6}{|m-1|}$; $IQ = |2m-1-1| = 2|m-1|$

$\Rightarrow S_{IPQ} = \frac{1}{2}IP.IQ = \frac{1}{2}.\frac{6}{|m-1|}.2|m-1| = 6 \Rightarrow S_{GPQ} = \frac{1}{3}S_{IPQ} = \frac{1}{3}.6 = 2$ (Với G là trọng tâm tam giác IPQ).

Chọn A.

Câu 36 (VD):

Phương pháp:

+) Xác định thiết diện của $(MB'D')$ với hình hộp.

+) Sử dụng cách tính tỉ số diện tích.

Cách giải:

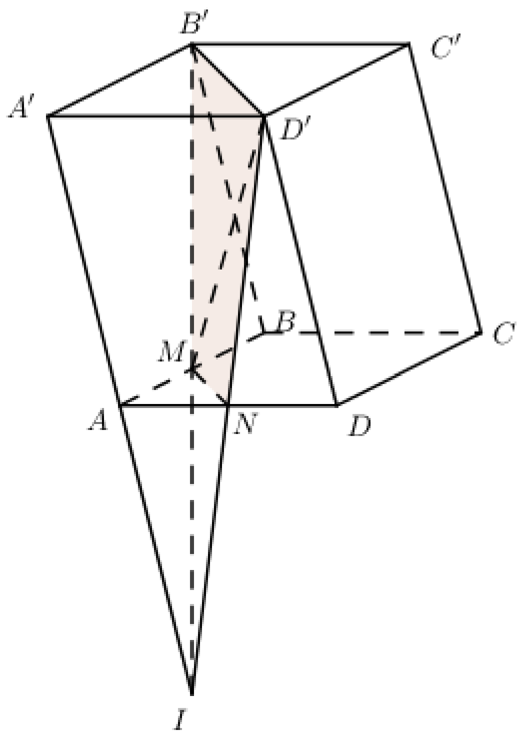
Xét $(MB'D')$ và $(ABCD)$ có:

M chung;

$B'D' \subset (MB'D')$; $BD \subset (ABCD)$; $B'D'//BD$

$\Rightarrow$ Giao tuyến của $(MB'D')$ và $(ABCD)$ là đường thẳng qua M và song song với BD.

Trong $(ABCD)$ kẻ $MN//BD\ (N \in AD) \Rightarrow (MB'D') \equiv (MND'B')$ và mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối hộp *ABCD.A'B'C'D'* thành 2 phần.



Ta có: $\begin{cases} (MND'B') \cap (ABB'A') = MB' \\ (MND'B') \cap (ADD'A') = ND' \\ (ABB'A') \cap (ADD'A') = AA' \end{cases} \Rightarrow$ AA'; MB'; ND' đồng quy tại *I*.

Gọi *V* và V_1 lần lượt là thể tích của khối hộp *ABCD.A'B'C'D'* và phần thể tích khối đa diện chứa *A*.

Áp dụng định lí Ta-lét ta có: $\dfrac{AM}{A'B'}=\dfrac{IA}{IA'}=\dfrac{IM}{IB'}=\dfrac{IN}{ID'}=\dfrac{1}{2}$.

$$\Rightarrow \frac{V_{I.AMN}}{V_{I.A'B'D'}}=\frac{IA}{IA'}\cdot\frac{IM}{IB'}\cdot\frac{IN}{IC'}=\frac{1}{8}\Rightarrow V_{I.AMN}=\frac{1}{8}V_{I.A'B'D'}\Rightarrow V_1=\frac{7}{8}V_{I.A'B'D'}$$

$$\frac{V_{I.A'B'D'}}{V}=\frac{1}{3}\cdot\frac{IA'.S_{A'B'D'}}{IA.S_{ABCD}}=\frac{1}{3}.2.\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\Rightarrow V_{I.A'B'D'}=\frac{V}{3}$$

$$\Rightarrow V_1=\frac{7}{8}\cdot\frac{V}{3}=\frac{7V}{24}=\frac{7063}{12}$$

Chọn D.

Câu 37 (VD):

Phương pháp:

Sử dụng công thức ba điểm.

