

Bài 1: Tìm tập xác định của hàm số

a) $y = \cot\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ b) $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \sin x}}$ c) $y = \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$ d) $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}}$

Bài 2 : Tìm giá trị lớn nhất , giá trị nhỏ nhất của hàm số sau:

a) $y = 3 - 2\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ b) $y = \sqrt{4 - 3\cos^2 3x} + 1$ c) $y = \frac{1 + 2\sin^2 x}{4}$
d) $y = \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x + 1$ e) $y = \frac{\cos^2 x + \sin x \cos x}{1 + \sin^2 x}$ f) $y = \frac{2\sin x + 3\cos x - 1}{\sin x - \cos x + 2}$

Bài 3 : Giải các phương trình sau (phương trình quy về bậc hai)

1) $\cos 8x + \cos 4x - 2 = 0$ trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{11\pi}{3}\right]$ 2) $2\cos^2 x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 1 = 0$
3) $\frac{4\sin^2 2x + 6\sin^2 x - 9 - 3\cos 2x}{\cos x} = 0$ 4) $\frac{\cos x(\cos x + 2\sin x) + 3\sin x(\sin x + \sqrt{2})}{\sin 2x - 1} = 1$

Bài 4 : Giải các phương trình sau (Phương trình quy về dạng bậc nhất đối với sinx ,cosx)

1) $4(\sin^4 x + \cos^4 x) + \sqrt{3} \sin 4x = 2$ 2) $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = 2 \sin x$
3) $\sqrt{3} \sin 5x + 2\sin 11x + \cos 5x = 0$ 4) $\cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x - \sqrt{3} \cos x + \sin x - 4 = 0$
5) $\sqrt{3} \cos 5x - 2\sin 3x \cos 2x - \sin x = 0$ 6) $\frac{(2 - \sqrt{3})\cos x - 2\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}{2\cos x - 1} = 1$
7) $2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) + \sqrt{3} \cos 4x = 4\cos^2 x - 1$ 8) $2\sin^2 x - \sqrt{3} \sin 2x + 1 = \sqrt{3} \sin x - \cos x$

Bài 5 : Giải các phương trình sau (Phương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx ,cos x)

1. $\sin^2 x - 10\sin x \cos x + 21\cos^2 x = 0$ 2. $2\sin^2 x - 5\sin x \cos x - \cos^2 x = -2$
3. $-3\sin^2 x + 5\sin x \cos x + 6\cos^2 x = 4$ 4. $\sin^2 x + 6\sqrt{3} \sin x \cos x - \cos^2 x = 5$

Bài 6 : Giải các phương trình sau (Một số dạng khác)

1) $2\sin^3 x + \cos 2x + \cos x = 0$ 2) $(1 + 2\cos 3x)\sin x + \sin 2x = 2\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$
3) $\cos 2x + 3\sin 2x + 5\sin x - 3\cos x = 3$ 4) $(2\sin x + 1)(3\cos 4x + 2\sin x - 4) + 4\cos^2 x = 3$
5) $\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$ 6) $(2\cos x - 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$
7) $\frac{\sin 2x + \cos 2x - 2\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 3\cos x}{1 + \cos x} = 1$ 8) $\frac{1}{\tan x + \cot 2x} = \frac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}{\cot x - 1}$

Bài 7.1) Tìm m để phương trình sau có nghiệm $x \in \left(\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{4}\right)$ $4(\sin^4 x + \cos^4 x) - 4(\sin^6 x + \cos^6 x) - \sin^2 4x = m$.

2) Tìm m để phương trình $\cos 2x - 4\sin x + m + 1 = 0$ có nghiệm trên $[0; \pi]$

3) Cho phương trình $2\cos 2x + (m + 4)\sin x - (m + 2) = 0$

a) Giải phương trình với $m = 2$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

PHẦN II. TỔ HỢP – XÁC SUẤT

Bài 8: Giải phương trình, bất phương trình (Có liên quan đến P_n, A_n^k, C_n^k .)

$$\begin{aligned} 1). C_x^3 &= 5C_x^1 & 2). 3C_{x+1}^2 + xP_2 &= 4A_x^2 & 3). P_x A_x^2 + 72 &= 6(A_x^2 + 2P_x) \\ 4). C_{14}^x + C_{14}^{x+2} &= C_{14}^{x+1} & 5). A_x^3 + C_x^{x-2} &= 14x & 6). A_{x-1}^2 - C_x^1 &= 79 & 7). \frac{1}{2} A_{2x}^2 - A_x^2 &\leq \frac{6}{x} C_x^3 + 10 \end{aligned}$$

Bài 9: Cho tập hợp $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên :

- Có 3 chữ số khác nhau ,
- là số chẵn có ba chữ số khác nhau ,
- Có 5 chữ số khác nhau và không bắt đầu bằng 56 .
- Có 3 chữ số khác nhau và có tổng các chữ số không vượt quá 15

Bài 10. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có sáu chữ số và thỏa mãn điều kiện: sáu chữ số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị.

