

ĐỀ CHÍNH THỨC LẦN 1

(Đề có 06 trang)

Họ, tên thí sinh:

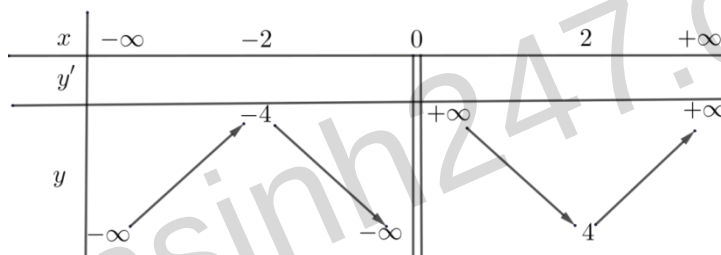
Mã đề thi 101

Số báo danh:

Câu 1. Cho hình lập phương có tổng diện tích các mặt bằng $12a^2$. Thể tích khối lập phương đó bằng

- A. $2\sqrt{2}a^3$. B. $\sqrt{2}a^3$. C. a^3 . D. $2a^3$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

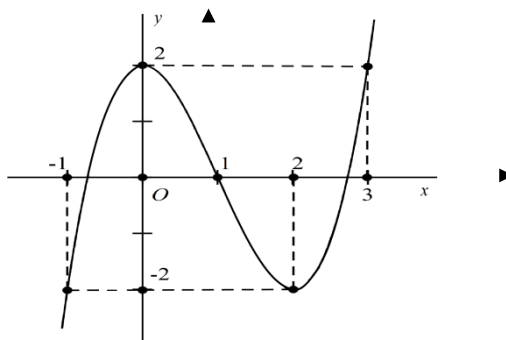


- A. -2. B. 2. C. -4. D. 4.

Câu 3. Cho hai điểm $M(1; -2; 3)$ và $N(3; 0; -1)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN .

- A. $I(4; -2; 2)$. B. $I(2; -1; 2)$. C. $I(4; -2; 1)$. D. $I(2; -1; 1)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 5. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-\log 1000}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (0; +\infty)$.
C. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

Câu 6. Cho $\int_0^{10} f(x) dx = 10$ và $\int_2^6 f(x) dx = 3$, khi đó $\int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx$ bằng

- A. 10. B. 4. C. 7. D. -4.

Câu 7. Một khối cầu có thể tích bằng $\frac{8\pi}{3}$ thì bán kính bằng

- A. $\sqrt[3]{3}$. B. $\sqrt[3]{2}$. C. 2. D. 3.

Câu 8. Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^4 - 3x^2} = 81$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 9: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = -4\sin 2x + 2\cos x - e^x$ là

A. $-8\cos 2x + 2\sin x - e^x + C$.

B. $8\cos 2x - 2\sin x - e^x + C$.

C. $4\cos 2x - 2\sin x - e^x + C$.

D. $2\cos 2x + 2\sin x - e^x + C$.

Câu 10. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - m = 0$ có bán kính $R = 5$. Tìm m .

A. $m = -16$.

B. $m = 16$.

C. $m = 4$.

D. $m = -4$.

Câu 11. Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 5 học sinh vào 5 ghế xếp thành một dãy?

A. 120.

B. 240.

C. 90.

D. 60.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

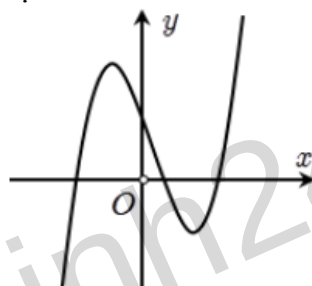
A. 15.

B. 20.

C. 35.

D. 36.

Câu 13. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -x^2 + x - 1$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = x^4 - x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 14. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \cos^3 x + 2\sin^2 x + \cos x$ bằng

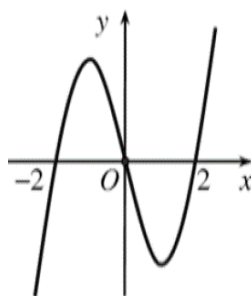
A. $\max y = \frac{58}{27}$.

