SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO THÁI BÌNH

TRƯỜNG THPT CHUYÊN THÁI BÌNH

MÃ ĐỀ 210

ĐỀ THI THỬ THPTQG LẦN I – NĂM HỌC: 2019 - 2020

MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

(50 câu trắc nghiệm)

Họ và tên thí sinh: .... Lớp: .... SBD: ....

MỤC TIÊU: *Đề thi thử lần 1 THPT chuyên Thái Bình gồm 50 câu hỏi trắc nghiệm, kiến thức 100% là kiến thức học kì I, bao gồm các chương: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số, hàm số mũ và logarit, thể tích khối đa diện, mặt trụ, mặt nón, mặt cầu. Tuy là đề thi thử lần 1 tuy nhiên trong đề thi đã xuất hiện nhiều câu hỏi khá phức tạp như 35, 42, 46, 50. Đề thi giúp đánh giá đúng năng lực học sinh ở các chương đầu, giúp học sinh có chương trình ôn luyện phù hợp.*

Câu 1: Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{\sqrt[3]{a^5}.a^{\frac{7}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a>0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $A=a^{\frac{-2}{7}}$.　**B.** $A=a^{\frac{2}{7}}$.　**C.** $A=a^{\frac{7}{2}}$.　**D.** $A=a^{\frac{-7}{2}}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=2\sin x-\cos x$. Đạo hàm của hàm số là:

A. $-2\cos x-\sin x$.　**B.** $y'=-2\cos x+\sin x$.　**C.** $y'=2\cos x+\sin x$.　**D.** $y'=2\cos x-\sin x$.

Câu 3: Hàm số nào trong bốn hàm số liệt kê ở dưới nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y=\left(\dfrac{e}{2}\right)^{2x+1}$.　**B.** $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x}$　**C.** $y=\left(\dfrac{3}{e}\right)^{x}$.　**D.** $y=2017^x$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=3$.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ bằng -1.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 1.

D. Hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Câu 5: Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 16.　**B.** 8.　**C.** 24.　**D.** 12.

Câu 6: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào xác định với mọi giá trị thực của x?

A. $y=\left(2x-1\right)^{\frac{1}{3}}$.　**B.** $y=\left(2x^2+1\right)^{-\frac{1}{3}}$.　**C.** $y=\left(1-2x\right)^{-3}$.　**D.** $y=\left(1+2\sqrt{x}\right)^{3}$.

Câu 7: Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là:

A. $S_{xq}=rl$　**B.** $S_{xq}=2\pi rl$.　**C.** $S_{xq}=\pi rl$.　**D.** $S_{xq}=2rl$

Câu 8: Cho các số thực dương a,b với $a\neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây.

A. $\log_{a^2}\left(ab\right)=\dfrac{1}{2}\log_a b$.

B. $\log_{a^2}\left(ab\right)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_a b$.

C. $\log_{a^2}\left(ab\right)=\dfrac{1}{4}\log_a b$.

D. $\log_{a^2}\left(ab\right)=2+2\log_a b$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) < 0\ \forall x \in (0;+\infty)$. Biết $f(1) = 2020$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $f(2020) > f(2022)$. **B.** $f(2018) < f(2020)$. **C.** $f(0) = 2020$. **D.** $f(2) + f(3) = 4040$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc. Biết $SA = SB = SC = a$, tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$ **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 11: Tổng $S = C_n^0 - 3C_n^1 + 3^2C_n^2 - 3^3C_n^3 + ... + (-1)^n.3^nC_n^n$ bằng:

A. -2^n **B.** $(-2)^n$ **C.** 4^n **D.** 2^n

Câu 12: Cho 10 điểm phân biệt. Hỏi có thể lập được bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$ mà điểm đầu và điểm cuối thuộc 10 điểm đã cho.

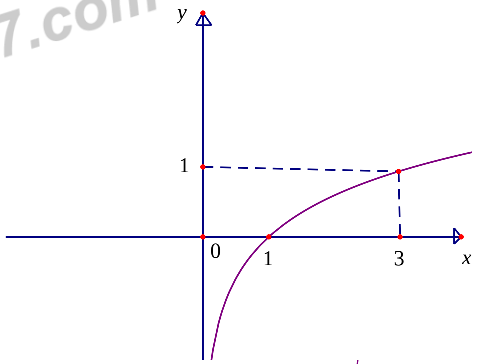
A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^2 **C.** A_8^2. **D.** A_{10}^1.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	3	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

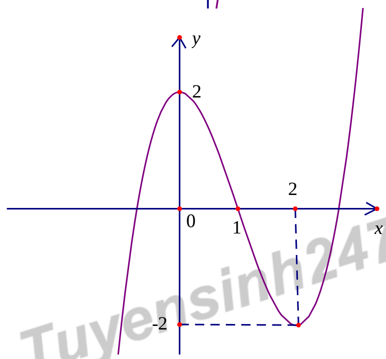
Câu 14: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ bên?



A. $y = 2^x$. **B.** $y = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x$.

C. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. **D.** $y = \log_3 x$.

Câu 15: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

C. $y = x^3 - 3x + 2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Câu 16: Hàm số $y = x^4 - x^2 + 3$ có mấy điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 17: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích mặt chéo $ACC'A'$ bằng $2\sqrt{2}a^2$. Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là:

A. a^3 **B.** $2a^3$ **C.** $\sqrt{2}a^3$ **D.** $2\sqrt{2}a^3$

Câu 18: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 19. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=2x-3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B. Tọa độ trung điểm của đoạn AB là:

A. $M\left(\dfrac{-3}{2};-6\right)$. **B.** $M\left(\dfrac{3}{4};-\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $M\left(\dfrac{3}{2};0\right)$. **D.** $M\left(\dfrac{3}{4};0\right)$.

Câu 20: Hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 21: Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng bao nhiêu?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 22: Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P) cách I một khoảng bằng $\dfrac{R}{2}$. Khi đó thiết diện của (P) và (S) là một đường tròn có bán kính bằng:

A. R. **B.** $\dfrac{R\sqrt{3}}{2}$. **C.** $R\sqrt{3}$ **D.** $\dfrac{R}{2}$

Câu 23: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2}x-\sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính tổng $S=2M-m$.

A. $S=0$. **B.** $S=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=4$.

Câu 24: Hàm số: $y=x^3-3x^2-9x+7$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $y=(1;+\infty)$. **B.** $(-5;-2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 25: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y=2x^3+x\ln x$ tại điểm $M(1;2)$.

A. $y=-7x+9$. **B.** $y=3x-4$. **C.** $y=7x-5$. **D.** $y=3x-1$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA=a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

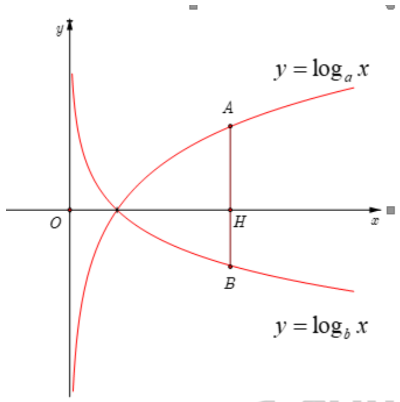
Câu 27: Hai anh em A sau Tết có $20\,000\,000$ đồng tiền mừng tuổi. Mẹ gửi ngân hàng cho hai anh em với lãi suất $0,5\%$ /tháng (sau mỗi tháng tiền lãi được nhập vào tiền gốc để tính lãi tháng sau). Hỏi sau 1 năm hai anh em được nhận bao nhiêu tiền biết trong một năm đó hai anh em không rút tiền lần nào (số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)?

A. $21\,233\,000$ đồng. **B.** $21\,234\,000$ đồng. **C.** $21\,235\,000$ đồng. **D.** $21\,200\,000$ đồng.

Câu 28: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $4a^3$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi là M trung điểm của cạnh SD. Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2. Tính khoảng cách từ M tới mặt phẳng (SAB).

A. $12a$. **B.** $6a$. **C.** $3a$. **D.** $4a$.

Câu 29: Cho a và b là các số thực dương khác 1. Biết rằng bất kì đường thẳng nào song song với trục tung mà cắt các đồ thị $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ và trục hoành lần lượt tại A, B và H phân biệt ta đều có $3HA=4HB$ (hình vẽ bên dưới). Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a^4b^3=1$. **B.** $a^3b^4=1$.