Cách giải:

$$\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GA'}+\overrightarrow{GB'}+\overrightarrow{GC'}=\vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IA'}+\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IB'}+\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IC'}=\vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{GI}+\left(\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IA'}+\overrightarrow{IB'}+\overrightarrow{IC'}\right)=\vec{0}$$

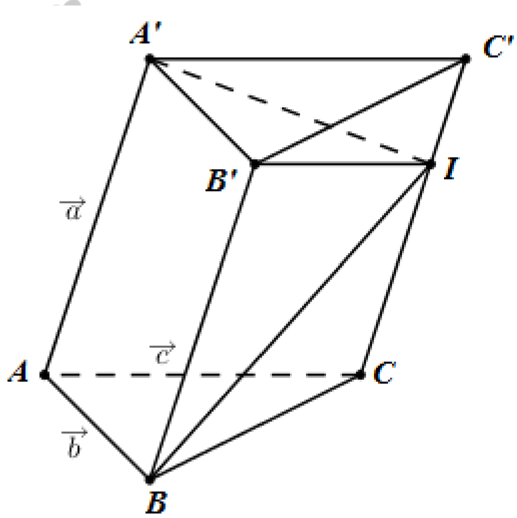
$$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{IG}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IA'}+\overrightarrow{IB'}+\overrightarrow{IC'}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{IC'}+\overrightarrow{C'A'}+\overrightarrow{IC'}+\overrightarrow{C'A'}+\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{IC'}\right)$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{IC}+3\overrightarrow{IC'}+3\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{A'B'}\right)$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\left(-\frac{2}{3}\vec{a}+\vec{a}-3\vec{c}+2\vec{b}\right)$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\vec{a}+2\vec{b}-3\vec{c}\right)$$



Chọn A.

Câu 38 (VD):

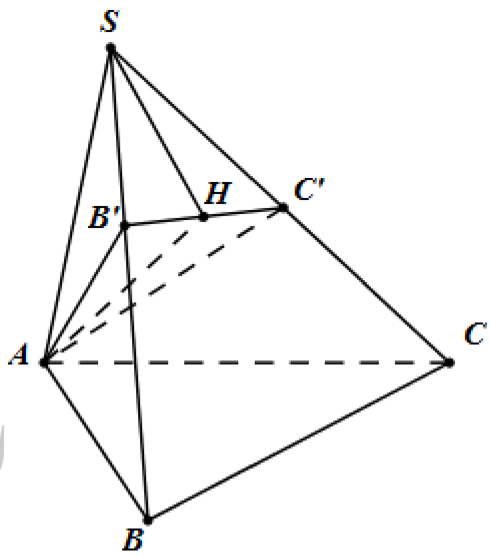
Phương pháp:

+) Gọi $B'\in SB; C'\in SC$ sao cho $SA=SB'=SC'=1$.

+) Tính thể tích chóp S.AB'C'.

+) Sử dụng công thức tỉ số thể tích $\dfrac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}}=\dfrac{SB'}{SB}\cdot\dfrac{SC'}{SC}$

Cách giải:



Gọi $B'\in SB;\ C'\in SC$ sao cho $SA=SB'=SC'=1$.

Xét tam giác SAB' có $SA=SB';\ \widehat{ASB'}=60^0\Rightarrow\Delta SAB'$ đều $AB'=SA=1$

Xét tam giác SAC' vuông tại S $\Rightarrow SC'=\sqrt{SA^2+SC'^2}=\sqrt{2}$

Áp dung định lí cosin trong tam giác SB'C' có $B'C'=\sqrt{1^2+1^2-2.1.1.\frac{-1}{2}}=\sqrt{3}$

Do đó tam giác AB'C' vuông tại A (Định lí Pytago đảo)

Chóp S.AB'C' có $SA=SB'=SC'\Rightarrow$ Hình chiếu của S trên $(AB'C')$ trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta AB'C'$. Gọi H là trung điểm của B'C' $\Rightarrow SH\perp(AB'C')$.

