



## ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KỲ I

### 1 Trung học cơ sở Giảng Võ - Ba Đình - Hà Nội

## A. Phần đại số

### 1.1 Thực hiện phép tính

**Bài 1.** Thu gọn các biểu thức sau

a)  $\sqrt{(\sqrt{11}-3)^2} - \sqrt{(\sqrt{11}-4)^2}$

c)  $\sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$

b)  $3\sqrt{50} - 2\sqrt{98} - 5\sqrt{18} - \sqrt{63} + 2\sqrt{28}$

d)  $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{4}{1+\sqrt{5}} - (\sqrt{3} - \sqrt{5})$

### 1.2 Rút gọn biểu thức và các bài toán liên quan

**Bài 1.** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3\sqrt{x}+4}{x-1} \right) : \left( \frac{x+2}{x-\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn  $A$ .

b) So sánh  $A$  với 2.

c) Tính giá trị của  $A$  khi  $x = 2(3 - \sqrt{5})$ .

**Bài 2.** Cho biểu thức  $B = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{4-6\sqrt{x}}{1-x} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}+2}$

a) Rút gọn  $B$ .

b) Tìm  $x$  để  $B < \frac{2}{3}$ .

c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để biểu thức  $B$  có giá trị nguyên.

**Bài 3.** Cho biểu thức  $C = \left( \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} + \frac{3x+3}{9-x} \right) : \left( \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - 1 \right)$

a) Rút gọn  $C$ .

b) Tính giá trị của  $C$  khi  $x = 4 - 2\sqrt{3}$ .

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $C$ .

**Bài 4.** Cho biểu thức  $Q = \left( \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} + \frac{3x-5\sqrt{x}}{25-x} \right) : \left( 2 - \frac{2\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}+5} \right)$

- a) Rút gọn  $Q$ .
- b) Tìm giá trị của  $Q$  khi  $x = 27 - 10\sqrt{2}$ .
- c) Tìm  $x$  để  $|Q| = -Q$ .

**Bài 5.** (Đề thi vào 10 - Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, năm học 2018 - 2019)

Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$  và  $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

- a) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 9$ .
- b) Chứng minh  $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ .
- c) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $\frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5$ .

**Bài 6.** (Đề thi vào 10 - Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, năm học 2016 - 2017)

Cho hai biểu thức  $A = \frac{7}{\sqrt{x}+8}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$  với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

- a) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 25$ .
- b) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$ .
- c) Tìm  $x$  để biểu thức  $P = A \cdot B$  có giá trị là số nguyên.

### 1.3 Hàm số bậc nhất

**Bài 1.** Cho ba đường thẳng  $(d_1) : y = \frac{1}{2}x - 1$ ;  $(d_2) : y = -2x - 4$  và  $(d_3) : y = \frac{1}{2}x - 4$ .

- a) Vẽ đồ thị của các hàm số trên cùng một trục tọa độ. Nhận xét vị trí của ba đường thẳng đó.
- b) Cho  $(d_2)$  cắt  $(d_1)$  và  $(d_3)$  tại hai điểm  $A$  và  $B$ ;  $(d_1)$  cắt trục  $Ox$  tại  $C$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

**Bài 2.** Viết phương trình đường thẳng thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

- a) Có hệ số góc bằng  $-4$  và đi qua điểm  $A\left(-\frac{1}{2}; 5\right)$ .
- b) Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $-2$  và đi qua điểm  $B\left(-\frac{3}{2}; -3\right)$ .

**Bài 3.** Cho hàm số  $y = (2m - 1)x + 3$  có đồ thị là đường thẳng  $d$ .

- a) Tìm  $m$  để  $d$  đi qua điểm  $A(2; 5)$ .
- b) Vẽ đồ thị  $d$  của hàm số với  $m$  tìm được ở câu trên. Gọi giao điểm của đồ thị với hai trục tọa độ là  $M, N$ . Tính diện tích  $\triangle MON$ .
- c) Tìm  $m$  để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng  $d$  là lớn nhất.
- d) Tìm điểm cố định mà các đường thẳng  $d$  luôn đi qua với mọi giá trị của  $m$ .