C. $3a=4b$. **D.** $4a=3b$.

Câu 30: Một hình trụ nội tiếp một hình lập phương cạnh a. Thể tích của khối trụ đó là:

A. $\frac{1}{2}\pi a^3$ **B.** $\frac{1}{4}\pi a^3$ **C.** $\frac{4}{3}\pi a^3$ **D.** πa^3

Câu 31: Cho hàm $y=\sqrt{x^2-4x-5}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

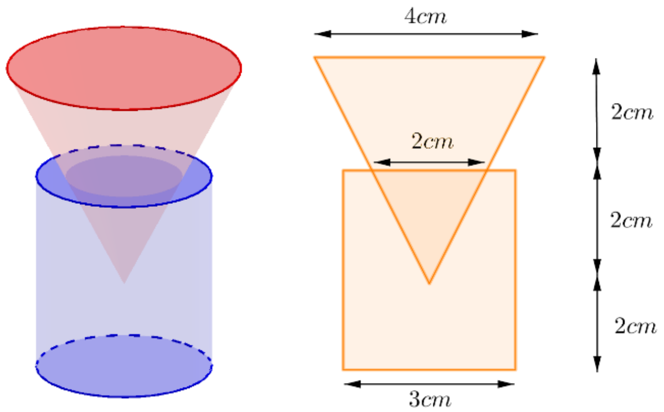
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(5;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

Câu 32: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a, AA'=a\sqrt{2}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$.

A. 60^0 **B.** 30^0 **C.** 45^0 **D.** 90^0

Câu 33: Một nút chai thủy tinh là một khối tròn xoay (H), một mặt phẳng chứa trục của (H) cắt (H) theo một thiết diện như trong hình vẽ bên dưới. Tính thể tích V của (H).



A. $V=23\pi\ (cm^3)$. **B.** $V=13\pi\ (cm^3)$. **C.** $V=17\pi\ (cm^3)$. **D.** $V=\frac{41\pi}{3}\ (cm^3)$.

Câu 34. Cho tập hợp $A=\{1,2,3,...,20\}$. Hỏi A có bao nhiêu tập con khác rỗng mà số phần tử là số chẵn bằng số phần tử là số lẻ?

A. 184755. **B.** 524288. **C.** 524287. **D.** 184756.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $AB=3$, $AC=2$ và $BAC=60°$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCNM$.

A. $R=\sqrt{2}$. **B.** $R=\frac{\sqrt{21}}{3}$. **C.** $R=\frac{4}{\sqrt{3}}$. **D.** $R=1$.

Câu 36: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

A. $m\in(-1;1)$. **B.** $m\in\left[\frac{1}{2};1\right]$. **C.** $m\in\left(\frac{1}{2};1\right)$ **D.** $m\in\left[-\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2-9m^2x$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

A. $m\geq\frac{1}{3}$ hoặc $m\leq-1$. **B.** $m<-1$. **C.** $m>\frac{1}{3}$. **D.** $-1<m<\frac{1}{3}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)=x^3-(m+3)x^2+2mx+2$ (với m là tham số thực, $m>0$). Hàm số $y=f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh SA,SB và P là điểm bất kỳ thuộc cạnh CD. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V. Tính thể tích của khối tứ diện $AMNP$ theo V.

A. $\frac{V}{8}$. **B.** $\frac{V}{12}$. **C.** $\frac{V}{6}$. **D.** $\frac{V}{4}$.

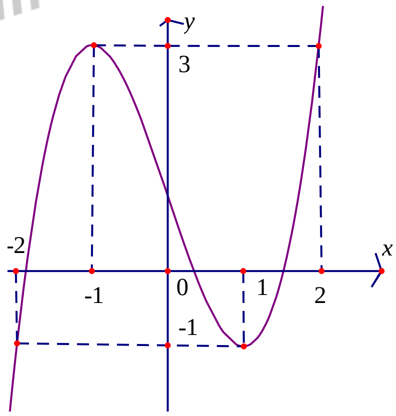
Câu 40: Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có chín chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A. Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 3.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{11}{27}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq0)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(f(x))=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực ?

A. 5 **B.** 9

C. 7 **D.** 3



Câu 42: Cho hàm số $f(x)=2x^4-4x^3+3mx^2-mx-2m\sqrt{x^2-x+1}+2$ (m là tham số thực).

Biết $f(x)\geq0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $m\in\varnothing$ **B.** $m\in(-\infty;-1)$. **C.** $m\in\left(0;\frac{5}{4}\right)$. **D.** $m\in(-1;1)$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại C; $CA=CB=a$. Gọi là M trung điểm của cạnh AA'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC'.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

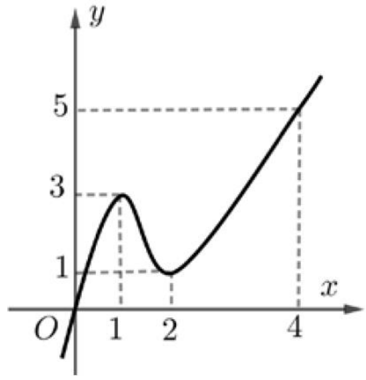
Câu 44. Trong tất cả các cặp số thực $(x;y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+3}(2x+2y+5)\geq1$, có bao nhiêu giá trị thực của m để tồn tại duy nhất cặp $(x;y)$ sao cho $x^2+y^2+4x+6y+13-m=0$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3 **D.** 0.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-9)(x-1)^2$. Hàm số $y=f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)=0;\ f(4)>4$. Biết đồ thị hàm $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x^2)-2x\right|$.



A. 1. **B.** 2.

C. 5. **D.** 3.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)=\ln\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)$. Biết rằng $f'(2)+f'(3)+...+f'(2019)+f'(2020)=\dfrac{m}{n}$ với m, n, là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tính $S=2m-n$.

A. 2. **B.** 4. **C.** -2. **D.** -4.

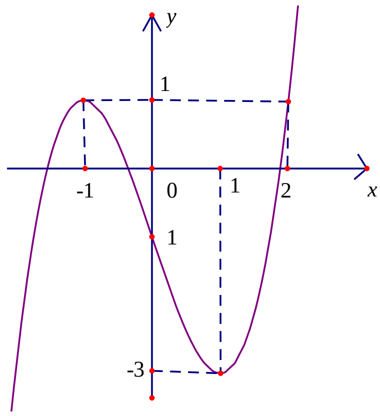
Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a\sqrt{3}, AB=AC=2a, BC=3a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{\sqrt{5}a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{35}a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{35}a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}a^3}{4}$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên.

Gọi $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2+x-2019$.

Biết $g(-1)+g(1)>g(0)+g(2)$. Với $x\in[-1;2]$ thì $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng:



A. $g(2)$. **B.** $g(1)$.

C. $g(-1)$. **D.** $g(0)$.

Câu 50: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=BD=AD=2a, AC=\sqrt{7}a, BC=\sqrt{3}a$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, CD bằng a, tính thể tích của khối tứ diện $ABCD$.

A. $\dfrac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $2\sqrt{6}a^3$. **D.** $2\sqrt{2}a^3$.

----------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

1. B	2. C	3. B	4. A	5. D	6. B	7. C	8. B	9. A	10. A
11. B	12. B	13. A	14. D	15. B	16. C	17. D	18. C	19. B	20. B
21. A	22. B	23. A	24. B	25. C	26. D	27. B	28. C	29. A	30. B
31. C	32. B	33. D	34. A	35. B	36. D	37. A	38. C	39. A	40. B
41. C	42. C	43. A	44. B	45. A	46. D	47. C	48. D	49. A	50. B

Câu 1 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng các công thức: $\left(a^m\right)^n = a^{m.n}$, $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$, $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $a^m.a^n = a^{m+n}$.

Cách giải:

Ta có: $A = \dfrac{\sqrt[3]{a^5}.a^{\frac{7}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-2}}} = \dfrac{a^{\frac{5}{3}}.a^{\frac{7}{3}}}{a^4.a^{-\frac{2}{7}}} = \dfrac{a^4}{a^{\frac{26}{7}}} = a^{\frac{2}{7}}$.

Chọn B.

Câu 2 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng các công thức đạo hàm của hàm số lượng giác.

Cách giải:

$y = 2\sin x - \cos x \Rightarrow y' = 2\cos x + \sin x.$

Chọn C.

Chú ý: $(\cos x)' = -\sin x$.

Câu 3 (NB):

Phương pháp:

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên các khoảng xác định $\Leftrightarrow 0 < a < 1.$

Cách giải:

Trong các hàm số ở 4 đáp án bài cho, chỉ có đáp án B đúng vì hàm số có hệ số $a = \dfrac{1}{3} < 1.$

Chọn B.