Xét tam giác vuông SHB' có: $SH=SB'.\cos 60^0=1.\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$$S_{\Delta AB'C'}=\frac{1}{2}AB'.AC'=\frac{1}{2}.1.\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.AB'C'}=\frac{1}{3}\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{12}$$

Ta có: $\frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}}=\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}=\frac{1}{6}\Rightarrow V_{SABC}=6V_{SAB'C'}=6.\frac{\sqrt{2}}{12}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Chọn A.

Câu 39 (VDC):

Phương pháp:

+) Gọi I là trung điểm của BC $\Rightarrow IE=IF\Rightarrow$ Tìm tọa độ điểm I.

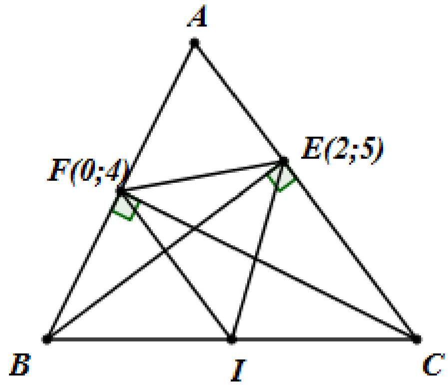
+) Gọi $B(13-7m;\ m)\in BC\Rightarrow$ Tọa độ điểm *C* theo *m*.

+) $\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{CE}=0\Rightarrow$ Tọa độ các điểm *B, C*.

+) Đối với mỗi trường hợp của *m*, viết phương trình AB, AC, tìm tọa độ điểm A và chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Ta có $\widehat{BFC}=\widehat{BEC}=90^0\ (gt)\Rightarrow$ Tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn đường kính BC.



Gọi I là trung điểm của $BC\Rightarrow IE=IF\Rightarrow IE^2=IF^2$.

Gọi $I(13-7t;t)\in BC$

$$IE^2=IF^2\Leftrightarrow (11-7t)^2+(t-5)^2=(13-7t)^2+(t-4)^2$$
$$\Leftrightarrow 121-154t-10t+25=169-182t-8t+16$$
$$\Leftrightarrow 26t=39\Leftrightarrow t=\frac{3}{2}\Rightarrow I\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$$

Gọi $B(13-7m;\ m)\in BC$. Vì I là trung điểm của $BC\Rightarrow C(7m-8;3-m)$.

Khi đó ta có: $\overrightarrow{BE}=(7m-11;5-m)$; $\overrightarrow{CE}=(10-7m;2+m)$

Ta có:

$$\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{CE}=(7m-11)(10-7m)+(5-m)(2+m)=0$$
$$\Leftrightarrow 70m-49m^2-110+77m+10+5m-2m-m^2=0$$
$$\Leftrightarrow -50m^2+150m-100=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1\\ m=2\end{array}\right.$$

TH1: $m=1\Rightarrow B(6;1)$; $C(-1;2)$

Ta có :

$\overrightarrow{BE}=(-4;4)=4(-1;1)\Rightarrow$ Phương trình AC: $-1(x-2)+1(y-5)=0\Leftrightarrow -x+y-3=0$

$\overrightarrow{CF}=(1;2)\Rightarrow$ Phương trình AB : $1(x-0)+2(y-4)=0\Leftrightarrow x+2y-8=0$

$$A=AB\cap AC\Rightarrow A\left(\frac{2}{3};\frac{11}{3}\right)\Rightarrow \begin{cases} a=\frac{2}{3}\\ b=\frac{11}{3}\end{cases}\Rightarrow (ktm)$$

TH2 : $m=2\Rightarrow B(-1;2)$; $C(6;1)$

Ta có :

$\overrightarrow{BE}=(3;3)=3(1;1)\Rightarrow$ Phương trình AC : $(x-2)+(y-5)=0\Leftrightarrow x+y-7=0$

$\overrightarrow{CF}=(-6;3)=3(-2;1)\Rightarrow$ Phương trình AV : $-2(x-0)+(y-4)=0\Leftrightarrow -2x+y-4=0$

$$A=AB\cap AC\Rightarrow A(1;6)\Rightarrow \begin{cases} a=1\\ b=6\end{cases}\Rightarrow b-a=6-1=5.$$

Chọn D.

