

**I) Phần Đại Số****A/ Một số kiến thức cơ bản:**

- 1) Mệnh đề và mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall, \exists$; áp dụng mệnh đề vào suy luận toán học.
- 2) Tập hợp, tập hợp con, tập hợp rỗng, các phép toán trên tập hợp; các tập hợp thường dùng trên R .
- 3) Tìm TXĐ của hàm số. Tính giá trị hàm số, xét tính chẵn lẻ của hàm số, tính biến thiên của HS.
- 4) Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số bậc nhất, bậc hai. Tìm hàm số: $y = ax + b, y = ax^2 + bx + c$ thỏa mãn một số điều kiện cho trước.
- 5) + Giải phương trình qui về bậc nhất, bậc hai dạng: $\sqrt{A} = B; |A| = B; |A| = |B|$; phương trình tích; PT chứa ẩn ở mẫu; PT trùng phương, giải các loại PT khác; ứng dụng định lí Vi-ét.
+ Giải và biện luận PT dạng: $ax + b = 0, ax^2 + bx + c = 0, |ax + b| = |cx + d|$, PT chứa ẩn ở mẫu, chứa căn.
+ Một số PT quy về bậc nhất, bậc 2 không chứa tham số
- 6) + Giải hệ hai (ba) PT bậc nhất hai (ba) ẩn bằng phương pháp cộng và phương pháp thế.
+ Giải và biện luận hệ 2 PT bậc nhất 2 ẩn; giải một số hệ PT bậc hai hai ẩn
- 7) CM một số bất đẳng thức bằng biến đổi tương đương hay dùng bất đẳng thức Cô-si, BĐT chứa |

B/ Một số bài tập cơ bản:**Chủ đề I) Mệnh đề-Tập hợp-các phép toán về tập hợp****Bài 1)** Các mệnh đề sau đúng hay sai? Vì sao?

- a) $\forall x \in R: (x-1)^2 \geq 0$ b) $\exists x \in R: x > x^2$ c) $\forall x \in R: |x| < 1 \Leftrightarrow x < 1$ d) $\exists n \in N, n^2 + 1 \vdots 4$

Bài 2) CMR : a) Nếu n^2 chẵn thì n chẵnb) Nếu tích ab lẻ thì a lẻ và b lẻc) Nếu hai số dương a, b thì $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ d) Nếu cho hai số $x \neq -1$ và $y \neq -1$ thì $x + y + xy \neq -1$ **Bài 3)** Cho các tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9\}; B = \{0, 2, 4, 6, 8, 9\}; C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ Hãy xác định các tập hợp: $A \cap (B \setminus C)$ và $(A \cap B) \setminus C$. So sánh hai tập hợp vừa tìm được.**Bài 4)** Tìm tất cả các tập hợp X sao cho $\{1, 2\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ **Bài 5)** Xác định các tập hợp sau và biểu diễn trên trục số:

- a) $[-3; 1) \cup (0; 4]$ b) $(0; 2] \cup [-1; 1]$ c) $(-2; 15) \cup (3; +\infty)$ d) $(-1; 4) \cup [-1; 2)$
e) $(-\infty; 2] \cap [-2; +\infty)$ f) $(-2; 3) \setminus (1; 5)$ g) $(-2; 3) \setminus [1; 5)$ h) $R \setminus (2; +\infty)$

Bài 6) Cho $A = (0; 2]$ và $B = [1; 4)$. Tìm $C_R(A \cup B)$ và $C_R(A \cap B)$ **Chủ đề II) Hàm số- Phương trình- Hệ Phương trình****Dạng 1: Xét tính chẵn lẻ của hàm số**

- 1) $y = x^4 - 3x^2 + 1$ 2) $y = -2x^3 + x$ 3) $y = |x + 2| - |x - 2|$ 4) $y = |2x + 1| + |2x - 1|$
5) $y = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ 6) $y = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ 7) $y = \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}$ 8) $y = |x|.x^3$

Dạng 2: Tìm tập xác định của các hàm số (PT):

- 1) $y = \frac{3x+1}{x^2-9}$ 2) $y = \frac{x}{1-x^2} - \sqrt{-x}$ 3) $y = \frac{x-3\sqrt{2-x}}{\sqrt{x+2}}$ 4) $y = \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{4-x}}{x^2-5x+6}$
5) $y = \frac{3x+5}{x^2-x+1}$ 6) $y = \sqrt{x+8} + 2\sqrt{x+7}$ 7) $y = \frac{x^2-2}{(x+2)\sqrt{x+1}}$ 8) $y = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$