Câu 4 (NB):

Phương pháp:

Dựa vào BBT để nhận xét các điểm cực trị của hàm số.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ và đạt cực đại tại $x = 1$.

Chọn A.

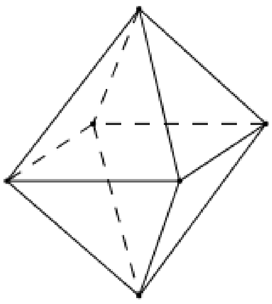
Câu 5 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng lý thuyết của khối đa diện để làm bài.

Cách giải:

Hình bát diện đều có 12 cạnh.



Chọn D.

Câu 6 (TH):

Phương pháp:

Hàm số x^n xác định $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{lll} x\in\mathbb{R} & khi & n\in\mathbb{Z}^+ \\ x\in\mathbb{R}\setminus\{0\} & khi & n\in\mathbb{Z}^- \\ x\in(0;+\infty) & khi & n\notin\mathbb{Z} \end{array}\right.$.

Cách giải:

+ Đáp án A: TXĐ: $D=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)\Rightarrow$ loại A.

+ Đáp án B: TXĐ: $D=\mathbb{R}\Rightarrow$ chọn B.

Chọn B.

Câu 7 (NB):

Phương pháp:

Công thức tính diện tích xung quanh hình nón có bán kính đáy $R,$ chiều cao h và đường sinh l: $S_{xq}=\pi Rl$

Cách giải:

Công thức tính diện tích xung quanh hình nón có bán kính đáy và đường sinh l: $S_{xq}=\pi rl.$

Chọn C.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng các công thức: $\left\{\begin{array}{l} \log_a(xy)=\log_a x+\log_a y;\ \log_a\frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y \\ \log_{a^n}x=\frac{1}{n}\log_a x;\ \log_a x^m=m\log_a x. \end{array}\right.$ (giả sử các biểu thức là có nghĩa).

Cách giải:

Với $a,\ b>0$ ta có: $\log_{a^2}(ab)=\frac{1}{2}\log_a ab=\frac{1}{2}(\log_a a+\log_a b)=\frac{1}{2}(1+\log_a b)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b.$

Chọn B.

Câu 9 (TH):

Phương pháp:

Hàm số có $f'(x)<0\ \forall x\in(0;+\infty)\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

$\Rightarrow \forall x_1,\ x_2\in(0;+\infty)$ và $x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$.

Cách giải:

Hàm số có $f'(x)<0\ \forall x\in(0;+\infty)\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

$\Rightarrow \forall x_1,\ x_2\in(0;+\infty)$ và $x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$.

Vì $2020,\ 2022\in(0;+\infty);\ 2020<2022\Rightarrow f(2020)>f(2022)$

Chọn A.

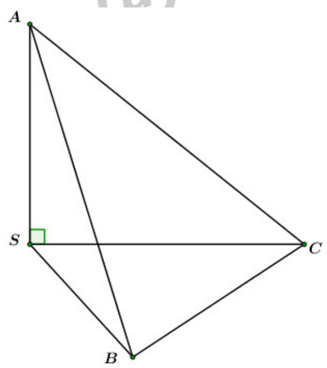
Câu 10 (NB):

Phương pháp:

Thể tích của tứ diện $OABC$ có $OA=a,\ OB=b,\ OC=c$ đôi một vuông góc là: $V=\frac{1}{6}abc.$

Cách giải:

Ta có: $V_{SABC}=\frac{1}{6}SA.SB.SC=\frac{a^3}{6}.$



Chọn A.

Câu 11 (TH):
Phương pháp:

Sử dụng công thức khai triển nhị thức Niu-ton: $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$.

Cách giải:

Ta có: $S = C_n^0 - 3C_n^1 + 3^2C_n^2 - 3^3C_n^3 + ... + (-1)^n.3^nC_n^n = (1-3)^n = (-2)^n$.

Chọn B.

Câu 12 (TH):
Phương pháp

Chọn bất kì k điểm trong n điểm có thứ tự: A_n^k cách chọn.

Cách giải:

Cứ 2 điểm không trùng nhau ta được hai vetco khác $\vec{0}$.
Chọn 2 điểm trong 10 điểm ta có A_{10}^2 cách chọn.

Chọn B.

Câu 13 (NB):
Phương pháp:

+ Đường thẳng $x = a$ được gọi là TCĐ của đồ thị hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow \lim_{x \to a} f(x) = \infty$.

+ Đường thẳng $y = b$ được gọi là TCN của đồ thị hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow \lim_{x \to \pm\infty} f(x) = b$.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy đồ thị hàm số có TCĐ là $x = 1$ và các TCN là $y = 3$, $y = 5$.

Chọn A.

Câu 14 (NB):
Phương pháp:

Dựa vào dáng điệu của đồ thị hàm số để nhận xét tính đơn điệu của hàm số, từ đó chọn hàm số tương ứng.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số có TXĐ: $D = (0;+\infty)$ và hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$

$\Rightarrow$ chọn đáp án D.

Chọn D.

Câu 15 (TH):
Phương pháp:

Dựa vào dáng điệu của đồ thị hàm số để nhận xét tính đơn điệu của hàm số và các điểm mà đồ thị hàm số đi qua, từ đó chọn hàm số tương ứng.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có nét cuối đi lên $\Rightarrow a > 0 \Rightarrow$ loại A và D.

Lại có đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;-2)$ nên ta có:

+ Đáp án B: $2^3 - 3.2^2 + 2 = -2 \Rightarrow$ hàm số đáp án B thỏa mãn.

+ Đáp án C: $2^3 - 3.2 + 2 = 4 \neq -2 \Rightarrow$ hàm số đáp án C không thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 16 (NB)
Phương pháp

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$.

Cách giải:

Ta có: $y' = 4x^3 - 2x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x(2x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn C.

Câu 17 (TH):
Phương pháp:

Thể tích hình lập phương có các cạnh bằng a là: $V = a^3$.

Cách giải:

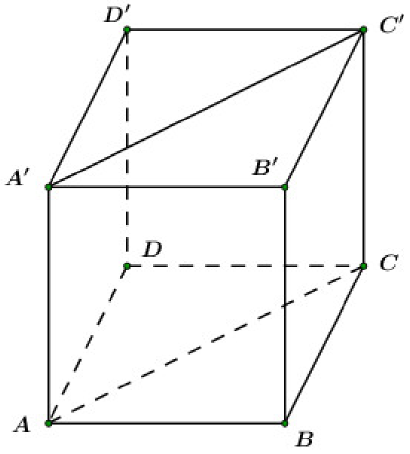
Ta có:

$S_{ACC'A'} = AA'.AC = 2\sqrt{2}a^2$

$\Leftrightarrow AA'.AA'\sqrt{2} = 2\sqrt{2}a^2$

$\Leftrightarrow AA'^2 = 2a^2 \Rightarrow AA' = a\sqrt{2}.$

$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'C'} = \left(a\sqrt{2}\right)^3 = 2\sqrt{2}a^3.$



Chọn D.

Câu 18 (TH):

Phương pháp:

Số giao điểm của hai đồ thị hàm số là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số.

Cách giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$x^3 - 3x + 3 = x \Leftrightarrow x^3 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + x - 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{-1+\sqrt{13}}{2} \\ x = \dfrac{-1-\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$$

$\Rightarrow$ Hai đồ thị đã cho cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.

Chọn C.

Câu 19 (TH):

Phương pháp:

+ Tìm tọa độ các giao điểm A, B của hai đồ thị hàm số.

+ I là trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Cách giải:

Ta có: $(C): \; y = \dfrac{2x-1}{x+1} \quad (x \ne -1)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) là:

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x - 3 \Leftrightarrow 2x - 1 = (2x-3)(x+1) \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(2x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \quad (tm) \Rightarrow A(2; 1) \\ x = -\dfrac{1}{2} \; (tm) \Rightarrow B\left(-\dfrac{1}{2}; -4\right) \end{array}\right.$$

$\Rightarrow$ Trung điểm của AB là: $M\left(\dfrac{3}{4}; -\dfrac{3}{2}\right)$.

Chọn B.

Câu 20 (TH):

Phương pháp:

Tìm TXĐ của hàm số, khảo sát hàm số đã cho để tìm các khoảng nghịch biến của hàm số.

