BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
MÃ ĐỀ 101

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút

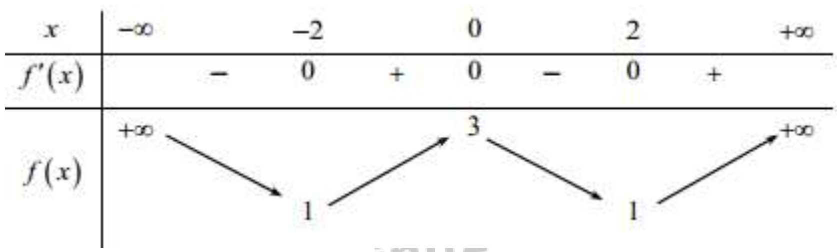
Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$. Vecto nào dưới đây là một vecto pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(1;2;-1)$ **B.** $\overrightarrow{n_4}=(1;\,2;\,3)$ **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;\,3;-1)$ **D.** $\overrightarrow{n_2}=(2;\,3;-1)$

Câu 2: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^2$ bằng:

A. $2\log_5 a$ **B.** $2+\log_5 a$ **C.** $\frac{1}{2}+\log_5 a$ **D.** $\frac{1}{2}\log_5 a$

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;\,0)$ **B.** $(2;+\infty)$ **C.** $(0;\,2)$ **D.** $(0;+\infty)$

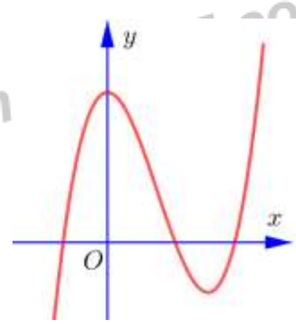
Câu 4: Nghiệm của phương trình $3^{2x-1}=27$ là:

A. $x=5$ **B.** $x=1$ **C.** $x=2$ **D.** $x=4$

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng:

A. -6 **B.** 3 **C.** 12 **D.** 6

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên:



A. $y=x^3-3x^2+3$
B. $y=-x^3+3x^2+3$
C. $y=x^4-2x^2+3$
D. $y=-x^4+2x^2+3$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{1}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$ **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;2;-3)$ **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-1;2;1)$ **D.** $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-3)$

Câu 8: Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính r là:

A. $\frac{1}{3}\pi r^2h$ **B.** πr^2h **C.** $\frac{4}{3}\pi r^2h$ **D.** $2\pi r^2h$

Câu 9: Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là:

A. 2^7 **B.** A_7^2 **C.** C_7^2 **D.** 7^2

Câu 10: Trong không gian $Oxyz,$ hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là:

A. $(2;1;0)$ **B.** $(0;0;-1)$ **C.** $(2;0;0)$ **D.** $(0;1;0)$

Câu 11: Biết $\int_0^1 f(x)dx=-2$ và $\int_0^1 g(x)dx=3,$ khi đó $\int_0^1 [f(x)-g(x)]dx$ bằng:

A. -5 **B.** 5 **C.** -1 **D.** 1

Câu 12: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là:

A. $3Bh$ **B.** Bh **C.** $\frac{4}{3}Bh$ **D.** $\frac{1}{3}Bh$

Câu 13: Số phức liên hợp của số phức $3-4i$ là:

A. $-3-4i$ **B.** $-3+4i$ **C.** $3+4i$ **D.** $-4+3i$

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

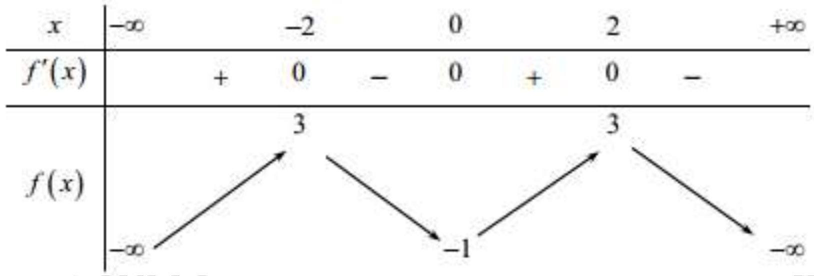
Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại:

A. $x=2$ **B.** $x=1$ **C.** $x=-1$ **D.** $x=-3$

Câu 15: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+5$ là:

A. x^2+5x+C **B.** $2x^2+5x+C$ **C.** $2x^2+C$ **D.** x^2+C

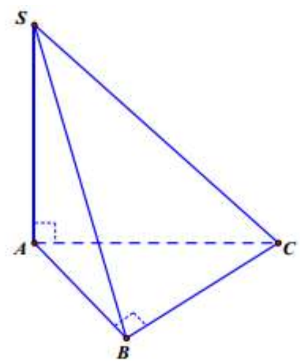
Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là:

A. 2 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 3

Câu 17: Cho hình chóp $SABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, ΔABC vuông tại B, $AB=a\sqrt{3}$ và $BC=a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng:



A. 90^0 **B.** 45^0
C. 30^0 **D.** 60^0

Câu 18: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+10=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^3$ bằng:

A. 16 **B.** 56 **C.** 20 **D.** 26

Câu 19: Cho hàm số $y=2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là:

A. $(2x-3).2^{x^2-3x}.\ln 2$ **B.** $2^{x^2-3x}.\ln 2$ **C.** $(2x-3).2^{x^2-3x}$ **D.** $(2x-3).2^{x^2-3x-1}$

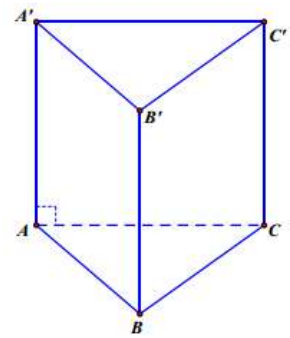
Câu 20: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng:

A. -16 **B.** 20 **C.** 0 **D.** 4

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng:

A. $\sqrt{7}$ **B.** 9 **C.** 3 **D.** $\sqrt{15}$

Câu 22: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=\sqrt{3}a$ (hình minh họa như hình vẽ). Thể tích của lăng trụ đã cho bằng:



A. $\dfrac{3a^3}{4}$ **B.** $\dfrac{3a^3}{2}$

C. $\dfrac{a^3}{4}$ **D.** $\dfrac{a^3}{2}$

Câu 23: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x+2\right)^2,\ \forall x\in\mathbb{R}.$ Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 0 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Câu 24: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4b=16.$ Giá trị của $4\log_2 a+\log_2 b$ bằng:

A. 4 **B.** 2 **C.** 16 **D.** 8

Câu 25: Cho hai số phức $z_1=1-i$ và $z_2=1+2i.$ Trên mặt phẳng tọa độ $Oxy,$ điểm biểu diễn số phức $3z_1+z_2$ có tọa độ là:

A. $\left(4;-1\right)$ **B.** $\left(-1;4\right)$ **C.** $\left(4;1\right)$ **D.** $\left(1;4\right)$

Câu 26: Nghiệm của phương trình $\log_3\left(x+1\right)+1=\log_3\left(4x+1\right)$ là:

A. $x=3$ **B.** $x=-3$ **C.** $x=4$ **D.** $x=2$

Câu 27: Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,2m.$ Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $1,8m$ **B.** $1,4m$ **C.** $2,2m$ **D.** $1,6m$

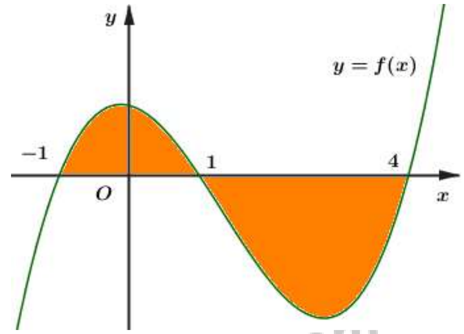
Câu 28: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$2 \searrow$	-4	$\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$ và $x=4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{4} f(x)dx$ **B.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{4} f(x)dx$

C. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{4} f(x)dx$ **D.** $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{4} f(x)dx$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

A. $2x-y-z+5=0$ **B.** $2x-y-z-5=0$ **C.** $x+y+2z-3=0$ **D.** $3x+2y-z-14=0$

Câu 31: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1;+\infty)$ là:

A. $2\ln(x+1)+\dfrac{2}{x+1}+C$ **B.** $2\ln(x+1)+\dfrac{3}{x+1}+C$

C. $2\ln(x+1)-\dfrac{2}{x+1}+C$ **D.** $2\ln(x+1)-\dfrac{3}{x+1}+C$

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+1,\ \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng:

A. $\dfrac{\pi^2+4}{16}$ **B.** $\dfrac{\pi^2+14\pi}{16}$ **C.** $\dfrac{\pi^2+16\pi+4}{16}$ **D.** $\dfrac{\pi^2+16\pi+16}{16}$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=-2-4t\\y=-2-3t\\z=2-t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=-1+3t\\z=3-t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-4+3t\\z=2+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=3-t\\z=1+3t\end{cases}$

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn $3(\overline{z}+i)-(2-i)z=3+10i$. Modun của z bằng:

A. 3 **B.** 5 **C.** $\sqrt{5}$ **D.** $\sqrt{3}$

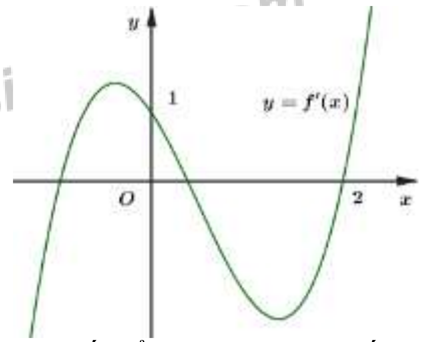
Câu 35: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;+\infty)$ **B.** $(-2;1)$ **C.** $(2;4)$ **D.** $(1;2)$

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) < x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi:



A. $m \geq f(2) - 2$ **B.** $m \geq f(0)$

C. $m > f(2) - 2$ **D.** $m > f(0)$

Câu 37: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{13}{25}$ **C.** $\frac{12}{25}$ **D.** $\frac{313}{625}$

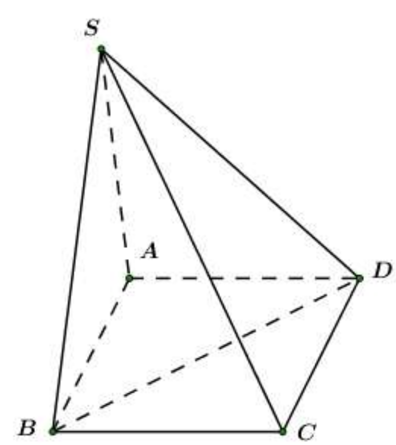
Câu 38: Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng:

A. $10\sqrt{3}\pi$ **B.** $5\sqrt{39}\pi$ **C.** $20\sqrt{3}\pi$ **D.** $10\sqrt{39}\pi$

Câu 39: Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(3x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 2 **B.** 4 **C.** 3 **D.** Vô số.

Câu 40: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng:



A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$ **B.** $\frac{\sqrt{21}a}{7}$

C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{21}a}{28}$

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(4)=1$ và $\int_0^1 xf(4x)dx=1,$ khi đó $\int_0^4 x^2 f'(x)dx$ bằng:

A. $\frac{31}{2}$ **B.** -16 **C.** 8 **D.** 14

Câu 42: Trong không gian $Oxyz,$ cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

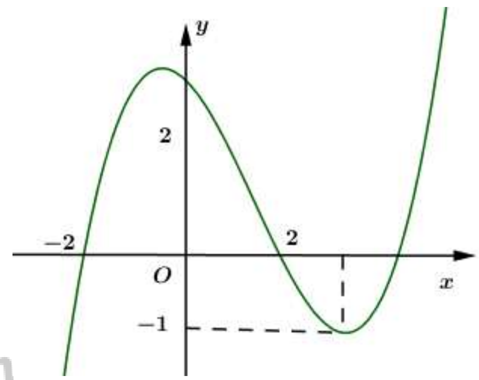
A. $P(-3;0;-3)$ **B.** $M(0;-3;-5)$ **C.** $N(0;3;-5)$ **D.** $Q(0;5;-3)$

Câu 43: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên.

Số nghiệm thực của phương trình $\left|f(x^3-3x)\right|=\frac{4}{3}$ là:

A. 3 **B.** 8

C. 7 **D.** 4



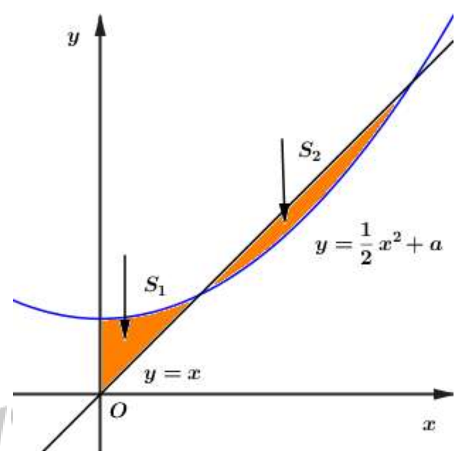
Câu 44: Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ $Oxy,$ tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=\frac{4+iz}{1+z}$ là đường tròn có bán kính bằng:

A. $\sqrt{34}$ **B.** 26 **C.** 34 **D.** $\sqrt{26}$

Câu 45: Cho đường thẳng $y=x$ và parabol $y=\frac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được tô màu trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{3}{7};\frac{1}{2}\right)$ **B.** $\left(0;\frac{1}{3}\right)$

C. $\left(\frac{1}{3};\frac{2}{5}\right)$ **D.** $\left(\frac{2}{5};\frac{3}{7}\right)$



Câu 46: Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ là:

A. 9 **B.** 3 **C.** 7 **D.** 5

Câu 47: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 6. Gọi M, N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng:

A. $27\sqrt{3}$ **B.** $21\sqrt{3}$ **C.** $30\sqrt{3}$ **D.** $36\sqrt{3}$

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+\left(z+\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12 **B.** 8 **C.** 16 **D.** 4