Câu 40 (VD):

Phương pháp:

+) Đặt $\begin{cases}\sqrt[4]{x-1}=u\\ \sqrt[4]{x+1}=v\end{cases}\left(u\ge 0;\ v>0\right)$, sau đó chia cả 2 hai vế của phương trình cho $v^2\ne 0$, đưa về phương trình bậc hai ẩn $\frac{u}{v}$ (pt(*)).

+) Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có 2 nghiệm không âm phân biệt.

Cách giải:

ĐKXĐ : $\begin{cases}x-1\ge 0\\ x+1\ge 0\\ x^2-1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow x\ge 1.$

Ta có : $3\sqrt{x-1}+m\sqrt{x+1}=2\sqrt[4]{x^2-1}\Leftrightarrow 3\sqrt{x-1}+m\sqrt{x+1}=2\sqrt[4]{x-1}\sqrt[4]{x+1}$

Đặt $\begin{cases}\sqrt[4]{x-1}=u\\ \sqrt[4]{x+1}=v\end{cases}\left(u\ge 0;\ v>0\right)$, khi đó phương trình trở thành :

$$3u^2+mv^2=2uv\Leftrightarrow 3u^2-2uv+mv^2=0\Leftrightarrow 3\left(\frac{u}{v}\right)^2-2\frac{u}{v}+m=0\left(\frac{u}{v}\ge 0\right)(*)\ \left(Do\ v^2\ne 0\right)$$

Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có 2 nghiệm không âm phân biệt.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=1-3m>0\\ S=\frac{2}{3}>0\\ P=\frac{m}{3}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow 0\le m<\frac{1}{3}.$$

Chọn D.

Câu 41 (VD):

Phương pháp:

Sử dụng công thức biến đổi tích thành tổng.

Cách giải:

$$\sin^4 x+\cos^4 x+\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right).\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{3}{2}=0$$
$$\Leftrightarrow\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)-2\sin^2 x\cos^2 x+\frac{1}{2}\left[\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}+x-\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}-x+\frac{\pi}{4}\right)\right]-\frac{3}{2}=0$$
$$\Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x+\frac{1}{2}\left[\sin\left(4x-\frac{\pi}{2}\right)+\sin 2x\right]-\frac{3}{2}=0$$
$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\sin^2 2x-\frac{1}{2}\cos 4x+\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}=0$$
$$\Leftrightarrow -\sin^2 2x-1+2\sin^2 2x+\sin 2x-1=0$$
$$\Leftrightarrow \sin^2 2x+\sin 2x-2=0$$
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin 2x=1\\ \sin 2x=-2\ (loai)\end{array}\right.\Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\Rightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi\ (k\in Z)$$

Chọn D.

Câu 42:

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính tổng của CSC : $S_n=\frac{(u_1+u_n).n}{2}$.

Cách giải:

Ta có:

$$u_n=\frac{1}{n^2}+\frac{3}{n^2}+...+\frac{2n-1}{n^2}=\frac{1+3+...+2n-1}{n^2}=\frac{\frac{(1+2n-1).n}{2}}{n^2}=\frac{2n^2}{2n^2}=1$$
$$\Rightarrow \lim u_n=\lim 1=1$$

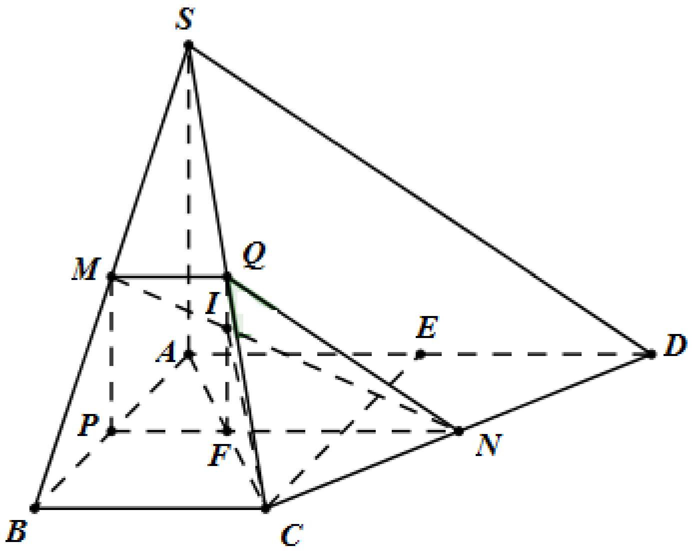
Chọn D.