Dạng 3: Bài toán về hàm số bậc hai:

Bài 1) Cho hàm số: $y = -x^2 + 2x + 3$ (P_1) và $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$ (P_2)

- a) Vẽ đồ thị (P_1), (P_2) trên cùng một hệ trục tọa độ
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P_1), (P_2) (nếu có)
- c) Tìm các giá trị của x sao cho $y > 0$; $y \leq 0$
- d) Từ đồ thị (P_1) hãy suy ra cách vẽ $y = -x^2 + 2|x| + 3$

Bài 2) Xác định hsố : $y = ax^2 + bx + c$ (P), biết :

- a) Đồ thị (P) đi qua $A(1;1)$ và hàm số đạt GTNN bằng $3/4$ tại $x = 1/2$
- b) Đồ thị (P) có đỉnh $I(1;-4)$ và đi qua $M(2;-3)$

Dạng 4: Giải phương trình không chứa tham số

- a) $\sqrt{x-3} = \sqrt{9-2x}$
- b) $\sqrt{x-1} = x-3$
- c) $2|x-1| = x+2$
- d) $|x-2| = 2x-1$
- e) $(x^2 - x - 2)\sqrt{x+1} = 0$
- f) $\frac{x-4}{x-1} + \frac{x+4}{x+1} = 2$
- g) $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$
- h) $\sqrt{3x-3} - \sqrt{5-x} = \sqrt{2x-4}$

Dạng 5: Biện luận số giao điểm của 2 đồ thị (kiểm tra lại bằng phép tính):

Bài 1) Biện luận số giao điểm của đường thẳng (d): $y = m+1$ và parabol (P): $y = -x^2 - 2x + 3$ theo m

Bài 2) Biện luận số giao điểm của 2 parabol: $y = -x^2 - 2x + 3$ (P_1) và $y = x^2 - m$ (P_2) theo tham số m

Dạng 6: Bài toán sử dụng hệ thức Vi-et

Bài 1) Không giải phương trình $x^2 - 2x - 15 = 0$ hãy tính:

- a) $A = x_1^2 + x_2^2$
- b) $B = x_1^3 + x_2^3$
- c) $C = x_1^4 + x_2^4$

Bài 2) Tìm m để phương trình $x^2 - 4x + m - 1 = 0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn hệ thức $x_1^3 + x_2^3 = 40$

Bài 3) Tìm m để PT $x^2 + (4m+1)x + 2(m-4) = 0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$ và hiệu giữa nghiệm lớn và nghiệm nhỏ là 17

Bài 4) Cho phương trình: $x^4 + (4m+1)x^2 + 2(m-4) = 0$ (1). Tìm m để PT(1) có:

- a) có nghiệm
- b) vô nghiệm
- c) có một nghiệm
- d) có 2 nghiệm
- e) có 3 nghiệm
- f) có 4 nghiệm
- g) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 2$

Bài 5) Cho phương trình: $mx^2 - 2(m+1)x + m+1 = 0$ (1). Tìm m để PT(1) có:

- a) ít nhất một nghiệm dương
- b) một nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm nhỏ hơn 1

Dạng 7: Giải PT bằng cách đặt ẩn phụ)

- a) $15x - 2x^2 - 5 = \sqrt{2x^2 - 15x + 11}$
- b) $x^2 + 4x - 3|x+2| + 4 = 0$
- c) $2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x+1} - \sqrt{x+1} = 4$
- c) $4x^2 + \frac{1}{x^2} + \left|2x - \frac{1}{x}\right| - 6 = 0$
- d) $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-4} = 2x - 12 + 2\sqrt{x^2 - 16}$

Dạng 8: Biện luận PT chứa dấu |, chứa mẫu số, chứa căn.

Bài 1) Tìm m để phương trình sau có nghiệm duy nhất:

- a) $|mx - 2| = |x + 4|$
- b) $|mx - x + 1| = |x + 2|$
- c) $\sqrt{x+1} = x + m$

Dạng 9: Giải và biện luận hệ PT bậc nhất 2 ẩn

Bài 1) Giải và biện luận hệ phương trình:

- a) $\begin{cases} mx + y = m + 1 \\ x + my = 2 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - 3my = 2m + 3 \end{cases}$
- c) $\begin{cases} mx + y = 4 - m \\ 2x + (m-1)y = m \end{cases}$
- d) $\begin{cases} mx + y - m^3 = 0 \\ x + my - 1 = 0 \end{cases}$

Bài 2) Tìm các giá trị của m để hệ PT sau : $\begin{cases} x - my = 1 \\ mx + y = 3 \end{cases}$ có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn $x^2 + y^2 = 10$.