Câu 49: Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}$ và $y=|x+2|-x+m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là:

A. $(-\infty;2]$ **B.** $[2;+\infty)$ **C.** $(-\infty;2)$ **D.** $(2;+\infty)$

Câu 50: Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 49 **B.** 47 **C.** Vô số **D.** 48

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN BỞI BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

1. B	**11. A**	**21. C**	**31. B**	**41. B**
2. A	**12. B**	**22. A**	**32. C**	**42. C**
3. C	**13. C**	**23. D**	**33. C**	**43. B**
4. C	**14. C**	**24. A**	**34. C**	**44. A**
5. D	**15. A**	**25. A**	**35. B**	**45. C**
6. A	**16. C**	**26. D**	**36. B**	**46. C**
7. C	**17. B**	**27. D**	**37. C**	**47. A**
8. A	**18. A**	**28. D**	**38. C**	**48. A**
9. C	**19. A**	**29. B**	**39. A**	**49. B**
10. B	**20. B**	**30. B**	**40. B**	**50. B**

Câu 1 (NB)

Phương pháp

Mặt phẳng (P): $ax+by+cz+d=0$ có VTPT là: $\vec{n}=(a;b;c)$.

Cách giải:

Mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$ nhận vecto $(1;2;3)$ làm VTPT.

Chọn B.

Câu 2 (NB)

Phương pháp

Sử dụng công thức $\log_a b^n = n\log_a b$.

Cách giải:

Ta có: $\log_5 a^2 = 2\log_5 a$.

Chọn A.

Câu 3 (NB)

Phương pháp

Dựa vào BBT để nhận xét tính đơn điệu của hàm số.

+) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b) \Leftrightarrow f'(x)\ge 0\ \forall x\in(a;b)$.

+) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a;b) \Leftrightarrow f'(x) \le 0\ \ \forall x \in (a;b)$.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Chọn C.

Câu 4 (TH)

Phương pháp

Giải phương trình mũ: $a^{f(x)} = a^m \Leftrightarrow f(x) = m.$

Cách giải:

Ta có: $3^{2x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{2x-1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2.$

Chọn C.

Câu 5 (NB)

Phương pháp

Công thức tổng quát của CSC có số hạng đầu là u_1 và công sai d : $u_n = u_1 + (n-1)d;\ d = u_{n-1} - u_n.$

Cách giải:

Ta có: $d = u_2 - u_1 = 9 - 3 = 6.$

Chọn D.

Câu 6 (NB)

Phương pháp

Dựa vào đồ thị hàm số, nhận biết dáng điệu của đồ thị hàm số và các điểm đồ thị hàm số đi qua để chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Ta thấy đồ thị hàm số có nét cuối cùng đi lên nên $a > 0 \Rightarrow$ loại đáp án B và D.

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nên đồ thị hàm số là đồ thịc của hàm số bậc 3 nên loại đáp án C.

Chọn A.

Câu 7 (NB)

Phương pháp

Đường thẳng $d:\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ nhận vecto $\vec{u}=(a;b;c)$ làm VTCP.

Cách giải:

Ta có đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$ nhận vetco $(-1;2;1)$ làm VTCP.

Chọn C.

Câu 8 (NB)

Phương pháp

Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính r là: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h.$

Cách giải:

Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính r là: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h.$

Chọn A.

Câu 9 (NB)

Phương pháp

Số cách chọn k phần tử trong n phần tử có vai tròn bình đẳng là tổ hợp chập k của n phần tử C_n^k.

Cách giải:

Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là tổ hợp chập 2 của 7 phần tử C_7^2.

Chọn C.

Câu 10 (TH)

Phương pháp

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(a;b;c)$ lên trục Oz là $M_3(0;0;c)$.

Cách giải:

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ lên trục Oz là $M_3(0;0;-1)$.

Chọn B.

Câu 11 (TH)

Phương pháp

Sử dụng công thức tính chất của tích phân: $\int\limits_a^b f(x)dx \pm \int\limits_a^b g(x)dx = \int\limits_a^b \left[f(x) \pm g(x)\right]dx.$

Cách giải:

Ta có: $\int\limits_a^b \left[f(x) - g(x)\right]dx = \int\limits_a^b f(x)dx - \int\limits_a^b g(x)dx = -2 - 3 = -5.$

Chọn A.

Câu 12 (TH)

Phương pháp

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là: $V = Bh.$

Cách giải:

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là: $V = Bh.$

Chọn B.

Câu 13 (NB)

Phương pháp

Số phức liên hợp của số phức $a + bi$ là: $a - bi.$

Cách giải:

Số phức liên hợp của số phức $3 - 4i$ là: $3 + 4i.$

Chọn C.

Câu 14 (TH)

Phương pháp

Ta có: $x = x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow$ tại điểm $x = x_0$ thì hàm số có y' đổi dấu từ âm sang dương.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -1.$

Chọn C.

Câu 15 (TH)

Phương pháp

Sử dụng các công thức nguyên hàm cơ bản của hàm số để làm bài toán.

Cách giải:

Ta có: $\int f(x)dx = \int (2x+5)dx = x^2 + 5x + C.$

Chọn A.

Câu 16 (TH)

Phương pháp

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

Dựa vào BBT để suy ra biện luận số nghiệm của phương trình đề bài yêu cầu.

Cách giải:

Ta có: $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$.

$\Rightarrow$ Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

Dựa vào BBT ta thấy đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Chọn C.

Câu 17 (TH)

Phương pháp

Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) là góc giữa đường thẳng a và đường thẳng a' là hình chiếu của a trên (P).

Cách giải:

Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC trên (ABC).

$\Rightarrow \angle(SC, (ABC)) = \angle(SC, AC) = \angle SCA.$

Áp dụng định lý Pitago trong ΔABC vuông tại B ta có:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 + a^2} = 2a.$$

Xét ΔSAC vuông tại A ta có: $\tan \angle SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{2a} = 1 \Rightarrow \angle SCA = 45^0.$

Chọn B.

Câu 18 (TH)

Phương pháp

Biến đổi biểu thức cần tính và sử dụng định lý Vi-ét để làm bài toán.

Cách giải:

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = 6 \\ z_1 z_2 = 10 \end{cases}.$

Ta có: $z_1^2 + z_2^2 = \left(z_1 + z_2\right)^2 - 2z_1 z_2 = 6^2 - 2.10 = 16.$

Chọn A.

Câu 19 (TH)

Phương pháp

Sử dụng công thức đạo hàm của hàm số mũ: $\left(a^{f(x)}\right)' = f'(x).a^{f(x)}.\ln a$ để làm bài toán.

Cách giải:

Ta có: $y' = \left(2^{x^2 - 3x}\right)' = (2x - 3).2^{x^2 - 3x}.\ln 2.$

Chọn A.

Câu 20 (TH)

Phương pháp

Cách 1:

+) Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên $[a; b]$ bằng cách:

+) Giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm x_i.