**Bài 4.** Cho hai đường thẳng  $d_1: y = mx - 4$  ( $m \neq 0$ ) và  $d_2: y = -3x + 2$ .

- a) Tìm tọa độ giao điểm  $A$  của  $d_1$  và  $d_2$  khi  $m = -5$ . Vẽ đồ thị minh họa.
- b) Tìm  $m$  để  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng  $-2$ .
- c) Tìm  $m$  để ba đường thẳng  $d_1, d_2$  và  $d_3: y = -2x + 3$  đồng quy tại một điểm. Tìm tọa độ điểm đó.

**Bài 5.** Cho hàm số  $y = (m - 2)x + m + 1$  có đồ thị là  $d$ .

- a) Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  đi qua gốc tọa độ.
- b) Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(-3; -1)$ .
- c) Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  song song với đường thẳng  $y = x + 2$ . Khi đó hãy tính khoảng cách giữa hai đường thẳng này.

**Bài 6.** Cho hàm số  $y = (m - 1)x + 2m - 3$  có đồ thị là  $d$ .

- a) Tìm  $m$  để  $d$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng  $x = -1$ .
- b) Tìm  $m$  để  $d$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.
- c) Gọi  $d_1, d_2$  lần lượt là đồ thị của các hàm số ứng với các giá trị của  $m$  tìm được ở các câu trên. Tìm tọa độ giao điểm của  $d_1$  và  $d_2$ . Vẽ đồ thị minh họa.
- d) Chứng minh họ đường thẳng  $d$  luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của  $m$ .

**Bài 7.** Cho hàm số  $y = (m - 2)x + 2$  có đồ thị là  $d$ .

- a) Tìm  $m$  để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng  $d$  bằng 1.
- b) Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt hai trục tung tọa độ tại  $A, B$  sao cho  $S_{\triangle AOB} = 4$ .
- c) Tìm  $m$  để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng  $d$  là lớn nhất.

## B. Phần hình học

**Bài 1.** Cho nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$ ,  $C$  là một điểm bất kỳ thuộc nửa đường tròn ( $C$  khác  $A; B$ ). Tia phân giác của góc  $\widehat{ABC}$  cắt  $(O)$  tại  $D$ ,  $BD$  cắt  $AC$  tại  $K$ ,  $BC$  cắt  $AD$  tại  $E$ .

- a) Chứng minh bốn điểm  $E, D, K, C$  cùng thuộc một đường tròn và  $AB \perp EK$ .
- b) Tiếp tuyến tại  $A$  của  $(O)$  cắt  $BD$  tại  $F$ . Tứ giác  $AKEF$  là hình gì? Tại sao?
- c) Chứng minh khi  $C$  di chuyển trên nửa đường tròn  $(O)$  thì điểm  $E$  luôn di chuyển trên một đường tròn cố định và  $EF$  là tiếp tuyến của đường tròn đó.
- d) Cho  $\sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2}$ . Chứng minh  $AK = 2KC$ .

**Bài 2.** Cho ba điểm  $A, B, C$  thuộc đường thẳng  $d$  ( $C$  nằm giữa  $A, B$ ),  $AC > BC$ . Vẽ đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AC$  và đường tròn tâm  $I$  đường kính  $BC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ , vẽ dây  $DE$  của  $(O)$  sao cho  $DE \perp AB$  ở  $M$ .

- a) Xác định vị trí tương đối của  $(O)$  và  $(I)$ .
- b) Tứ giác  $ADBE$  là hình gì? Tại sao?
- c) Gọi  $K$  là giao điểm của  $BD$  và  $(I)$ . Chứng minh  $K, C, E$  thẳng hàng.

**Bài 3.** Cho đường tròn  $(O; R)$ , bán kính  $OC$  vuông góc với đường kính  $AB$ . Lấy điểm  $M \in OC$ ,  $AM$  cắt đường tròn  $(O)$  ở  $N$ . Tiếp tuyến tại  $N$  với  $(O)$  cắt  $AB$  ở  $K$  và cắt tiếp tuyến  $Ax$  ở  $I$ ;  $BN$  cắt  $Ax$  ở  $P$ .

- a) Chứng minh  $I$  là trung điểm của  $AP$ .
- b) Giả sử  $NO$  cắt tia đối của tia  $Ax$  tại  $S$ . Chứng minh  $KS \parallel AN$ .
- c) Chứng minh  $SB \perp PK$ .
- d) Biết  $AI = \frac{4}{3}R$ . Tính diện tích tứ giác  $AONI$ .