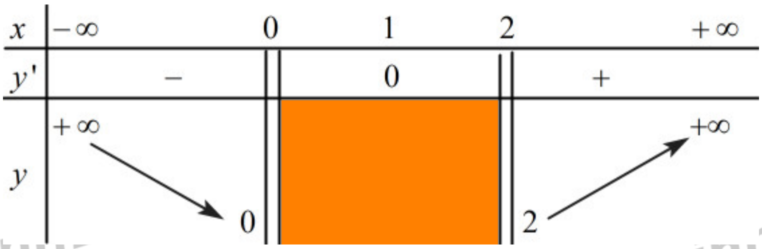
Cách giải:

TXĐ: $D=(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

Ta có: $y'=\dfrac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}$

$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 2x-2=0\Leftrightarrow x=1$.

Ta có BBT:



Dựa vào BBT ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trong $(-\infty;0)$.

Chọn B.

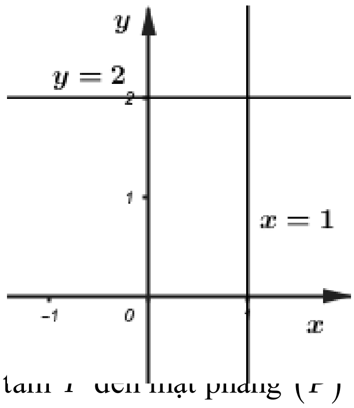
Câu 21 (TH):

Phương pháp:

+ Đường thẳng $x=a$ được gọi là TCĐ của đồ thị hàm số $y=f(x)\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$.

+ Đường thẳng $y=b$ được gọi là TCN của đồ thị hàm số $y=f(x)\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=b$.

Cách giải:



Xét hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Đồ thì hàm số có TCĐ là: $x=1$ và TCN là: $y=2$.

$\Rightarrow$ Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ $S=1.2=2$.

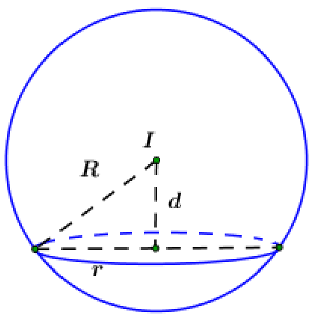
Chọn A.

Câu 22 (TH):

Phương pháp

Gọi R là bán kính mặt cầu (S), $d=d(I;(P))$ là khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) và r là bán kính đường tròn giao tuyến mà (P) cắt (S). Khi đó ta có: $r=\sqrt{R^2-d^2}$.

Cách giải:



Áp dụng công thức: $r=\sqrt{R^2-d^2}$ ta có:

$r=\sqrt{R^2-\left(\dfrac{R}{2}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{3R^2}{4}}=\dfrac{R\sqrt{3}}{2}$.

Chọn B.

Câu 23 (TH):

Phương pháp:

Cách 1:

+) Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y=f(x)$ trên $[a;b]$ bằng cách:

+) Giải phương trình $y'=0$ tìm các nghiệm x_i.

+) Tính các giá trị $f(a)$, $f(b)$, $f(x_i)$ $(x_i\in[a;b])$. Khi đó:

$\min\limits_{[a;b]} f(x)=\min\{f(a);\ f(b);\ f(x_i)\}$, $\max\limits_{[a;b]} f(x)=\max\{f(a);\ f(b);\ f(x_i)\}$.

Cách 2: Sử dụng chức năng MODE 7 để tìm GTLN, GTNN của hàm số trên $[a;b]$.

Cách giải:

Xét hàm số: $f(x)=\dfrac{1}{2}x-\sqrt{x+1}$ trên $[0;3]$, hàm số xác định trên $[0;3]$.

Có: $f'(x)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2\sqrt{x+1}}\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{x+1}=1\Leftrightarrow x+1=1\Leftrightarrow x=0\in[0;3]$

Mà: $\begin{cases} f(0)=-1 \\ f(3)=-\frac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} M=\max\limits_{[0;3]} f(x)=-\frac{1}{2} \\ m=\min\limits_{[0;3]} f(x)=-1\end{cases}\Rightarrow S=2M-m=0.$

Chọn A.

Câu 24 (TH):

Phương pháp:

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)\Leftrightarrow f'(x)\ge 0\ \forall x\in(a;b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Cách giải:

Ta có: $y'=3x^2-6x-9$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến $\Leftrightarrow y'>0\Leftrightarrow 3x^2-6x-9>0\Leftrightarrow x^2-2x-3>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x>3 \\ x<-1\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

Trong các đáp án, chỉ có đáp án B đúng.

Chọn B.

Câu 25 (TH):

Phương pháp:

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm $M(x_0;y_0)$ thuộc đồ thị hàm số là: $y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0$.

Cách giải:

Ta có: $y'=6x^2+\ln x+1$.

Thay tọa độ điểm $M(1;2)$ vào hàm số ta được: $2.1^3+1.\ln 1=2\Rightarrow M(1;2)$ thuộc đồ thị hàm số.

Khi đó phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(1;2)$ là:

$$y=y'(1)(x-1)+2=(6+\ln 1+1)(x-1)+2=7x-5.$$

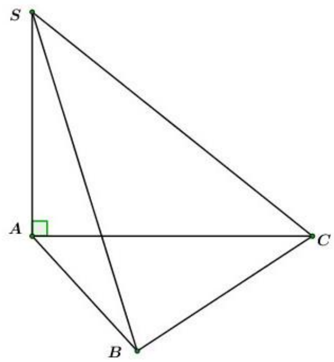
Chọn C.

Câu 26 (TH):

Phương pháp:

Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là: $V=\frac{1}{3}Sh.$

Cách giải:



Tam giác ABC đều cạnh $a\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có: $V_{SABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Chọn D.

Câu 27 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức: $P=A(1+r)^n$ với A là số tiền gửi vào ngân hàng với lãi suất $r\%$ /kì hạn n.

Cách giải:

Số tiền hai anh em nhận được sau một năm là:

$$P=A(1+r)^n=20.10^6(1+0,5\%)^{12}\approx 21234000 \text{ đồng}.$$

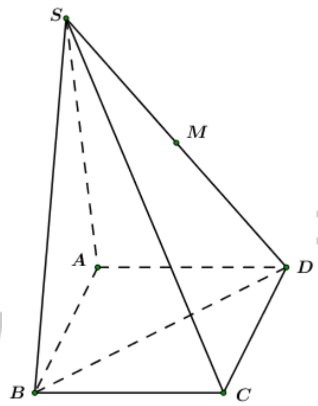
Chọn B.

Câu 28 (VD):

Phương pháp:

Sử dụng công thức: $h = \dfrac{3V}{S}$.

Cách giải:



Ta có: $V_{SABCD} = 4a^3 \Rightarrow V_{SABD} = \dfrac{1}{2}V_{SABCD} = 2a^3$.

$\Rightarrow \dfrac{1}{3}d\left(D;\left(SAB\right)\right).S_{SAB} = 2a^3 \Leftrightarrow d\left(D;\left(SAB\right)\right) = \dfrac{3.2a^3}{a^2} = 6a.$

Mà M là trung điểm của SD.

$\Rightarrow d\left(M;\left(SAB\right)\right) = \dfrac{1}{2}d\left(D;\left(SAB\right)\right) = \dfrac{1}{2}.6a = 3a.$

Chọn C.

Câu 29 (VD):

Phương pháp:

Sử dụng các công thức hàm số logarit để biến đổi và tìm biểu thức đúng.

Cách giải:

Gọi $H\left(x_0;0\right)\ \left(x_0>0\right)$. Khi đó ta có: $A\left(x_0;\log_a x_0\right);\ B\left(x_0;\log_b x_0\right)$.

Theo đề bài ta có: $3HA = 4HB \Rightarrow 3\overrightarrow{AH} = 4\overrightarrow{HB}$

$\Leftrightarrow 3\left(0;-\log_a x_0\right) = 4\left(0;\log_b x_0\right) \Leftrightarrow -3\log_a x_0 = 4\log_b x_0$

$\Leftrightarrow 4\log_b x_0 + 3\log_a x_0 = 0 \Leftrightarrow \dfrac{4}{\log_{x_0} b} + \dfrac{3}{\log_{x_0} a} = 0$

$\Leftrightarrow 4\log_{x_0} a + 3\log_{x_0} b = 0 \Leftrightarrow \log_{x_0} a^4 + \log_{x_0} b^3 = 0$

$\Leftrightarrow \log_{x_0} a^4b^3 = 0 \Leftrightarrow a^4b^3 = x_0^0 = 1.$

Chọn A.