+) Tính các giá trị $f(a)$, $f(b)$, $f(x_i)$ $\left(x_i \in [a; b]\right)$. Khi đó:

$\min\limits_{[a;\,b]} f(x) = \min\{f(a);\ f(b);\ f(x_i)\},\ \max\limits_{[a;\,b]} f(x) = \max\{f(a);\ f(b);\ f(x_i)\}.$

Cách 2: Sử dụng chức năng MODE 7 để tìm GTLN, GTNN của hàm số trên $[a;b]$.

Cách giải:

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 3$

$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Ta có: $f(-3) = -16;\ f(-1) = 4;\ f(1) = 0;\ f(3) = 20.$

$\Rightarrow \max\limits_{[-3;\,3]} f(x) = f(3) = 20.$

Chọn B.

Câu 21 (TH)

Phương pháp

Phương trình mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Cách giải:

Bán kính của mặt cầu đã cho là: $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 7} = \sqrt{9} = 3.$

Chọn C.

Câu 22 (TH)

Phương pháp

Công thức tính thể tích lăng trụ có diện tích đáy S và chiều cao h là: $V = Sh.$

Cách giải:

Ta có $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng $\Rightarrow AA' \perp (ABC)$.

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = \dfrac{3a^3}{4}.$

Chọn A.

Câu 23 (TH)

Phương pháp

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0.$

Cách giải:

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+2)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \ (boi\ 1) \\ x = -2 \ (boi\ 2) \end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực trị là $x = 0.$

Chọn D.

Câu 24 (TH)

Phương pháp

Sử dụng các công thức của hàm số logarit: $\log_a x + \log_a y = \log_a (x+y);\ \log_a x^m = m\log_a x$ để làm bài toán.

Cách giải:

Ta có: $4\log_2 a + \log_2 b = \log_2 a^4 + \log_2 b = \log_2 a^4 b = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4.$

Chọn A.

Câu 25 (TH)

Phương pháp

Cho số phức $z = a + bi\ (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow M(a; b)$ là điểm biểu diễn số phức z.

Cho $z_1 = a_1 + b_1 i;\ z_2 = a_2 + b_2 i\ (a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R})$. Ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = a_1 + a_2 + (b_1 + b_2)i \\ kz_1 = ka_1 + kb_1 i \end{cases}$.

Cách giải:

Ta có: $z = 3z_1 + z_2 = 3(1-i) + (1+2i) = 4 - i.$

$\Rightarrow M(4; -1)$ là điểm biểu diễn số phức $3z_1 + z_2$.

Chọn A.

Câu 26 (TH)

Phương pháp

Giải phương trình logarit: $\log_a f\left(x\right)=b \Leftrightarrow \begin{cases} f\left(x\right)>0 \\ 0<a\ne 1 \\ f\left(x\right)=a^b \end{cases}$.

Cách giải:

Điều kiện: $\begin{cases} x+1>0 \\ 4x+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x>-\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x>-1.$

$$\begin{aligned} &\log_3\left(x+1\right)+1=\log_3\left(4x+1\right) \\ \Leftrightarrow &\log_3\left(x+1\right)+\log_3 3=\log_3\left(4x+1\right) \\ \Leftrightarrow &3\left(x+1\right)=4x+1 \\ \Leftrightarrow &3x+3=4x+1 \\ \Leftrightarrow &x=2\ \left(tm\right). \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của phương trình là: $x=2.$

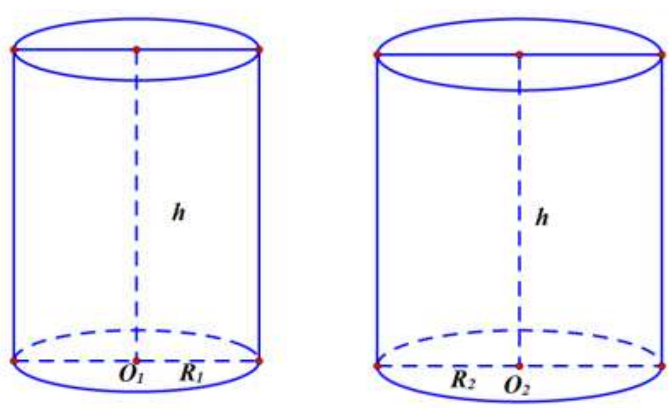
Chọn D.

Câu 27 (TH)

Phương pháp

Công thức tính thể tích của khối trụ có bán kính đáy R và chiều cao h: $V=\pi R^2 h.$

Cách giải:



Ta có: $\begin{cases} V_1=\pi R_1^2 h=\pi h \\ V_1=\pi R_2^2 h=\pi.1,2^2 h=\dfrac{36\pi}{25}h \end{cases}.$

Theo đề bài ta có:

$V = V_1 + V_2 = \pi h + \frac{36\pi}{25}h = \frac{61\pi}{25}h = \pi R^2 h$

$\Leftrightarrow R^2 = \frac{61}{25} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{61}}{5} \approx 1{,}56\,m.$

Chọn D.

Câu 28 (TH)

Phương pháp

+) Đường thẳng $x = a$ được gọi là TCĐ của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right) = \frac{g\left(x\right)}{h\left(x\right)} \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to a} f\left(x\right) = \infty$ hoặc $x = a$ là nghiệm của $h\left(x\right) = 0$ mà không là nghiệm của $g\left(x\right) = 0.$

+) Đường thẳng $y = b$ được gọi là TCN của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right) \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to \pm\infty} f\left(x\right) = b.$

Cách giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x \to -\infty} f\left(x\right) = 2 \Rightarrow y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x \to 0^+} f\left(x\right) = +\infty \Rightarrow x = 0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận.

Chọn D.

Câu 29 (TH)

Phương pháp

Công thức tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = a, x = b$ $\left(a < b\right)$ và các đồ thị hàm số $y = f\left(x\right), y = g\left(x\right)$ là: $S = \int\limits_a^b \left| f\left(x\right) - g\left(x\right) \right| dx.$

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy diện tích phần hình phẳng được tô đậm là:

$S = \int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)dx - \int\limits_{1}^{4} f\left(x\right)dx.$

Chọn B.

Câu 30 (TH)

Phương pháp

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và có VTPT $\vec{n}=(a;b;c)$ là: $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0.$

Cách giải:

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Rightarrow I(3;2;-1)$.

Mặt phẳng trung trực của AB nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(4;-2;-2)=2(2;-1;-1)$ làm vecto pháp tuyến và đi qua $I(3;2;-1)$ có phương trình là:

$$2(x-3)-(y-2)-(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x-y-z-5=0.$$

Chọn B.

Câu 31 (VD)

Phương pháp

Sử dụng phương pháp tìm nguyên hàm của hàm số hữu tỉ với mẫu số có nghiệm kép.

Cách giải:

Ta có:

$$I=\int\frac{2x-1}{(x+1)^2}dx=\int\frac{2(x+1)-3}{(x+1)^2}dx=\int\frac{2}{x+1}dx-\int\frac{3}{(x+1)^2}dx$$

$$=2\ln|x+1|+\frac{3}{x+1}+C=2\ln(x+1)+\frac{3}{x+1}+C \quad \left(do\ x\in(-1;+\infty)\Rightarrow x+1>0\right).$$

Chọn B.