Dạng 10: Giải hệ PT bậc 2 hai ẩn

a) $\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + y^2 = 100 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 \\ xy + x + y = 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x^2 + y^2 - x + y = 2 \\ xy + x - y = -1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 - 3x = 2y \\ y^2 - 3y = 2y \end{cases}$

Dạng 11: Các bài toán khác

Bài 1) Tìm m để PT sau vô nghiệm:

a) $\frac{x+1}{x-m+1} = \frac{x}{x+m+2}$ b) $\frac{(m+1)x+m-2}{x+3} = m$ c) $\frac{x^2 - 2(m+1)x + 6m - 4}{\sqrt{x-4}} = \sqrt{x-4}$

Bài 2) Tìm m để 2 PT sau có nghiệm chung: $x^2 + x + m = 0$ và $x^2 + mx + 1 = 0$

Chủ đề III) Bất đẳng thức

Bài 1. CMR : a) $a^4 + 1 > a^3 + a, \forall a$

b) $\forall a, b, c, d \in R, (ac + bd)^2 \leq (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$

II) Phần Hình Học:

A/ Một số kiến thức cơ bản:

1/ Khái niệm vectơ, vectơ không, độ dài vectơ; hai vectơ cùng phương, cùng hướng, ngược hướng, hai vectơ bằng nhau. Biết áp dụng quy tắc 3 điểm, quy tắc trừ và quy tắc hình bình hành, các kết quả về trung điểm và trọng tâm.

2/ Định nghĩa tọa độ của điểm và vectơ. Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ, tọa độ trọng tâm tam giác, tọa độ trung điểm, điều kiện để 2 vectơ bằng nhau, điều kiện để 2 vectơ cùng phương.

3/ Tính giá trị lượng giác của một góc. Tính tích vô hướng của hai vectơ bằng ĐN, tính chất, biểu thức tọa độ của tích vô hướng.

4/ Bài toán hệ thức lượng trong tam giác, giải tam giác.

B/ Một số bài tập cơ bản:

DẠNG 1: TÌM TỔNG CỦA CÁC VECTƠ

1/ Cho hình bình hành ABCD tâm O, M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD.

a) Tìm $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{NC}$; $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MC}$. b) Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

DẠNG 2: Tìm $|\vec{a} + \vec{b}|$; $|\vec{a} - \vec{b}|$: Cho ΔABC đều, cạnh a , đường cao AH. Tính:

a) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ c) $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AH}|$ d) $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{CA}|$

DẠNG 3: CHỨNG MINH CÁC ĐẲNG THỨC VECTƠ

1/ Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$.

2/ Cho tứ giác ABCD. M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD. CMR: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$.

3/ Cho G, G' lần lượt là trọng tâm của ΔABC và $\Delta A'B'C'$. Chứng minh rằng:

$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}$.

4/ Cho hình bình hành ABCD có tâm là I. Chứng minh: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AI}$

DẠNG 4: TÌM VỊ TRÍ CỦA 1 ĐIỂM THỎA MÃN 1 ĐẲNG THỨC VECTƠ

1/ Cho ΔABC . Tìm điểm M sao cho: a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. b) $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CA}$

DẠNG 5: PHÂN TÍCH MỘT VECTƠ THEO 2 VECTƠ KHÔNG CÙNG PHƯƠNG

1/ Cho ΔABC . Gọi M sao cho $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB}$. Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ và $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$.

DẠNG 6: CHỨNG MINH 3 ĐIỂM THẲNG HÀNG, CM 2 ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG.

1/ Cho ΔABC , trung tuyến AM, I là trung điểm của AM và J thỏa $3\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB}$.

a) Tính $\overrightarrow{CI}$ và $\overrightarrow{CJ}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

b) Chứng minh C, I, J thẳng hàng.

2/ Cho 4 điểm A, B, C, D thỏa $5\overrightarrow{CB} + 3\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{BA} = \vec{0}$. Chứng minh rằng A, C, D thẳng hàng.

DẠNG 7: CHỨNG MINH 2 ĐIỂM TRÙNG NHAU.