Câu 30 (TH)

Phương pháp

Công thức tính thể tích của khối trụ có bán kính đáy R và chiều cao h: $V = \pi R^2 h.$

Cách giải:

Khối trụ nội tiếp hình lập phương có độ dài các cạnh là $a \Rightarrow h = a,\ R = \dfrac{a}{2}$.

$\Rightarrow V_{tru} = \pi R^2 h = \pi.\left(\dfrac{a}{2}\right)^2.a = \dfrac{\pi a^3}{4}.$

Chọn B.

Câu 31 (VD):

Phương pháp:

Lập BBT của hàm số và kết luận các khoảng đơn điệu của hàm số.

Cách giải:

+ TXĐ: $D = \left(-\infty;-1\right] \cup \left[5;+\infty\right)$.

+ Ta có $y' = \dfrac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x-5}} = \dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-4x-5}}$.

+ Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x-2=0 \Leftrightarrow x = 2 \notin D$.

+ BBT:

x	$-\infty$		-1		2		5		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
y		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	

Từ BBT ta thấy hàm số đồng biến trên $(5;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

Vậy khẳng định đúng là C.

Chọn C.

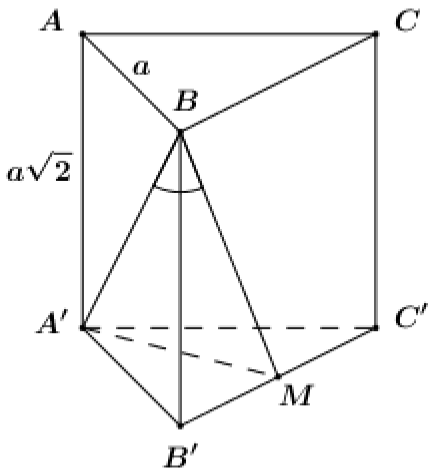
Chú ý: Lưu ý tìm TXĐ của hàm số trước khi lập BBT.

Câu 32 (VD):

Phương pháp:

Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc giữa đường thẳng và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đó.

Cách giải:



Gọi M là trung điểm của $B'C'$, do $\Delta A'B'C'$ đều nên $A'M \perp B'C'$.

Ta có: $\begin{cases} A'M \perp B'C' \\ A'M \perp BB'\ \left(BB' \perp \left(A'B'C'\right)\right) \end{cases} \Rightarrow A'M \perp \left(BCC'B'\right)$.

$\Rightarrow MB$ là hình chiếu của $A'B$ trên $\left(BCC'B'\right)$.

$\Rightarrow \angle\left(A'B;\left(BCC'B'\right)\right) = \angle\left(A'B;MB\right) = \angle A'BM$.

Do $A'M \perp \left(BCC'B'\right) \Rightarrow A'M \perp BM \Rightarrow \Delta A'BM$ vuông tại M.

Tam giác $A'B'C'$ đều cạnh $a \Rightarrow A'M = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\Delta A'AB$ vuông tại A (do $AA' \perp \left(ABC\right) \Rightarrow AA' \perp AB$) nên áp dụng định lí Pytago ta có: $A'B = \sqrt{AA'^2 + AB^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông $A'BM$ có: $\sin \angle A'BM = \dfrac{A'M}{A'B} = \dfrac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \angle A'BM = 30^0$.

Vậy $\angle\left(A'B;\left(BCC'B'\right)\right) = 30^0$.

Chọn B.

Câu 33 (VD):

Phương pháp:

+ Thể tích khối trụ chiều cao h, bán kính đáy R: $V = \pi R^2 h$.

+ Thể tích khối nón cụt chiều cao h, hai bán kính đáy $r;\ R$: $V = \dfrac{1}{3}\pi\left(r^2 + rR + R^2\right)h$.

Cách giải:

Hình (H) bao gồm:

+ Khối trụ có bán kính đáy $R_1 = \dfrac{3}{2}\ (cm)$, chiều cao $h = 4\ (cm) \Rightarrow$ Thể tích của khối trụ là:

$V_1 = \pi.\left(\dfrac{3}{2}\right)^2.4 = 9\pi\ \left(cm^3\right)$.

+ Khối nón cụt có hai bán kính đáy là $r_2 = \dfrac{2}{2} = 1\ (cm)$, $R_2 = \dfrac{4}{2} = 2\ (cm)$ và chiều cao $h' = 2\ (cm)$ $\Rightarrow$ Thể tích nón cụt là: $V_2 = \dfrac{1}{3}\pi.\left(1^2 + 1.2 + 2^2\right).2 = \dfrac{14\pi}{3}\ \left(cm^3\right)$.

Vậy $V_{(H)} = V_1 + V_2 = 9\pi + \dfrac{14}{3}\pi = \dfrac{41}{3}\pi\ \left(cm^3\right)$.

Chọn D.

Câu 34 (VD):

Phương pháp:

Sử dụng chỉnh hợp, quy tắc đếm một cách hợp lý.

Cách giải:

Tập hợp A có 10 phần tử là số chẵn và 10 phần tử là số lẻ.

Gọi $A_1=\{1;3;5;7;9;11;13;15;17;19\}$ và $A_2\{2;4;6;8;10;12;14;16;18;20\}$.

Gọi X là tập hợp thỏa mãn yêu cầu bài toán $(X\ne\varnothing)$.

TH1: X gồm 1 phần tử là số chẵn và 1 phần tử là số lẻ.

$\Rightarrow$ Có $C_{10}^1.C_{10}^1=\left(C_{10}^1\right)^2$ tập hợp thỏa mãn.

TH2: X gồm 2 phần tử là số chẵn và 2 phần tử là số lẻ.

$\Rightarrow$ Có $C_{10}^2.C_{10}^2=\left(C_{10}^2\right)^2$ tập hợp thỏa mãn.

…

TH10: X gồm 10 phần tử là số chẵn và 10 phần tử là số lẻ.

$\Rightarrow$ Có $C_{10}^{10}.C_{10}^{10}=\left(C_{10}^{10}\right)^2$ tập hợp thỏa mãn.

Vậy có tất cả $\left(C_{10}^1\right)^2+\left(C_{10}^2\right)^2+...\left(C_{10}^{10}\right)^2=184755$ tập hợp X thỏa mãn yêu cầu bài toán.

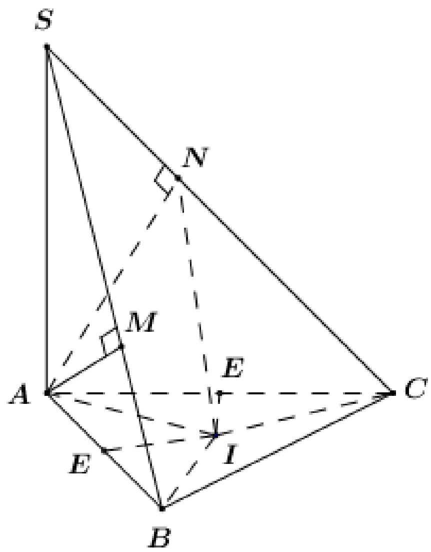
Chọn A.

Câu 35 (VDC):

Phương pháp:

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh $IA=IB=IC=IM=IN$.

Cách giải:



Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC\Rightarrow IA=IB=IC\ (1)$.

Gọi E,F lần lượt là trung điểm của AB,AC ta có:

$$\begin{cases}IE\perp AC\\ IE\perp SA\end{cases}\Rightarrow IE\perp(SAC)\Rightarrow IE\perp(ANC).$$

Lại có E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ANC (do tam giác ANC vuông tại N)

Do đó IE là trục của $\Delta ANC\Rightarrow IA=IC=IN\ (2)$.

Chứng minh tương tự ta có IE là trục của tam giác AMB

$\Rightarrow IA=IB=IM\ (3)$.

Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow IA=IB=IC=IM=IN\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $ABCMN$, bán kính mặt cầu ngoại tiếp này là $R=IA$, chính là bán kính mặt cầu ngoại tiếp tam giác ABC.

Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin\angle BAC=\frac{1}{2}.3.2.\sin 60^0=\frac{3\sqrt3}{2}$.