**Bài 4.** Cho nửa đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$ , đường kính  $AB$ . Trên nửa đường tròn lấy các điểm  $M, P$  sao cho  $M$  thuộc cung  $AP$ ;  $AM$  cắt  $BP$  tại  $N$ ;  $MB$  cắt  $AP$  tại  $Q$ . Vẽ  $Ax$  là tiếp tuyến của  $(O; R)$ ;  $MB$  cắt  $Ax$  tại  $E$ .

- a) Chứng minh  $BM \cdot BE$  không đổi khi  $M$  di động trên nửa đường tròn.
- b) Chứng minh  $PQ$  là tiếp tuyến của đường tròn đường kính  $NQ$ .
- c) Chứng minh  $BQ \cdot BM + AQ \cdot AP = AB^2$ .
- d) Chứng minh  $\frac{S_{\triangle MNP}}{S_{\triangle NBA}} = \cos^2 \widehat{ANB}$ .

**Bài 5.** Cho đường tròn  $(O; R)$ , đường kính  $AB$  và  $M$  là một điểm chuyển động trên đường tròn ( $M \neq A; B$ ). Dựng đường tròn tâm  $M$  tiếp xúc với  $AB$  tại  $H$ . Từ  $A$  và  $B$  kẻ tiếp tuyến  $AC$  và  $BD$  với đường tròn  $(M)$ .

- a) Chứng minh  $AC \parallel BD$ .
- b) Chứng minh  $CD$  là tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $M$ .
- c) Chứng minh rằng  $AC + BD$  không đổi khi  $M$  chuyển động trên đường tròn và tính tích  $AC \cdot BD$  theo  $CD$ .
- d) Tìm vị trí của  $M$  trên  $(O)$  để  $HC = HD$ .

**Bài 6.** Cho đường tròn  $(O; R)$ , dây  $CD > R$ ,  $H$  là trung điểm của  $CD$ ,  $S$  thuộc tia đối của  $DC$ . Kẻ các tiếp tuyến  $SA, SB$  của  $(O)$ .  $AB$  cắt  $SO$  ở  $E$ ,  $AB$  cắt  $OH$  tại  $F$ .

- a) Chứng minh 4 điểm  $S, E, H, F$  cùng thuộc một đường tròn.
- b) Chứng minh  $OE \cdot OS = OH \cdot OF$ .
- c) Chứng minh khi  $S$  chuyển động trên tia đối của tia  $DC$  thì  $AB$  luôn đi qua một điểm cố định.
- d) Chứng minh  $FC$  là tiếp tuyến của  $(O)$ .

**Bài 7.** Cho đường tròn tâm  $O$ , đường kính  $AB = 2R$ . Kẻ tiếp tuyến  $Ax$  của đường tròn  $(O; R)$ . Từ một điểm  $M$  trên tia  $Ax$ , kẻ tiếp tuyến  $MC$  với  $(O)$  tại tiếp điểm  $C$ . Qua  $O$  kẻ  $Oy$  vuông góc với  $AB$ ,  $Oy$  cắt  $BC$  tại  $N$ .

- a) Chứng minh tứ giác  $OMNB$  là hình bình hành.
- b) Gọi  $K$  là giao điểm của  $AN$  và  $MO$ ;  $I$  là giao điểm của  $MC$  và  $ON$ ;  $MN$  cắt  $OC$  kéo dài tại  $E$ . Chứng minh  $\triangle MIO$  cân và ba điểm  $K, I, E$  thẳng hàng.
- c) Gọi  $H$  là trực tâm  $\triangle MAC$ . Chứng minh điểm  $H$  thuộc một đường tròn cố định khi  $M$  chuyển động trên tia  $Ax$ .
- d) Tìm vị trí của  $M$  để  $K$  thuộc đường tròn  $(O)$ .

**Bài 8.** Cho hai đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  cắt nhau tại  $A$  và  $B$ . Một cát tuyến  $d$  quay quanh  $A$  cắt đường tròn  $(O)$  ở  $M$  và cắt đường tròn  $(O')$  ở  $N$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AM, AN$ .

- a) Chứng minh  $MN = 2EF$ .
- b) Giả sử  $AO$  cắt  $(O)$  tại  $P$  và  $AO'$  cắt đường tròn  $(O')$  tại  $Q$ . Chứng minh  $P, B, Q$  thẳng hàng.
- c) Chứng minh tứ giác  $MNQP$  là hình thang vuông.
- d) Tìm vị trí của cát tuyến  $d$  để  $AM = AN$ .