Bài 11 : Cho tập $A = \{ 1;2;3;4;5 \}$.Hỏi có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau từ A . Tính tổng tất cả các số lập được

Bài 12: : Cho tập $A = \{0; 1;2;3;4;5 ;...;9 \}$ Từ A có thể

- Lập được bao nhiêu số chẵn 5 chữ số khác nhau .
- Lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau sao cho nhất thiết có mặt chữ số 8
- Lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau sao cho nhất thiết có mặt hai chữ số 0; 8
- Lập được bao nhiêu số lẻ có 6 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 500000.

Bài 13 : Từ tập thể gồm 14 người, có 6 nam và 8 nữ trong đó có An và Bình, người ta muốn chọn một tổ công tác gồm 6 người. Tìm số cách chọn trong mỗi trường hợp sau:

- Trong tổ có đúng 2 nữ.
- Trong tổ phải có cả nam lẫn nữ.
- Trong tổ phải có ít nhất 2 nữ
- Trong tổ phải có ít nhất 2 nam và 2 nữ
- Trong tổ có 1 tổ trưởng, 5 tổ viên, hơn nữa An và Bình đồng thời không có mặt trong tổ.

Bài 14 : Tìm số hạng chứa x^{10} trong khai triển của $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$

Bài 15 : Tìm hệ số của x^{31} trong khai triển của $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^n$, biết rằng $C_n^n + C_n^{n-1} + \frac{1}{2} A_n^2 = 821$.

Bài 16 : Tìm số hạng không chứa x trong khai triển: $\left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right)^n$, biết $C_n^0 - 2C_n^1 + A_n^2 = 109$

Bài 17: Tìm hệ số của x^7 trong khai triển của $\left(2x^4 + \frac{1}{x^3}\right)^n$ ($x > 0$) biết rằng n thỏa mãn $C_n^2 + 2A_n^2 + n = 112$.

Bài 18 : Tìm hệ số của x^6 trong khai triển thành đa thức của $P(x) = 2x^2(1-3x)^5 - 3x(1+2x)^7$

Bài 19 : Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $P = x(1-2x)^n + x^2(1+3x)^{2n}$, biết rằng: $A_n^2 - C_{n+1}^{n-1} = 5$.

Bài 20: Tính tổng a) $S = C_5^0 + 2C_5^1 + 4C_5^2 + 8C_5^3 + 16C_5^4 + 32C_5^5$

$$b^*) S_4 = C_{2020}^0 C_{2020}^{2019} + C_{2020}^1 C_{2019}^{2018} + \dots + C_{2020}^k C_{2020-k}^{2019-k} + \dots + C_{2020}^{2019} C_1^0$$

Bài 21: Trên một giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật lý và 2 quyển sách Hóa học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển.

- Xác định số phần tử của không gian mẫu.
- Tính xác suất sao cho trong 3 quyển sách lấy ra có đủ cả 3 môn.
- Tính xác suất sao cho trong 3 quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển sách Toán.

Bài 22* Trong năm học 2018-2019, **Trường THPT Thuận Thành 1** có 5 em học sinh lớp 10, 6 em học sinh lớp 11 và 7 em học sinh lớp 12 đạt giải học sinh giỏi. BCH Đoàn trường cần chọn ngẫu nhiên 8 em từ các em trên tham dự Hội nghị Đoàn viên xuất sắc.

- Tính số phần tử của không gian mẫu.
- Tính xác suất sao cho trong 8 em được chọn có đủ cả ba khối 10, 11 và 12.
- Tính xác suất sao cho trong 8 em được chọn có ít nhất một em lớp 12.