Áp dụng định lí Cô-sin trong tam giác ABC ta có

$$BC=\sqrt{AB^2+AC^2-2.AB.AC.\cos\angle BAC}=\sqrt{3^2+2^2-2.3.2.\cos 60^0}=\sqrt7.$$

Vậy $R=\dfrac{AB.BC.CA}{4S_{\Delta ABC}}=\dfrac{3.\sqrt7.2}{4.\frac{3\sqrt3}{2}}=\dfrac{\sqrt{21}}{3}$.

Chọn B.

Câu 36 (VD):

Phương pháp:

+ Tìm TXĐ của hàm số.
+ Tính đạo hàm của hàm số.
+ Tìm điều kiện để hàm số xác định trên $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ và $y'>0\ \forall x\in\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Cách giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Ta có: $y'=\left(\frac{mx+1}{x+m}\right)'\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}}\ln\left(\frac{1}{5}\right)=\frac{m^2-1}{(x+m)^2}\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}}\ln\left(\frac{1}{5}\right)$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ thì $\begin{cases}y'>0\ \forall x\in\left(\frac{1}{2};+\infty\right)\\ -m\notin\left(\frac{1}{2};+\infty\right)\end{cases}$.

$\Rightarrow\begin{cases}m^2-1<0\\ -m\le\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<1\\ m\ge-\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow-\frac{1}{2}\le m<1$.

Vậy $m\in\left[-\frac{1}{2};1\right)$.

Chọn D.

Câu 37 (VD):

Phương pháp:

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)\Leftrightarrow$ Hàm số xác định trên $(a;b)$ và $f'(x)\le0\ \forall x\in(a;b)$ (bằng 0 tại hữu hạn điểm).

Cách giải:

+ TXĐ: $D=\mathbb{R}$.
+ Ta có $y'=3x^2-6mx-9m^2$.
+ Để hàm số nghịch biến trên $(0;1)\Leftrightarrow y'\le0\ \forall x\in(0;1)$.

$\Rightarrow 3x^2-6mx-9m^2\le0\ \forall x\in(0;1)\Leftrightarrow x^2-2mx-3m^2\le0\ \forall x\in(0;1)$.

+ Ta có $\Delta'=m^2+3m^2=4m^2\ge0\ \forall m\in\mathbb{R}$.

TH1: $m=0\Rightarrow x^2>0\ \forall x\in(0;1)$ (Loại).

TH2: $m\ne0\Rightarrow$ Phương trình $x^2-2mx-3m^2=0$ có hai nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l}x_1=m+\sqrt{4}m=3m\\ x_2=m-\sqrt{4}m=-m\end{array}\right.$.

+ Nếu $x_1<x_2\Leftrightarrow 3m<-m\Leftrightarrow m<0$. Khi đó ta có BXD:

x	$-\infty$		$3m$		0		$-m$		$+\infty$
$x^2-2mx-3m^2$		+	0		−		0	+	

Dựa vào BBT ta thấy hàm số nghịch biến trên $(0;1)\Leftrightarrow -m\ge1\Leftrightarrow m\le-1$.

+ Nếu $x_1>x_2\Leftrightarrow 3m>-m\Leftrightarrow m>0$. Khi đó ta có BXD:

x	$-\infty$		$-m$		0		$3m$		$+\infty$
$x^2-2mx-3m^2$		+	0		−		0	+	

Dựa vào BBT ta thấy hàm số nghịch biến trên $(0;1)\Leftrightarrow 3m\ge1\Leftrightarrow m\ge\frac{1}{3}$.

Vậy $m\ge\frac{1}{3}$ hoặc $m\le-1$.

Chọn A.

Câu 38 (VD):

Phương pháp:

+ Xác định số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

+ Xác định vị trí của các điểm cực trị so với trục Oy, từ đó suy ra số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$.

Cách giải:

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 2(m+3)x + 2m$.

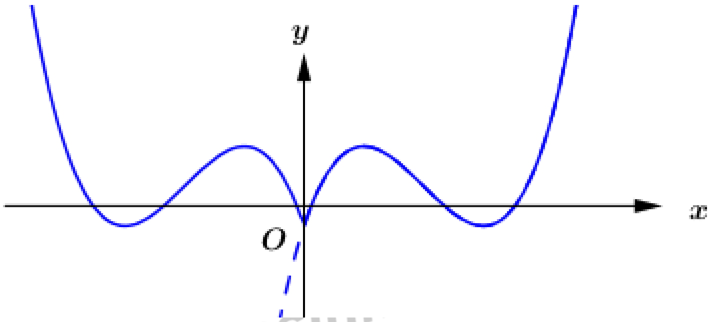
Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2(m+3)x + 2m = 0$ ta có: $\Delta' = (m+3)^2 - 3.2m = m^2 + 9 > 0\ \forall m \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị với mọi giá trị của m.

Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số, áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{2(m+3)}{3} \\ x_1x_2 = \dfrac{2m}{3} \end{cases}$.

Do $m > 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1x_2 > 0 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số có 2 điểm cực trị nằm về bên phải trục Oy,

Vậy hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.



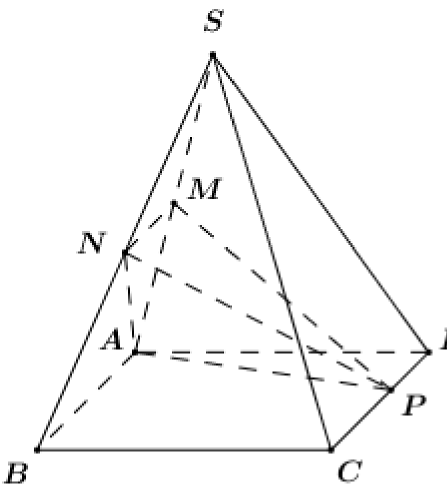
Chọn C.

Câu 39 (VD):

Phương pháp:

Sử dụng công thức $V_{AMNP} = V_{P.AMN} = \dfrac{1}{3}d(P;(AMN)).S_{AMN}$.

Cách giải:



Ta có $V_{AMNP} = V_{P.AMN} = \dfrac{1}{3}d(P;(AMN)).S_{AMN} = \dfrac{1}{3}d(P;(SAB)).S_{AMN}$.

Do $CP \parallel (SAB) \Rightarrow d(P;(SAB)) = d(C;(SAB))$.

Lại có $S_{AMN} = \dfrac{1}{2}d(N;AM).AM = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}d(B;SA).\dfrac{1}{2}SA = \dfrac{1}{4}S_{SAB}$

$\Rightarrow V_{AMNP}=\dfrac{1}{3}.d\left(C;\left(SAB\right)\right).\dfrac{1}{4}.S_{SAB}=\dfrac{1}{4}V_{C.SAB}$.

Ta có $V_{C.SAB}=V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}d\left(S;\left(ABC\right)\right).S_{ABC}=\dfrac{1}{3}d\left(S;\left(ABC\right)\right).\dfrac{1}{2}S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}V_{S.ABCD}=\dfrac{V}{2}$.

Vậy $V_{AMNP}=\dfrac{V}{8}$.

Chọn A.

Câu 40 (VD):

Phương pháp:

+ Tính số phần tử của không gian mẫu.
+ Tính số phần tử của biến cố.
+ Tính xác suất của biến cố.

Cách giải:

Gọi số có 9 chữ số khác nhau là $\overline{a_1a_2a_3...a_9}$ $\left(a_1\neq 0\right)$.

Số các số có 9 chữ số khác nhau là $A_{10}^9-A_9^8$ số $\Rightarrow n\left(\Omega\right)=A_{10}^9-A_9^8$.

Gọi A là biến cố: "Số được chọn chia hết cho 3".

Ta có tổng các số từ 0 đến 9 là $0+1+2+...+9=\dfrac{9.10}{2}=45\,\vdots\,3$.

$\Rightarrow$ Số có 9 chữ số khác nhau chia hết cho 3 được chọn từ tập có 9 chữ số thỏa mãn: hoặc không có số 0, hoặc không có số 3, hoặc không có số 6, hoặc không có số 9.

TH1: Bộ $\left(a_1;\,a_2;\,...\,;\,a_9\right)$ không có số 0 $\Rightarrow$ Có $A_9^9=9!$ số.

TH2: Bộ $\left(a_1;\,a_2;\,...\,;\,a_9\right)$ không có số 3 $\Rightarrow$ Có $8.A_8^8=8.8!$ số.

TH3: Bộ $\left(a_1;\,a_2;\,...\,;\,a_9\right)$ không có số 6 $\Rightarrow$ Có $8.A_8^8=8.8!$ số.

TH4: Bộ $\left(a_1;\,a_2;\,...\,;\,a_9\right)$ không có số 9 $\Rightarrow$ Có $8.A_8^8=8.8!$ số.