Câu 43 (VDC):

Phương pháp:

Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc giữa đường thẳng và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đó.

Cách giải:



Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của AB và SC ta có : MQ // NP // BC

$\Rightarrow M,N,P,Q$ đồng phẳng.

Gọi $F = NP \cap AC \Rightarrow (MPNQ) \cap (SAC) = QF$

Gọi $I = QF \cap MN \Rightarrow I = MN \cap (SAC)$

Gọi E là trung điểm của AD, ta dễ dàng thấy được ABCE là hình vuông $\Rightarrow CE = a$.

Xét tam giác ACD có $CE = \frac{1}{2}AD \Rightarrow \Delta ACD$ vuông tại C.

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AC \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAC) \Rightarrow NC \perp (SAC) \Rightarrow$ C là hình chiếu của N trên (SAC)

$\Rightarrow \widehat{(MN;(SAC))} = \widehat{(NI;CI)} = \widehat{NIC}$.

Xét tam giác vuông CED có: $CD = \sqrt{CE^2 + ED^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow CN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Ta có: $MQ = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$; $NP = \frac{AD + BC}{2} = \frac{2a + a}{2} = \frac{3a}{2}$

$\frac{PF}{BC} = \frac{AP}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow PF = \frac{a}{2} \Rightarrow FN = a$

Áp dụng định lí Ta-lét ta có: $\frac{IN}{IM} = \frac{NF}{MQ} = 2 \Rightarrow IN = 2IM \Rightarrow IN = \frac{2}{3}MN$

Xét tam giác vuông MPN có: $MN = \sqrt{MP^2 + PN^2} = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + PN^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{9a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$

$\Rightarrow IN = \dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{10}}{2} = \dfrac{a\sqrt{10}}{3}$

Xét tam giác vuông NCI có : $\sin \widehat{NIC} = \dfrac{CN}{NI} = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}}{\dfrac{a\sqrt{10}}{3}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{10}$.

Chọn C.

Câu 44 (VD):

Phương pháp:

+) Đặt $t = x+y$, sử dụng BĐT $(x+y)^2 \ge 4xy$ tìm khoảng giá trị của t, sau đó đưa biểu thức P về dạng $y = f(t)$.

+) Sử dụng phương pháp tìm GTLN, GTNN của hàm số trên 1 đoạn.

Cách giải:

$P = 2\left(x^3+y^3\right) - 3xy = 2(x+y)\left(x^2-xy+y^2\right) - 3xy = 2(x+y)(2-xy) - 3xy$

Đặt $t = x+y \Rightarrow t^2 = x^2+y^2+2xy = 2+2xy \Leftrightarrow xy = \dfrac{t^2-2}{2}$

Vì $(x+y)^2 \ge 4xy \Leftrightarrow t^2 \ge 2\left(t^2-2\right) \Leftrightarrow t^2-4 \le 0 \Leftrightarrow -2 \le t \le 2$.

Khi đó ta có :

$P = 2t\left(2-\dfrac{t^2-2}{2}\right) - 3\dfrac{t^2-2}{2}\ \left(t \in [-2;2]\right)$

$P = 4t - t^3 + 2t - \dfrac{3}{2}t^2 + 3$

$P = -t^3 - \dfrac{3}{2}t^2 + 6t + 3 = f(t)\ \left(t \in [-2;2]\right)$

Xét hàm số $f(t) = -t^3 - \dfrac{3}{2}t^2 + 6t + 3$ trên $[-2;2]$ ta có : $f'(t) = -3t^2 - 3t + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \in [-2;2] \\ t = -2 \in [-2;2] \end{array}\right.$

$f(-2) = -7;\ f(2) = 1;\ f(1) = \dfrac{13}{2}$

$\Rightarrow \max\limits_{[-2;2]} f(t) = \dfrac{13}{2} = \max P = M;\ \min\limits_{[-2;2]} f(t) = -7 = \min P = m \Rightarrow M + m = \dfrac{13}{2} - 7 = -\dfrac{1}{2}$.