Bài 23 : Gọi A là tập gồm các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lập từ tập $E = \{ 0 ; 1; 2; 3; 4; 5 \}$. Chọn ngẫu nhiên hai phần tử của A. Tính xác suất sao cho

- Chọn được hai số chia hết cho 5
- Chọn được ít nhất 1 số chia hết cho 6

Bài 24: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất của các biến cố sau:

- A: “ Mặt 3 chấm xuất hiện ít nhất 1 lần”
- B: “ Mặt 3 chấm xuất hiện lần ở lần gieo thứ 2”
- C: “ Tổng số chấm hai lần gieo bằng 9”
- D: “Tổng số chấm hai lần gieo được số chia hết cho 3”
- E: “Tổng số chấm hai lần gieo không vượt quá 9”

B. HÌNH HỌC

PHẦN III . PHÉP BIẾN HÌNH

Bài 25: Tìm ảnh của điểm $A(-3; 2)$, đường thẳng $d: 2x-3y+4=0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ qua các phép biến hình sau:

- Tịnh tiến theo $\vec{v}(-2; 3)$
- Vị tự tâm I $(2; -1)$, tỉ số $k=2$
- Phép đồng dạng có được bằng việc thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O, tỉ số $k=2$ và phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (3; -1)$.

Bài 26 : Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: 2x-3y-1=0$, $d_2: x+2y-4=0$. Tìm tọa độ vectơ \vec{u} sao cho phép tịnh tiến theo vectơ \vec{u} biến d_1 thành đường thẳng đi qua $M(2; -1)$, biến d_2 thành đường thẳng đi qua $N(2; 2)$.

Bài 27 : Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d: 3x - y + 3 = 0$, $d': 3x - y - 1 = 0$. Tìm vectơ \vec{v} cả giá, hướng của d sao cho phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến d thành d'

Bài 28 : Cho tứ giác ABCD là hình bình hành, biết $A(3; 2)$, $B(1; 4)$, C thay đổi trên đường thẳng $x - y + 5 = 0$. Tìm quỹ tích điểm B.

PHẦN IV . HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

Bài 29 : Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SC, BC.

- Xác định giao điểm I của AM và (SBD)
- Xác định giao điểm J của SD và (AMN). Tính $\frac{SJ}{SD}$
- Xác định thiết diện của hình chóp và (AMN)

Bài 30 : Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của AB, SC.

- Tìm giao tuyến của (SMN) và (SBD)
- Tìm giao điểm I của MN và (SBD)

- Tính tỷ số $\frac{MI}{MN}$?

Bài 31: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB và SD.

- Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD); (SAD) và (SBC).

b) Chứng minh BD song song với mặt phẳng (AMN) .

c) Tìm giao điểm I của đường thẳng SC với mặt phẳng (AMN) . Tính tỉ số $\frac{SI}{SC}$.

d) Gọi P là trung điểm OC . Xác định thiết diện của (MNP) và hình chóp. Thiết diện chia cạnh SA theo tỉ số nào?

Bài 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang biết $AD=2BC$; AD và BC là hai đáy của hình thang. Gọi O là giao của hai đường chéo AC và BD , G là giao điểm của hai đường trung tuyến SM và DN của tam giác SCD .

1) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

2) Tìm giao điểm của SO với mặt phẳng (ADG) .

3) Chứng minh rằng GO song song với BN .

Bài 33: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang ($AB // CD$). Gọi M là trung điểm của SD .

a) Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD) . b) Xác định hình dạng của thiết diện của hình chóp cắt bởi (MAB) .

Bài 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn $AB = 2CD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và O là giao điểm của AC và BD .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) ; (SAD) và (SBC) .

b) Chứng minh $MN // CD$ và $MD // NC$ c) Tìm giao điểm của đường thẳng AN với (SCD)

d) Gọi I trên SC sao cho $SI = 2IC$. C/m $SA // (IBD)$ e) Gọi G là trọng tâm ΔSBC . C/m $OG // (SCD)$

Bài 35: Cho hình chóp $S.ABCD$, M là trung điểm trên SC .

a). Tìm giao tuyến giữa $mp(SAC)$ và $mp(SBD)$? b). Tìm giao điểm của AM và $mp(SBD)$?

c). Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) qua AM và song song với BD .

Bài 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và SB .

a/ Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD) b/ Chứng minh: $ON // (SAD)$

c/ Tìm giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC)

Bài 37: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm CD, SB, SA .

a/ Chứng minh $MN // (SAD)$; $MP // (SBC)$; $SA // (OMN)$

b/ Tìm giao tuyến của (OMN) và (SBC) ; (SOM) và (MNP)

d/ Tìm giao điểm của đường thẳng MN với $mp(SAC)$.

Bài 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD, BC và gọi G là trọng tâm của tam giác SAB .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (IJG) .

b) Xác định thiết diện của (IJG) với hình chóp $S.ABCD$. Tìm điều kiện đối với AB, CD để thiết diện là hình