$\Rightarrow n\left(A\right)=9!+3.8.8!$.

Vậy $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{9!+3.8.8!}{A_{10}^9-A_9^8}=\dfrac{11}{27}$.

Chọn B.

Câu 41 (VD):

Phương pháp:

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=g\left(x\right)$ là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$.

Cách giải:

Đặt $f\left(x\right)=t\ \left(t\in\mathbb{R}\right)$ ta có $f\left(f\left(x\right)\right)=0\Leftrightarrow f\left(t\right)=0$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình $f\left(t\right)=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} t=t_1\in\left(-2;-1\right)\\ t=t_2\in\left(0;1\right)\\ t=t_3\in\left(1;2\right)\end{array}\right.$.

TH1: $t=t_1\in\left(-2;-1\right)\Rightarrow f\left(x\right)=t_1\in\left(-2;-1\right)\Rightarrow$ Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=t_1\in\left(-2;-1\right)$ song song với trục hoành.

$\Rightarrow f\left(x\right)=t_1\in\left(-2;-1\right)$ có 1 nghiệm.

TH2: $t=t_2\in\left(0;1\right)\Rightarrow f\left(x\right)=t_2\in\left(0;1\right)$. Suy luận tương tự ta thấy phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

TH3: $t=t_3\in\left(1;2\right)\Rightarrow f\left(x\right)=t_3\in\left(1;2\right)$. Suy luận tương tự ta thấy phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Rõ ràng 7 nghiệm này là hoàn toàn phân biệt.

Vậy phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ có 7 nghiệm phân biệt.

Chọn C.

Câu 42 (VDC):

Cách giải:

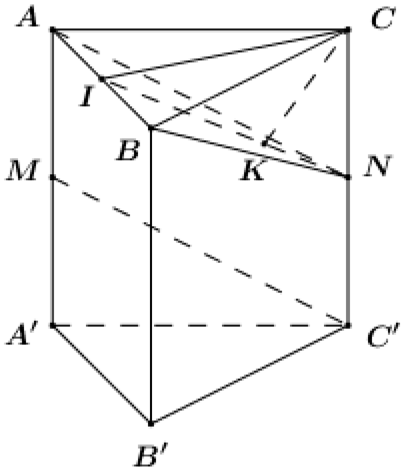
Chọn C.

Câu 43 (VD):

Phương pháp:

Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là khoảng cách giữa đường thẳng này và mặt phẳng song song với đường này chứa đường thẳng kia.

Cách giải:



Gọi N là trung điểm của CC' ta có $AN \parallel MC' \Rightarrow MC' \parallel (ABN) \supset AB$.

$\Rightarrow d(MC';AB) = d(MC';(ABN)) = d(C';(ABN))$.

Ta có: $CC' \cap (ABN) = \{N\} \Rightarrow \dfrac{d(C'(ABN))}{d(C;(ABN))} = \dfrac{C'N}{CN} = 1 \Rightarrow d(C';(ABN)) = d(C;(ABN))$.

Gọi I là trung điểm của AB. Tam giác ABC cân tại $C \Rightarrow CI \perp AB$.

Xét $\Delta_v ACN$ và $\Delta_v BCN$ có: $AC = BC\ (gt)$, $CN\ chung$;

$\Rightarrow \Delta_v ACN = \Delta_v BCN$ (hai cạnh góc vuông) $\Rightarrow AN = BN \Rightarrow \Delta ABN$ cân tại N.

$\Rightarrow$ Trung tuyến NI đồng thời là đường cao $\Rightarrow NI \perp AB$.

Do đó $\begin{cases} AB \perp CI \\ AB \perp NI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (NCI)$.

Trong (NCI) kẻ $CK \perp NI\ (K \in NI)$ ta có $CK \perp AB\ (AB \perp (NCI) \supset CK)$.

$\Rightarrow CK \perp (ABN) \Rightarrow CK = d(C;(ABN))$.

Tam giác ABC vuông cân tại C có $CA = CB = a \Rightarrow CI = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông NCI đường cao CK ta có:

$$CK = \frac{CI.CN}{\sqrt{CI^2 + CN^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}.a}{\sqrt{\frac{2a^2}{4} + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy $d(AB;MC') = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

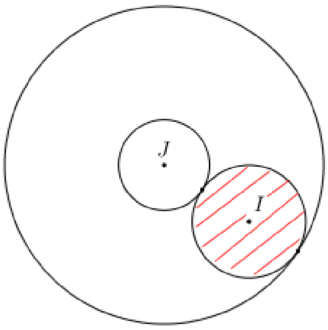
Chọn A.

Câu 44 (VDC):

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp hình học.

Cách giải:



Điều kiện: $2x + 2y + 5 > 0$. (*)

Theo giả thiết ta có:

$\log_{x^2+y^2+3}(2x+2y+5)\ge 1 \Leftrightarrow 2x+2y+5\ge x^2+y^2+3\ \left(Do\ x^2+y^2+3>1\right)$

$\Leftrightarrow x^2+y^2-2x-2y-2\le 0\ (1)$

$\Rightarrow$ Tập hợp các điểm $(x;y)$ thỏa mãn (1) thuộc hình tròn tâm $I(1;1)$, bán kính $R=2$ (tính cả biên).

Lại có $(x;y)$ thỏa mãn $x^2+y^2+4x+6y+13-m=0 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y+3)^2=m$ (2) $\Rightarrow m\ge 0$.

\+ $m=0 \Leftrightarrow (2) \Leftrightarrow (x+2)^2+(y+3)^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases} \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 2.(-2)+2(-3)+5=-5<0$

$\Rightarrow m=0$ không thỏa mãn.

\+ $m>0$, khi đó tập hợp các điểm $(x;y)$ thỏa mãn (2) là đường tròn tâm $J(-2;-3)$ bán kính $R_2=\sqrt{m}$.

Ta có $IJ=\sqrt{(-2-1)^2+(-3-1)^2}=5>R_1 \Rightarrow J$ nằm phía ngoài hình tròn (1). Do đó để tồn tại duy nhất cặp $(x;y)$ thỏa mãn (1) và (2) thì:

TH1: Hai đường tròn** $(I;2)$ **và** $(J;\sqrt{m})$ **tiếp xúc ngoài.

$\Rightarrow IJ=R_1+R_2 \Leftrightarrow 5=2+\sqrt{m} \Leftrightarrow \sqrt{m}=3 \Leftrightarrow m=9\ (tm)$.

***TH2: Đường tròn** $(J;\sqrt{m})$ **chứa đường tròn** $(I;2)$.*

$\Rightarrow IJ=R_2-R_1 \Leftrightarrow 5=\sqrt{m}-2 \Leftrightarrow \sqrt{m}=7 \Leftrightarrow m=49\ (tm)$

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn B.

Chú ý: Nhiều học sinh chỉ tìm được 1 giá trị của m do thiếu trường hợp 2.

Câu 45 (VD):

Phương pháp:

\+ Tính đạo hàm của hàm hợp: $\left[f(u(x))\right]'=u'(x).f'(x)$.

\+ Xét dấu của đạo hàm hàm $f(x^2)$ và kết luận các khoảng đơn điệu.

Cách giải:

Đặt $g(x)=f(x^2)$. Ta có: $g'(x)=2xf'(x^2)=2x.(x^2)^3(x^2-9)(x^2-1)^2$.

Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & (boi\ 7) \\ x=\pm 3 & (boi\ 1) \\ x=\pm 1 & (boi\ 2) \end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		0		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu $g'(x)$ ta thấy hàm số $g(x)=f(x^2)$ nghịch biến trên $(-\infty;-3)$, $(0;3)$.

Chọn A.

Chú ý: Qua các nghiệm bội chẵn của $g'(x)$ thì $g'(x)$ không đổi dấu.

Câu 46 (VD):

Cách giải:

Chọn D.

Câu 47 (VD):

Phương pháp:

\+ Sử dụng công thức tính đạo hàm $\left[\ln(u)\right]'=\dfrac{u'}{u}$.

\+ Sử dụng phân tích: $\dfrac{2}{(k-1)k(k+1)}=\dfrac{1}{(k-1)k}-\dfrac{1}{k(k+1)}$.

Cách giải:

Ta có: $f'(x)=\dfrac{\dfrac{2x}{x^4}}{1-\dfrac{1}{x^2}}=\dfrac{\dfrac{2}{x^3}}{\dfrac{x^2-1}{x^2}}=\dfrac{2}{x\left(x^2-1\right)}=\dfrac{2}{(x-1)x(x+1)}=\dfrac{1}{(x-1)x}-\dfrac{1}{x(x+1)}$.