Chọn B.

Câu 45 (VD):

Phương pháp:

Đặt $AG = x$, tính chi phí và sử dụng phương pháp tìm GTLN, GTNN để tìm GTNN của hàm chi phí đó.

Cách giải:

Đặt $AG = x\left(0 < x < 100\right) \Rightarrow BG = 100 - x$

Áp dụng định lí Pytago ta có : $GC = \sqrt{3600 + \left(100 - x\right)^2} = \sqrt{x^2 - 200x + 13600}$

Vậy chi phí cần dùng là : $f\left(x\right) = 60x + 100\sqrt{-x^2 + 200x - 6400}$

Ta có :

$$f'\left(x\right) = 60 + 100.\frac{x - 100}{\sqrt{x^2 - 200x + 13600}} = 0 \Leftrightarrow 100.\frac{100 - x}{\sqrt{x^2 - 200x + 13600}} = 60$$

$$\Leftrightarrow 5\left(100 - x\right) = 3\sqrt{x^2 - 200x + 13600}$$

$$\Leftrightarrow 25\left(100 - x\right)^2 = 9\left(x^2 - 200x + 13600\right)$$

$$\Leftrightarrow 25x^2 - 5000x + 250000 = 9x^2 - 1800x + 122400 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 145\ \left(ktm\right) \\ x = 55 \end{array}\right.$$

BBT:

x	0		55		100
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào BBT ta có: $\min f\left(x\right) = f\left(45\right) \Leftrightarrow x = 55 \Rightarrow AG = 55$.

Chọn C.

Câu 46 (VD):

Phương pháp:

Để hàm số $y = \left|3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m - 1\right|$ có 7 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m - 1$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

Cách giải:

Để hàm số $y = \left|3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m - 1\right|$ có 7 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m - 1$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

Xét hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m - 1$ ta có :

$$y' = 12x^3 - 12x^2 - 24x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -1 \\ x = 0 \end{array} \right.$$

BBT :

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$m-6$	$\nearrow$	$m-1$	$\searrow$	$m-33$	$\nearrow$	$+\infty$

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} m - 1 > 0 \\ m - 6 < 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow 1 < m < 6$.

Chọn D.

Câu 47 (VD):

Phương pháp:

Quy đồng, sử dụng công thức nhân đôi, đưa phương trình về dạng tích và giải phương trình lượng giác cơ bản sau đó tìm nghiệm thuộc [1 ;70].

Cách giải:

$$\cos 2x - \tan^2 x = \frac{\cos^2 x - \cos^3 x - 1}{\cos^2 x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(2\cos^2 x - 1\right)\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x - \cos^3 x - 1}{\cos^2 x}$$

$$\Leftrightarrow \left(2\cos^2 x - 1\right)\cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x - \cos^3 x - 1$$

$$\Leftrightarrow \left(2\cos^2 x - 1\right)\cos^2 x = -\cos^3 x$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x\left(2\cos^2 x - 1 + \cos x\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x - 1 - \cos x = 0 \ \left(Do\ \cos x \ne 0\right)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + m2\pi \quad \left(k;m;n \in Z\right) \\ x = -\frac{\pi}{3} + n2\pi \end{array} \right.$$

$\pi + k2\pi \in [1;70] \Leftrightarrow 1 \le \pi + k2\pi \le 70\ (k \in Z) \Leftrightarrow \dfrac{1-\pi}{2\pi} \le k \le \dfrac{70-\pi}{2\pi}\ (k \in Z) \Leftrightarrow k \in \{0;1;2;...;10\}$

$\dfrac{\pi}{3} + m2\pi \in [1;70] \Leftrightarrow 1 \le \dfrac{\pi}{3} + m2\pi \le 70\ (m \in Z) \Leftrightarrow \dfrac{1-\dfrac{\pi}{3}}{2\pi} \le m \le \dfrac{70-\dfrac{\pi}{3}}{2\pi}\ (m \in Z) \Leftrightarrow m \in \{0;1;2;...;10\}$