Câu 32 (VD)

Phương pháp

Sử dụng công thức: $f(x)=\int f'(x)dx.$

Cách giải:

Ta có:

$$f(x)=\int f'(x)dx=\int(2\cos^2 x+1)dx=\int(\cos 2x+1+1)dx$$

$$=\int(\cos 2x+2)dx=\frac{1}{2}\sin 2x+2x+C.$$

Lại có: $f\left(0\right)=4\Leftrightarrow\frac{1}{2}\sin 0+0+C=4\Leftrightarrow C=4.$

$\Rightarrow f\left(x\right)=\frac{1}{2}\sin 2x+2x+4.$

$\Rightarrow\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}f\left(x\right)dx=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\frac{1}{2}\sin 2x+2x+4\right)dx=\left.\left(-\frac{1}{4}\cos 2x+x^2+4x\right)\right|_0^{\frac{\pi}{4}}$

$=\left(\frac{\pi^2}{16}+\pi\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{\pi^2+16\pi+4}{16}.$

Chọn C.

Câu 33 (VD)

Phương pháp

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, D có vecto pháp tuyến là: $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right].$

Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng $\left(ABD\right)$ nhận vecto $\overrightarrow{n_{ABD}}$ làm vecto chỉ phương.

Cách giải:

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=\left(1;-2;2\right)\\ \overrightarrow{AD}=\left(0;-1;3\right)\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{n_{ABD}}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]=\left(-4;-3;-1\right)=-\left(4;3;1\right).$

Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng $\left(ABD\right)$ nhận vecto $\overrightarrow{n_{ABD}}$ làm vecto chỉ phương có phương trình: $\Delta:\begin{cases}x=2+4t\\ y=-1+3t\\ z=3+t\end{cases}.$

Với $t=-1\Rightarrow\Delta$ đi qua điểm $M\left(-2;-4;2\right)\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=-2+4t\\ y=-4+3t\\ z=2+t\end{cases}.$

Chọn C.

Câu 34 (VD)

Phương pháp

Cho số phức $z=a+bi\ \left(a,b\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow\bar{z}=a-bi\Rightarrow\left|z\right|=\sqrt{a^2+b^2}.$

Cách giải:

Gọi số phức $z = a + bi\ \left(a, b \in \mathbb{R}\right) \Rightarrow \overline{z} = a - bi.$

Theo đề bài ta có:

$$3\left(\overline{z} + i\right) - \left(2 - i\right)z = 3 + 10i$$
$$\Leftrightarrow 3\left(a - bi + i\right) - \left(2 - i\right)\left(a + bi\right) = 3 + 10i$$
$$\Leftrightarrow 3a - 3\left(b - 1\right)i - 2a - 2bi + ai + bi^2 = 3 + 10i$$
$$\Leftrightarrow a - b + \left(a - 5b + 3\right)i = 3 + 10i$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 3 \\ a - 5b + 3 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \left(tm\right)$$
$$\Rightarrow z = 2 - i \Rightarrow \left|z\right| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}.$$

Chọn C.

Câu 35 (VD)

Phương pháp

Sử dụng phương pháp xác định các khoảng đơn điệu của hàm hợp để làm bài.

Cách giải:

Ta có: $y' = \left[f\left(3 - 2x\right)\right]' = -2f'\left(3 - 2x\right).$

Hàm số $y = f\left(3 - 2x\right)$ nghịch biến $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow -2f'\left(3 - 2x\right) < 0$

$$\Leftrightarrow f'\left(3 - 2x\right) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3 < 3 - 2x < -1 \\ 3 - 2x > 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 < x < 3 \\ x < 1 \end{array}\right..$$

Vậy hàm số $y = f\left(3 - 2x\right)$ nghịch biến trên $\left(-\infty; 1\right)$ và $\left(2; 3\right)$.

Chọn B.

Câu 36 (VD)

Phương pháp

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'\left(x\right),$ xét các khoảng đơn điệu của hàm số $y = f\left(x\right)$ và biện luận số nghiệm của bất phương trình.

Cách giải:

Ta có: $f\left(x\right) < x + m\ \forall x \in \left(0; 2\right) \Leftrightarrow m > f\left(x\right) - x\ \forall x \in \left(0; 2\right)\ \ (1)$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'\left(x\right)$ ta có: với mọi $x \in \left(0; 2\right) \Rightarrow f'\left(x\right) < 1.$

Xét hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)-x$ trên khoảng $\left(0;\,2\right)$ ta có:

$g'\left(x\right)=f'\left(x\right)-1<0\ \ \forall x\in\left(0;\ 2\right).$

$\Rightarrow g\left(x\right)$ nghịch biến trên $\left(0;2\right)$.

$\Rightarrow \left(1\right)\Leftrightarrow m\ge g\left(0\right)=f\left(0\right).$

Chọn B.

Câu 37 (VD)

Phương pháp

Xác suất của biến cố A là: $P\left(A\right)=\dfrac{n_A}{n_\Omega}$.

Cách giải:

Số cách để chọn được hai số trong 25 số nguyên dương đầu tiên là: $n_\Omega=C_{25}^2=300$ (cách chọn).

Gọi biến cố A: "Chọn được hai số có tổng là một số chẵn".

Trong 25 số nguyên dương đầu tiên có 13 số lẻ và 12 số chẵn.

Khi đó ta chọn 2 số trong 12 số chẵn hoặc chọn 2 số trong 13 số lẻ.

$\Rightarrow n_A=C_{12}^2+C_{13}^2=144$ (cách chọn).

$\Rightarrow P\left(A\right)=\dfrac{n_A}{n_\Omega}=\dfrac{144}{300}=\dfrac{12}{25}.$

Chọn C.

Câu 38 (VD)

Phương pháp

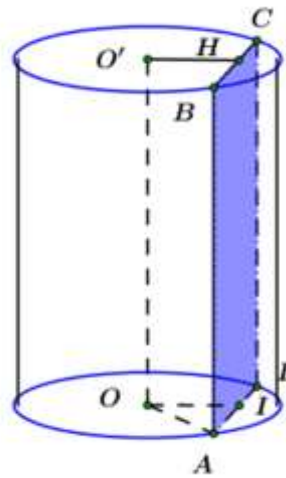
Công thức tính diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy $R,$ chiều cao h: $S_{xq}=2\pi Rh.$

Cách giải:

Gọi tâm hai đáy của hình trụ lần lượt là O,O' và bán kính đáy là $R.$

Theo đề bài ta có, cắt hình trụ bởi mặt phẳng song song với trục nên thiết diện thu được là hình chữ nhật $ABCD$ (như hình vẽ) với AB là chiều cao.

Khi đó ta có: $AB = CD = 5\sqrt{3} \Rightarrow BC = AD = \dfrac{30}{5\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}.$



Gọi I là trung điểm của $CD \Rightarrow OI = 1.$

$$\Rightarrow R + \sqrt{OI^2 + AI^2} = \sqrt{1 + \frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2}{4}} = 2.$$

Vậy diện tích xung quanh hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.2.5\sqrt{3} = 20\sqrt{3}\pi.$

Chọn C.

Câu 39 (VD)

Phương pháp

Xác định điều kiện xác định của phương trình.