1/ Cho lục giác ABCDEF. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DE, EF, FA. Chứng minh rằng $\triangle MPR$ và $\triangle NQS$ có cùng trọng tâm.

2/ Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N, P lần lượt thỏa $\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{O}$, $\overrightarrow{NC} + 2\overrightarrow{NA} = \vec{O}$, $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} = \vec{O}$.

a. Chứng minh rằng $3\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC}$ b. CMR: $\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ có cùng trọng tâm.

DẠNG 8: BÀI TOÁN VỀ HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ-TÍCH VÔ HƯỚNG

1/ Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (1; -3)$, $\vec{c} = (-2; -4)$.

a) Tìm tọa độ của $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$; $\vec{v} = 3\vec{a} + 2\vec{b} + 4\vec{c}$. b) Tìm m, n sao cho $\vec{a} = m\vec{b} + n\vec{c}$.

2/ Trong mp' Oxy cho A(2; -1), B(3; 5), C(-2; 1). a) Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

b) Tìm tọa độ điểm D sao cho ABCD là hình bình hành. Tìm tọa độ tâm hình bình hành đó.

c) Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AN} - 5\overrightarrow{BN} + 2\overrightarrow{CN} = \vec{0}$

3/ Tìm tọa độ các đỉnh của $\triangle ABC$, biết trung điểm các cạnh AB, BC, CA của nó là:

a) M(2; 4), N(3; 0), P(2; 1)

b) M(1; 0), N(2; 2), P(-1; 3).

5/ Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm A(7; -3), B(8; 4), C(1; 5), D(0; -2). CMR tứ giác ABCD là hình vuông

6/ Cho A(3; 2), B(-1; 4). Đường thẳng AB cắt Ox, Oy lần lượt tại M và N. Tìm tọa độ điểm M và N.

7/ Trong mp' Oxy cho A(1; 1), B(4; 2), C(3; 0), D(0; -1). CMR tứ giác ABCD là hình bình hành.

8/ Trong mp' Oxy cho A(-2; -1), B(-1; 3), C(2; 4), D(4; 1). CMR tứ giác ABCD là hình thang.

9/ Trong mp' Oxy cho A(1; 1), B(3; 2), C(-2; 3).

a. Chứng minh A, B, C là 3 điểm của tam giác, tìm tọa độ trọng tâm của $\triangle ABC$.

b. Tìm tọa độ điểm D thỏa: $\overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$. c. Tính $\cos A$. Từ đó suy ra A là góc nhọn hay tù.

d. Tính chu vi, diện tích của tam giác ABC. e. Tìm tọa độ trục tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp

f. Tìm E trên Ox sao cho A, B, E thẳng hàng. g. Tìm tọa độ điểm E đối xứng với C qua B.

10/ Trong mp' Oxy cho A(-1; 0), B(3; 1), C(-3; 8).

a. Chứng minh $\triangle ABC$ vuông tại A.

b. Tìm tọa độ điểm D để ABCD là hình bình hành.

c. Tìm tọa độ điểm I thỏa: $2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. d. Tính $\cos B$.

e. Tìm tọa độ điểm E đối xứng với C qua B. e. Tìm tọa độ trục tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp.

DẠNG 9: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VÀ BÀI TOÁN GIẢI TAM GIÁC

1/ Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 45^\circ$, $b = 2$, $c = \sqrt{2}$. Tính a, $\hat{B}$, $\hat{C}$.

2/ Cho tam giác ABC có $a = 7\text{cm}$, $b = 5\text{cm}$, $c = 3\text{cm}$.

a. Tính S_{ABC} , R, r.

b. Tính các góc trong tam giác

3/ Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 60^\circ$, $AB = 4\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$.

a. Tính trung tuyến AM và bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABM$

b. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = 2\text{cm}$. Tính BD.

4/ Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn bán kính $R = 10$, $\hat{B} = 60^\circ$, $\hat{C} = 45^\circ$. Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC.

C. Bài tập tổng hợp

Bài 1. Cho tam giác ABC . M, I lần lượt là trung điểm của BC, AM .

1. Chứng minh $\overrightarrow{BI} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.
2. Xác định điểm D sao cho $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CM} + 2\overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

Bài 2. Cho tam giác ABC với M, N là hai điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BM}$, $\overrightarrow{AN} = -2\overrightarrow{NC}$. Phân tích véc tơ $\overrightarrow{MN}$ theo hai véc tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CB}$.