$-\dfrac{\pi}{3} + n2\pi \in [1;70] \Leftrightarrow 1 \le -\dfrac{\pi}{3} + n2\pi \le 70\ (n \in Z) \Leftrightarrow \dfrac{1+\dfrac{\pi}{3}}{2\pi} \le n \le \dfrac{70+\dfrac{\pi}{3}}{2\pi}\ (n \in Z) \Leftrightarrow m \in \{1;2;...;11\}$

Vậy tổng các nghiệm thuộc $[1;70]$ của phương trình trên là :

$$S = (\pi + \pi + 2\pi + \pi + 4\pi + ... + \pi + 20\pi) + \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + 2\pi + \frac{\pi}{3} + 4\pi + ... + \frac{\pi}{3} + 20\pi\right)$$

$$+\left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi - \frac{\pi}{3} + 4\pi + ... - \frac{\pi}{3} + 22\pi\right)$$

$$S = 11\pi + \pi(2+4+...+20) + \frac{11\pi}{3} + (2+4+...+20)\pi - \frac{11\pi}{3} + (2+4+...+22)\pi$$

$$S = 11\pi + 110\pi + \frac{11\pi}{3} + 110\pi - \frac{11\pi}{3} + 132\pi$$

$$S = 363\pi$$

Chọn C.

Câu 48 (TH):

Phương pháp:

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x = x_0$ là $f'(x_0)$.

Cách giải:

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $x = x_0$ là

$$f'(x_0) = 3x_0^2 - 2x_0 + 2 = 3\left(x_0^2 - \frac{2}{3}x_0 + \frac{1}{9}\right) + \frac{5}{3} = 2\left(x_0 - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{5}{3} \ge \frac{5}{3}.$$

Vậy tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất thì hệ số góc đó là $\dfrac{5}{3}$.

Chọn B.

Câu 49 (VD):

Phương pháp:

TH1 : $m = 0$

TH2 : $m \ne 0$. Để đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận $\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 TCĐ.

$\Rightarrow$ phương trình $mx^2 - 2x + 3$ hoặc có 1 nghiệm duy nhất $x \ne 1$, hoặc có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm $x = 1$.

Cách giải:

TH1 : $m=0 \Rightarrow y=\dfrac{x-1}{-2x+3}$ có TCN $y=\dfrac{-1}{2}$ và TCĐ $x=\dfrac{3}{2} \Rightarrow m=0$ thỏa mãn.

TH2 : $m \ne 0$, đồ thị hàm số luôn có TCN $y=0$.

Để đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận $\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 TCĐ.

$\Rightarrow$ phương trình mx^2-2x+3 hoặc có 1 nghiệm duy nhất $x \ne 1$, hoặc có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm $x=1$.

*) Ta có: $\Delta = 1-3m=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{1}{3} \Rightarrow$ Phương trình trở thành $\dfrac{1}{3}x^2-2x+3=0 \Leftrightarrow x=3 \ne 1\ (tm)$

*) $\begin{cases} \Delta > 0 \\ m-2+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{1}{3} \\ m=-1 \end{cases} \Leftrightarrow m=-1$.

Vậy $m \in \left\{0; -1; \dfrac{1}{3}\right\}$

Chọn B.

Câu 50 (VD):

Phương pháp:

$\left(\dfrac{1}{u}\right)' = \dfrac{-u'}{u^2}$.

Cách giải:

Ta có: $f(x)=\dfrac{x^2}{1-x}=\dfrac{x^2-1+1}{1-x}=-x-1+\dfrac{1}{1-x}$

$\Rightarrow f'(x)=-1+\dfrac{1}{(x-1)^2}$

$f''(x)=\dfrac{-2(x-1)}{(x-1)^4}=\dfrac{-2}{(x-1)^3}$

$f'''(x)=\dfrac{2.3(x-1)^2}{(x-1)^6}=\dfrac{2.3}{(x-1)^4}$

....

$\Rightarrow f^{(2018)}(x)=\dfrac{-2.3....2018}{(x-1)^{2019}}=-\dfrac{2018!}{(x-1)^{2019}}=\dfrac{2018!}{(1-x)^{2019}}$

Chọn B.