Biến đổi phương trình, cô lập m và khảo sát hàm số, lập bảng biến thiên và tìm m.

Cách giải:

Điều kiện: $x > \dfrac{1}{3}; m > 0.$

$$\begin{aligned} & \log_9 x^2 - \log_3(3x-1) = -\log_3 m \\ \Leftrightarrow\ & \log_{3^2} x^2 - \log_3(3x-1) = -\log_3 m \\ \Leftrightarrow\ & \log_3 x - \log_3(3x-1) = -\log_3 m \\ \Leftrightarrow\ & \log_3 \frac{3x-1}{x} = \log_3 m \Leftrightarrow m = \frac{3x-1}{x}. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{3x-1}{x}$ với $x \in \left(\dfrac{1}{3}; +\infty\right).$

Ta có: $f'(x) = \dfrac{3x-3x+1}{x^2} = \dfrac{1}{x^2} > 0\ \forall x \in \left(\dfrac{1}{3}; +\infty\right).$

Ta có bảng biến thiên:

x	$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$	0	$\nearrow$	3

Số nghiệm của phương trình đã cho có nghiệm là số giao điểm của đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = f\left(x\right) = \dfrac{3x - 1}{x}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f\left(x\right) \Leftrightarrow 0 < m < 3$.

Lại có $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{1;\ 2\}$.

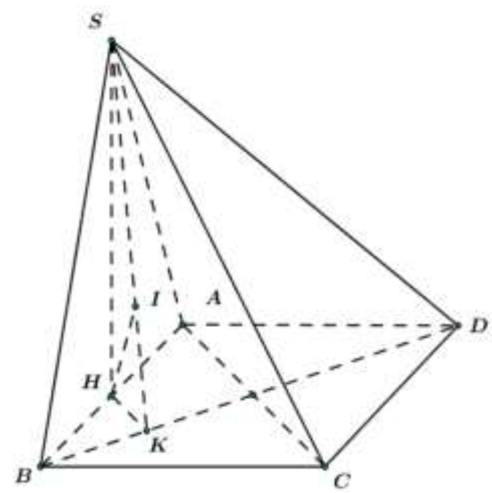
Chọn A.

Câu 40 (VD)

Phương pháp

Sử dụng quy tắc đổi đỉnh để tính khoảng cách cần tính.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông.



Cách giải:

Gọi H là trung điểm của AB.

Ta có: ΔSAB đều $\Rightarrow SH \perp AB$.

Lại có: $\left(SAB\right) \perp \left(ABCD\right) \Rightarrow SH \perp \left(ABCD\right)$.

Ta có: $\dfrac{AB}{HB} = 2 \Rightarrow d\left(A;\left(SBD\right)\right) = 2d\left(H;\left(SBD\right)\right)$.

Kẻ $HK \perp BD,\ HI \perp SK$.

$\Rightarrow HI \perp \left(SBD\right) \Rightarrow d\left(H;\left(SBD\right)\right) = HI$.

Ta có: ΔSAB là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. $HK = \dfrac{AC}{4} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Áp dụng hệ thức lượng cho ΔSHK vuông tại H, có đường cao HI ta có:

$$HI = \frac{SH.HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{14}.$$

$$\Rightarrow d\left(A;\left(SBD\right)\right) = 2d\left(D;\left(SBD\right)\right) = 2.HI = \frac{2a\sqrt{21}}{14} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Chọn B.

Câu 41 (VD)

Phương pháp

Tính tích phân bằng phương pháp đổi biến.

Cách giải:

Đặt $t = 4x \Rightarrow dt = 4dx.$

$$\Rightarrow \int_0^1 xf(4x)dx = \int_0^4 \frac{tf(t)}{16}dt = 1 \Leftrightarrow \int_0^4 tf(t) = 16 \Rightarrow \int_0^4 xf(x)dx = 16.$$

Xét $I = \int_0^4 x^2 f'(x)dx$ ta có:

$$I = \int_0^4 x^2 f'(x)dx = x^2 f(x)\Big|_0^4 - \int_0^4 2xf(x)dx = 16.f(4) - 2\int_0^4 xf(x)dx = 16 - 2.16 = -16.$$

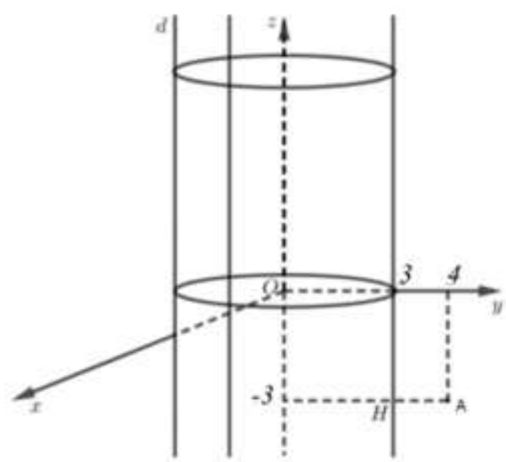
Chọn B.

Câu 42 (VD)

Phương pháp

Phương trình đường thẳng d đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và có VTCP $\vec{u} = (a;b;c)$ là: $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$.

Cách giải:



Ta có tập hợp đường thẳng $d // Oz$ tạo thành mặt trụ.

$$\Rightarrow d(A;d)_{\min} = |d(A;Oz) - d(d;Oz)| = 1.$$

Khi đó đường thẳng d đi qua điểm cố định $(0;3;0)$.

$$d // Oz \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \vec{k} = (0;0;1) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 0 \\ y = 3. \\ z = t \end{cases}$$

Thay các đáp điểm ở các đáp án ta thấy có khi $t = -5 \Rightarrow N(0;3;-5) \in d$.

Chọn C.

Câu 43 (VDC)

Phương pháp

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ để biện luận số nghiệm của đề bài yêu cầu.

Giải phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

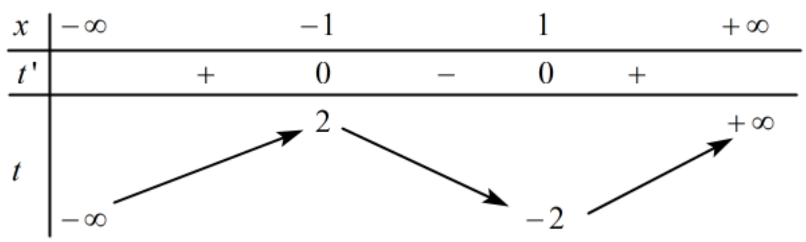
Cách giải:

Xét phương trình: $\left| f\left(x^3 - 3x\right) \right| = \frac{4}{3} \quad (1)$