Bài 3. Cho tam giác ABC có trọng tâm G , điểm M thuộc cạnh BC sao cho $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$. Phân tích véc tơ $\overrightarrow{MG}$ theo hai véc tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = AC = a$.

1. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|, \|\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}\|$.
2. Gọi D là trung điểm BC , K là điểm đối xứng của A qua B , I là trung điểm KD . Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AI} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.
3. Các điểm E, J thỏa mãn $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BJ} = \frac{3}{8}\overrightarrow{BE}$. Chứng minh A, I, J thẳng hàng.

Bài 5. Cho tam giác ABC có M là trung điểm đoạn BC , G là trọng tâm của tam giác, điểm K đối xứng với G qua M .

1. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
2. Biết góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AB = 5, AC = 8$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CK}$.

Bài 6. Cho tam giác ABC có $AB = a, AC = 3a, \widehat{BAC} = 60^\circ$.

1. Tính $BC, \cos B, \cos C$.
2. Gọi M là trung điểm BC . Tính AM .
3. Gọi I, K là hai điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IM} = \vec{0}, \overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BK} = \vec{0}$. Tìm m sao cho $\overrightarrow{BI} = m\overrightarrow{BK}$.
4. Tính độ dài IK .

Bài 7. Cho tam giác ABC có $AB = 2a, AC = a, \widehat{BAC} = 60^\circ$. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $AB = 3AE$, trên cạnh AC lấy điểm F sao cho $4AF = 3AC$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ và độ dài đoạn thẳng EF .

Bài 8. Cho tam giác ABC có trọng tâm G ; D và E là hai điểm xác định bởi $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{EC}$.

1. Chứng minh: $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.
2. Chứng minh ba điểm D, E, G thẳng hàng.

Bài 9. Cho $A(1; -1), B(5; -3), C(2; 0)$. Tìm tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Bài 10. Cho điểm $A(1; 2), B(-2; 6), C(9; 8)$.

1. Tìm M trên Oy để B, M, A thẳng hàng.
2. Tìm N trên Ox để $\triangle ANC$ cân tại N .
3. Tìm điểm P sao cho $2\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PC} = \vec{0}$.

- Bài 11.** Cho ba điểm $A(1;2)$, $B(-2;0)$, $C(-1;1)$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ và tính góc giữa hai đường thẳng AC và BC .
- Bài 12.** Cho ΔABC có $A(-1;1)$, $B(1;3)$, $C(1;-1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của ΔABC .
- Bài 13.** Cho 2 điểm $A(4;-1)$, $B(-2;3)$.
1. Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox để ΔABM vuông tại B .
 2. Tìm tọa độ điểm M thuộc Oy để ΔABM cân tại M .
- Bài 14.** Cho tam giác ABC có $A(-4;1)$, $B(2;4)$, $C(5;-2)$.
1. Tìm tọa độ điểm D sao cho B là trọng tâm tam giác ADC .
 2. Tính diện tích tam giác ABC .
- Bài 15.** Cho tam giác ABC có $AB = 2\sqrt{2}$, $BC = 4$, $\widehat{A} = 135^\circ$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp, số đo góc C và diện tích tam giác ABC .
- Bài 16.** Cho tam giác ABC có $AB = AC = a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $T = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BA}$ theo a .
- Câu 17.** Cho tam giác ABC có $BC = a$; $CA = b$, $AB = c$.
1. Tính các góc A, B , trung tuyến m_a , đường cao h_a của tam giác ABC .
 2. Giả sử $a^4 = b^4 + c^4$. Chứng minh rằng: $\tan B \cdot \tan C = 2 \sin^2 A$.
 3. Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 + CA^2 = MB^2 + CB^2$.
- Câu 18.** Cho tam giác ABC có $AB = 6$, $AC = 5$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.
1. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AI}$.
 2. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ và độ dài đoạn AI .
- Bài 19.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AD = 3a$, $AB = 2a$. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AM = \frac{1}{3}AD$.
1. Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CB}$ theo a .
 2. Gọi I là trung điểm của MC . Tính các góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BM}$ và $\overrightarrow{AI}$.
- Câu 20.** Cho tam giác ABC có $AB = 2a$, $AC = a$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $AB = 3AE$, trên cạnh AC lấy điểm F sao cho $4AF = 3AC$, trên đường thẳng BC lấy điểm M sao cho $12\overrightarrow{BM} - 7\overrightarrow{BC} = \vec{0}$.
1. Tính độ dài EF .
 2. Chứng minh rằng EF vuông góc với AM .
- Hết-----