Do đó:

$$f'(2)+f'(3)+...+f'(2019)+f'(2020)$$

$$=\frac{1}{1.2}-\frac{1}{2.3}+\frac{1}{2.3}-\frac{1}{3.4}+....+\frac{1}{2018.2019}-\frac{1}{2019.2020}+\frac{1}{2019.2020}-\frac{1}{2020.2021}$$

$$=\frac{1}{1.2}-\frac{1}{2020.2021}=\frac{1010.2021-1}{2020.2021}\Rightarrow\begin{cases}m=1010.2021-1\\ n=2020.2021\end{cases}$$

$$\Rightarrow S=2m-n=2(1010.2021-1)-2020.2021=2020.2021-2-2020.2021=-2$$

Chọn C.

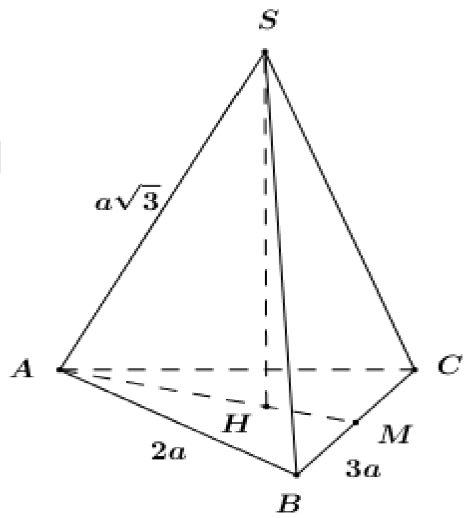
Câu 48 (VD):

Phương pháp:

+ Chóp có tất cả các cạnh bên bằng nhau có chân đường vuông góc trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp đáy.

+ Công thức tính thể tích khối chóp: $V_{chop}=\dfrac{1}{3}S_{day}.h$.

Cách giải:



Chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC\Rightarrow$ Hình chiếu của S trên (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC\Rightarrow SH\perp(ABC)$.

Gọi M là trung điểm của BC, do tam giác ABC cân tại $A\Rightarrow AM$ đồng thời là trung trực của BC.

Suy ra $H\in AM$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông ABM có:

$$AM=\sqrt{AB^2-BM^2}=\sqrt{4a^2-\frac{9a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{7}}{2}.$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AM.BC=\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{7}}{2}.3a=\frac{3\sqrt{7}a^2}{4}.$$

Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC\Rightarrow R=\dfrac{AB.BC.CA}{4S_{\Delta ABC}}=\dfrac{2a.2a.3a}{4.\dfrac{3\sqrt{7}a^2}{4}}=\dfrac{4\sqrt{7}a}{7}$.

$$\Rightarrow AH=\frac{4\sqrt{7}a}{7}.$$

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông SAH có: $SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{3a^2-\dfrac{16}{7}a^2}=\dfrac{a\sqrt{35}}{7}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{35}}{7}.\dfrac{3\sqrt{7}a^2}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{5}}{4}$.

Chọn D.

Câu 49 (VDC):

Phương pháp:

+ Xác định các nghiệm của phương trình $g'(x)=0$.

+ Lập BBT, so sánh các giá trị và kết luận GTNN của hàm số trên $[-1;2]$.

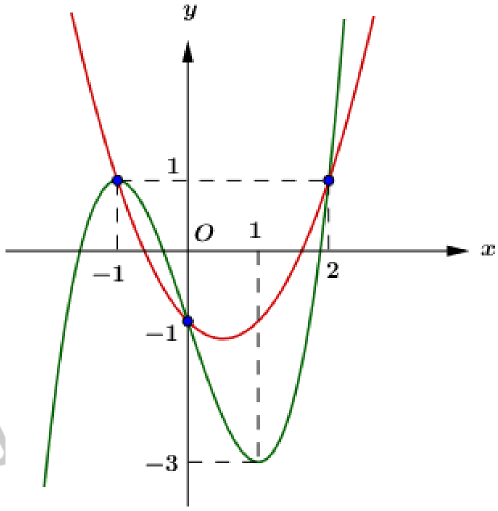
Cách giải:

Ta có $g'(x)=f'(x)-x^2+x+1$.

Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x^2-x-1$ (*).

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=x^2-x-1$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình có (*) có 3 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.



BBT:

x	-1		0		2
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	0
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Theo giả thiết ta có: $g(-1)+g(1)>g(0)+g(2) \Leftrightarrow g(-1)-g(2)>g(0)-g(1)$.

Do hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên $(0;1) \Rightarrow g(0)>g(1) \Rightarrow g(0)-g(1)>0$.

$\Rightarrow g(-1)-g(2)>0 \Leftrightarrow g(-1)>g(2)$.

Do đó $\min\limits_{[-1;2]} g(x)=g(2)$.

Chọn A.

Câu 50 (VDC):

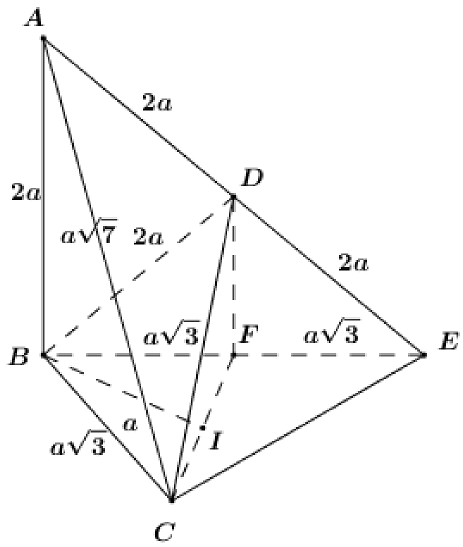
Phương pháp:

+ Trong (ABD), từ B dựng đường thẳng vuông góc với AB cắt AD ở E. Tính thể tích khối tứ diện $ABCE$.

+ Sử dụng tỉ lệ thể tích.

Cách giải:

Trong (ABD), từ B dựng đường thẳng vuông góc với AB cắt AD ở E (như hình vẽ).



Xét tam giác ABC ta có:

$AB^2+BC^2=(2a)^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2=7a^2=AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B.

$\Rightarrow AB \perp BC$. Lại có $AB \perp BE \Rightarrow AB \perp (BCF)$.

Tam giác ABD đều $\Rightarrow \angle BAD=60^0$.

Xét tam giác vuông ABE có:

$AE=\dfrac{AB}{\cos 60^0}=4a;\ BE=AB.\tan 60^0=2\sqrt{3}a$.

$\Rightarrow DE=AE-AD=4a-2a=2a=AD \Rightarrow D$ là trung điểm của AE.

Gọi F là trung điểm của $BE \Rightarrow BF = EF = a\sqrt{3} = BC$.

$\Rightarrow DF$ là đường trung bình của tam giác $ABE \Rightarrow DF \parallel AB$.

Mà $AB \perp (BCE) \Rightarrow DF \perp (BCE)$.

Gọi I là trung điểm của CF. Tam giác BCF cân tại $B \Rightarrow BI \perp CF$.

Mà $DF \perp (BCE) \Rightarrow DF \perp BI \Rightarrow BI \perp (CDF)$.

Ta có: $AB \parallel (CDF) \supset CD \Rightarrow d(AB;CD) = d(AB;(CDF)) = d(B;(CDF)) = BI = a$.

Xét tam giác vuong BCI có: $CI = \sqrt{BC^2 - BI^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow CF = 2CI = 2\sqrt{2}a$.

Ta có $S_{BCF} = \frac{1}{2}BI.CF = \frac{1}{2}.a.2\sqrt{2}a = a^2\sqrt{2}$.

$$\frac{S_{BCE}}{S_{BCF}} = \frac{\frac{1}{2}.d(C;BE).BE}{\frac{1}{2}d(C;BE).BF} = 2 \Rightarrow S_{BCE} = 2S_{BCF} = 2a^2\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow V_{ABCE} = \frac{1}{3}AB.S_{BCE} = \frac{1}{3}.2a.2a^2\sqrt{2} = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Ta có: $\frac{V_{ABCD}}{V_{ABCE}} = \frac{AD}{AE} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{2}V_{ABCE} = \frac{1}{2}.\frac{4a^3\sqrt{2}}{3} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Chọn B.