Đặt $t = x^3 - 3x \Rightarrow t' = 3x^2 - 3$

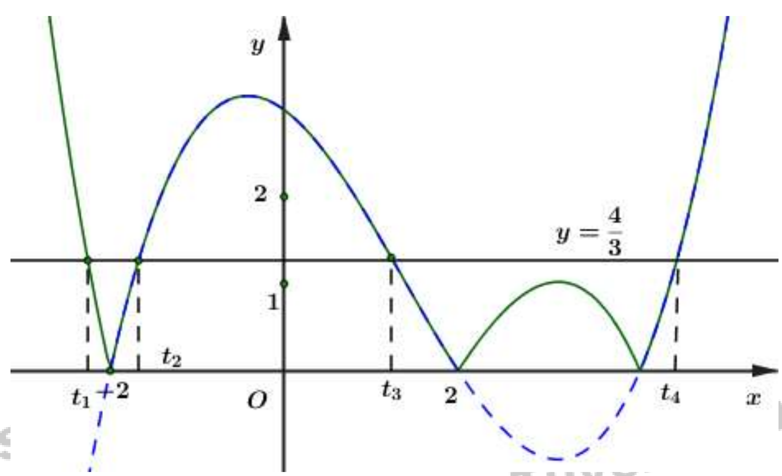
$\Rightarrow t' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Khi đó ta có bảng biến thiên:



$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow \left| f(t) \right| = \frac{4}{3}$ với $t \in \mathbb{R}$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ bài cho ta có đồ thị hàm số $y = \left| f(t) \right|$ như sau:



Dựa vào bảng biến thiên ta có: (1) có các nghiệm $t_1 < -2 < t_2 < t_3 < 2 < t_4$.

+) $x^3 - 3x = t_1$ có duy nhất 1 nghiệm x_1.

+) $x^3 - 3x = t_4$ có duy nhất 1 nghiệm x_2.

+) $x^3-3x=t_2$ có 3 nghiệm x_3, x_4, x_5.

+) $x^3-3x=t_3$ có 3 nghiệm x_6, x_7, x_8.

Vậy phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{4}{3}$ có 8 nghiệm phân biệt.

Chọn B.

Câu 44 (VDC)

Phương pháp

Cho số phức $z=a+bi\ \left(a, b\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow\overline{z}=a-bi.$

Modun của số phức $z=x+yi$: $|z|=\sqrt{x^2+y^2}$.

Cách giải:

Ta có: $\mathrm{w}=\dfrac{4+iz}{1+z}\Rightarrow \mathrm{w}\left(1+z\right)=4+iz\Leftrightarrow z\left(\mathrm{w}-i\right)=4-\mathrm{w}$

$\Rightarrow\sqrt{2}\left|\mathrm{w}-i\right|=\left|4-\mathrm{w}\right|.\ \ (*)$

Đặt $\mathrm{w}=x+yi\ \left(x, y\in\mathbb{R}\right)$.

$$\begin{aligned}&\Rightarrow(*)\Leftrightarrow\sqrt{2}.\sqrt{x^2+\left(y-1\right)^2}=\sqrt{\left(x-4\right)^2+y^2}\\&\Leftrightarrow 2\left(x^2+y^2-2y+1\right)=x^2-8x+16+y^2\\&\Leftrightarrow x^2+y^2+8x-4y-14=0\\&\Leftrightarrow x^2+8x+16+y^2-4y+4-34=0\\&\Leftrightarrow\left(x+4\right)^2+\left(y-2\right)^2=34\end{aligned}$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $\left(-4; 2\right)$ và bán kính $R=\sqrt{34}$.

Chọn A.

Câu 45 (VDC)

Phương pháp

Công thức tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x=a, x=b\ \left(a<b\right)$ và các đồ thị hàm số $y=f\left(x\right), y=g\left(x\right)$ là: $S=\int_a^b\left|f\left(x\right)-g\left(x\right)\right|dx.$

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số ta có:

$$\frac{1}{2}x^2+a=x\Leftrightarrow x^2-2x+2a=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=1-\sqrt{1-2a}\\x_2=1+\sqrt{1-2a}\end{array}\right.\ \left(a<\frac{1}{2}\right).$$

Đặt $t=\sqrt{1-2a}\ \ (t\ge 0)\Rightarrow t^2=1-2a\Leftrightarrow a=\frac{1-t^2}{2}.$

Xét hàm số: $g(x)=x^2-x+a$ và $\int g(x)dx=G(x)+C.$

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases}S_1=\int\limits_0^{x_1}g(x)dx=G(x_1)-G(0)\\S_2=-\int\limits_{x_1}^{x_2}g(x)dx=G(x_1)-G(x_2)\end{cases}.$

Lại có: $S_1=S_2\Rightarrow G(x_2)=G(0)\Rightarrow\frac{1}{6}x_2^3-\frac{1}{2}x_2^2+ax_2=0$

$$\Rightarrow x_2^2-3x_2+6a=0\Rightarrow(1+t)^2-3(1+t)+6\left(\frac{1-t^2}{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow t^2+2t+1-3t-3+3-3t^2=0$$

$$\Leftrightarrow -2t^2-t+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{1}{2}\ (tm)\\t=-1\ (ktm)\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow a=\frac{1-\frac{1}{4}}{2}=\frac{3}{8}\,(tm).$$

Chọn C.

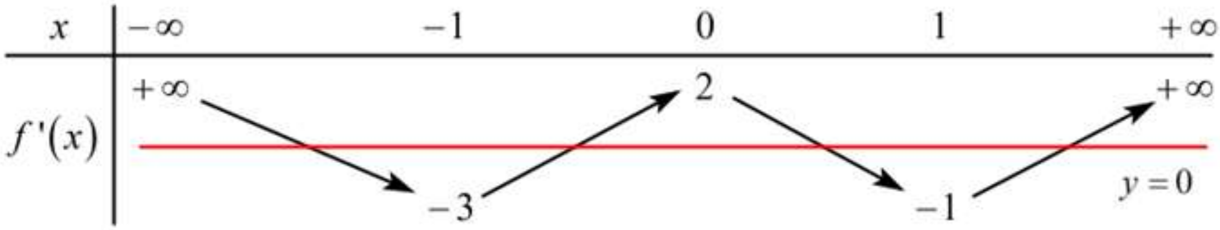
Câu 46 (VDC)

Phương pháp

Dựa vào bảng biến thiên để tìm số điểm cực trị của hàm hợp.

Cách giải:

Ta có:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: $f'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1\in(-\infty;-1) \\ x=x_2\in(-1;0) \\ x=x_3\in(0;1) \\ x=x_4\in(1;+\infty) \end{array}\right.$.

Xét hàm số: $y=f\left(x^2-2x\right)\Rightarrow y'=(2x-2)f'\left(x^2-2x\right)$.

$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow(2x-2)f'\left(x^2-2x\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ f'\left(x^2-2x\right)=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} x=1 & \\ x^2-2x=x_1 & (1) \\ x^2-2x=x_2 & (2) \\ x^2-2x=x_3 & (3) \\ x^2-2x=x_4 & (4) \end{array}\right.$

Xét phương trình (1): $x^2-2x=x_1$

Với $x_1<-1\Rightarrow(1)$ vô nghiệm.

Xét phương trình (2): $x^2-2x=x_2$

Với $-1<x_2<0\Rightarrow(2)$ có hai nghiệm phân biệt $\neq 1$.

Xét phương trình (3): $x^2-2x=x_3$

Với $0<x_3<1\Rightarrow(3)$ có hai nghiệm phân biệt $\neq 1$ và khác nghiệm của phương trình (2).

Xét phương trình (4): $x^2-2x=x_4$

Với $x_4>1\Rightarrow(4)$ có hai nghiệm phân biệt $\neq 1$ và khác nghiệm của phương trình (2), (3).

Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt.

$\Rightarrow$ hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có 7 điểm cực trị.

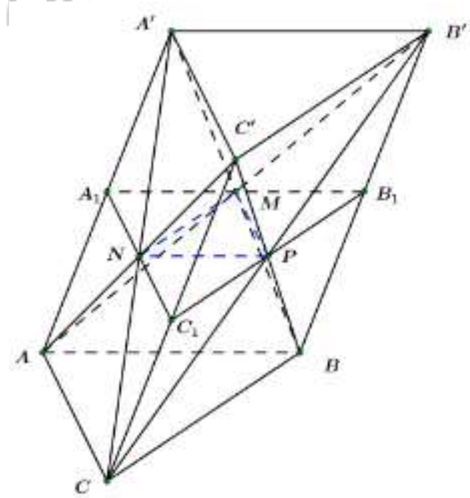
Chọn C.

Câu 47 (VDC)

Phương pháp

+) Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của AA', BB', CC'.
+) Sử dụng phương pháp tổng, hiệu thể tích.

Cách giải:



Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của AA', BB', CC'. Khi đó ta có $\left(A_1B_1C_1\right)//\left(ABC\right)//\left(A'B'C'\right)$.

Khi đó $V_{ABCMN} = V_{ABC.A_1B_1C_1} - V_{A.A_1MN} - V_{B.B_1MP} - V_{C.C_1NP}$.

Ta có $V_{ABC.A_1B_1C_1} = \frac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2}V$.

$V_{A.A_1MN} = \frac{1}{3}d\left(A;\left(A_1B_1C_1\right)\right).S_{A_1MN} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}d\left(\left(ABC\right);\left(A'B'C'\right)\right).\frac{1}{4}S_{ABC} = \frac{1}{24}V$.

CMTT ta có $V_{B.B_1MP} = V_{C.C_1NP} = \frac{V}{24}$.

$\Rightarrow V_{ABCMN} = \frac{1}{2}V - 3.\frac{V}{24} = \frac{3V}{8}$.

Ta có $V = 8.\frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 72\sqrt{3} \Rightarrow V_{ABCMN} = \frac{3.72\sqrt{3}}{8} = 27\sqrt{3}$

Chọn A.

Câu 48 (VDC)

Phương pháp

Sử dụng tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau.

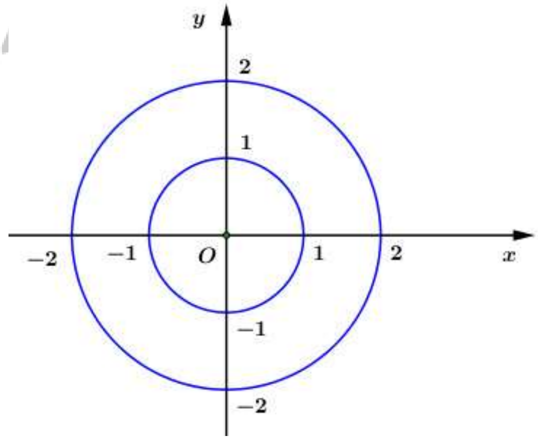
Cách giải:

Mặt cầu (S): $x^2+y^2+(z+2)^2=3$ có tâm $I\left(0;\,0;-\sqrt{2}\right)$ và bán kính $R=\sqrt{3}.$

Ta có: $A(a;\,b;\,c)\in(Oxy)\Rightarrow c=0\Rightarrow A(a;\,b;\,0)$.

Để từ A kẻ được ít nhất 2 tiếp tuyến vuông góc với nhau đến mặt cầu (S) thì $R\le IA\le R\sqrt{2}$.

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\le\sqrt{a^2+b^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}\le\sqrt{6}\Leftrightarrow 3\le a^2+b^2+2\le 6\Leftrightarrow 1\le a^2+b^2\le 4$, do đó tập hợp các điểm A là hình vành khăn (tính cả biên) giữa hai đường tròn $a^2+b^2=1$ và $a^2+b^2=4$.



Ta có $1\le a^2+b^2\le 4$. Mà $a,\,b\in\mathbb{Z}\Rightarrow a^2\le 4\Rightarrow x\in\{0;\pm1;\pm2\}$.

Ta có bảng giá trị:

a	-2	-1	0	1	2
b	0	$0;\pm\sqrt{3}$	$\pm1;\pm2$	$0;\pm\sqrt{3}$	0

Như vậy có tất cả 12 điểm A thỏa mãn bài toán.

Chọn A.

Câu 49 (VDC)

Phương pháp

Sử dụng phương pháp hàm số.

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số ta có:

$$\frac{x-3}{x-2}+\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}=|x+2|-x+m$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-3}{x-2}+\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}-|x+2|+x=m\quad(1)$$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}-|x+2|+x$ có TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;0;1;2\}$.

$$f'(x)=\frac{1}{(x-2)^2}+\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{x+2}{|x+2|}+1$$

$$=\frac{1}{(x-2)^2}+\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{|x+2|-(x+2)}{|x+2|}.$$

$\Rightarrow f'(x)>0\ \forall x\in D.$

Do $|x+2|\ge x+2\ \forall x\Rightarrow |x+2|-(x+2)\ge 0\Leftrightarrow \dfrac{|x+2|-(x+2)}{|x+2|}\ge 0$.

$\Rightarrow f'(x)>0\ \forall x\in D\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

BBT:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$		$+\infty$	$\|$ $-\infty$	$\nearrow$ $+\infty$	$\|$ $-\infty$	$\nearrow$ $+\infty$	$\|$ $-\infty$	$\nearrow$ $+\infty$	$\|$ $-\infty$	$\nearrow$	2

Từ BBT ta thấy phương trình $f(x)=m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m\ge 2$.

Chọn B.

Câu 50 (VDC)

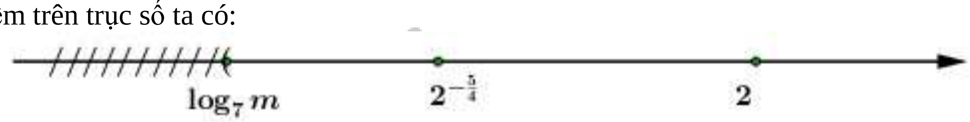
Cách giải:

ĐK: $\begin{cases}x>0\\7^x-m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x\ge\log_7 m\end{cases}\ (Do\ m>0).$

$\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4\log_2^2 x+\log_2 x-5=0\\7^x=m\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\\log_2 x=-\dfrac{5}{4}\\7^x=m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=2^{-\frac{5}{4}}\\7^x=m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=2^{-\frac{5}{4}}\\x=\log_7 m\end{array}\right.$

Biểu diễn các nghiệm trên trục số ta có:



Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_7 m=0\\2^{-\frac{5}{4}}\le\log_7 m<2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\2,26\le m<49\end{array}\right.$.

Lại có $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{1;3;4;5;...;48\}$. Vậy có 47 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn B.