B. $\max y = 3$.

C. $\max y = 2$.

D. $\max y = -2$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên R và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(1; 2)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-2; 1)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 1)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

Câu 16. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -4)$ và thể tích bằng 36π . Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 3$.

Câu 17. Cho $0 < x; y \neq 1$ thỏa mãn: $\log_{\sqrt{x}} y = \frac{3y}{8}$ và $\log_{\sqrt{2}} x = \frac{32}{y}$. Giá trị của $x^2 - y^2$ bằng

A. 120.

B. 132.

C. 240.

D. 340.

Câu 18. Gọi S là tập hợp các nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > 3^{2-x}$. Tìm số phần tử của S

- A. 11. B. 10. C. 9. D. 1.

Câu 19. Hình nón có chiều cao $10\sqrt{3}cm$, góc giữa một đường sinh và mặt đáy bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng:

- A. $50\sqrt{3}\pi cm^2$. B. $200\pi cm^2$. C. $100\pi cm^2$. D. $100\sqrt{3}\pi cm^2$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ phù hợp với bảng biến thiên bên dưới. Tổng số đường tiệm cận là:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		+	-	0	+	-
y		1	$+\infty$		5	
	$-\infty$			-2		-3

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

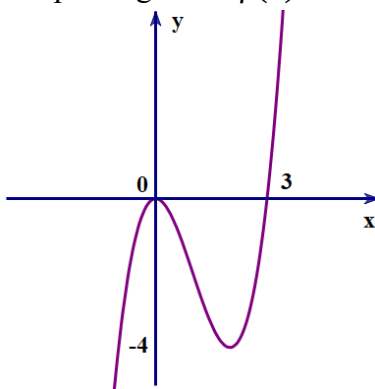
Câu 21. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp đó bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^x \sin 2x$.

- A. $y' = e^x (\sin 2x - \cos 2x)$. B. $y' = e^x (\sin 2x + 2 \cos 2x)$.
C. $y' = e^x (\sin 2x + \cos 2x)$. D. $y' = e^x \cos 2x$.

Câu 23. Cho đồ thị $y = f(x)$. Tìm m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có đúng 3 nghiệm?



- A. $-3 < m < 1$. B. $-4 < m < 0$. C. $-5 < m < 1$. D. $-4 < m < 1$.

Câu 24: Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $4^{x-1} - 3 \cdot 2^x + 7 = 0$. Tính S .

- A. $S = \log_2 7$. B. $S = 12$. C. $S = 28$. D. $S = \log_2 28$.

Câu 25. Một người dùng một cái ca hình bán cầu có bán kính là $3cm$ để mức nước đổ vào trong một thùng hình trụ chiều cao $3cm$ và bán kính đáy bằng $12cm$. Hỏi người ấy sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (Biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy).

- A. 10 lần. B. 12 lần. C. 20 lần. D. 24 lần.

Câu 26. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ thỏa $F(0) = 1$. Tính $\log_2 |F(-1)|$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\sqrt{2}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , mặt bên (SBC) là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

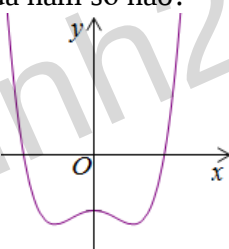
Câu 28. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S): (x-4)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 36$ qua mặt phẳng (Oxy) là

- A. $(S'): (x+4)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 36$. B. $(S'): (x-4)^2 + (y+3)^2 + (z-5)^2 = 36$.
C. $(S'): (x+4)^2 + (y+3)^2 + (z-5)^2 = 36$. D. $(S'): (x-4)^2 + (y-3)^2 + (z+5)^2 = 36$.

Câu 29. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}$ là:

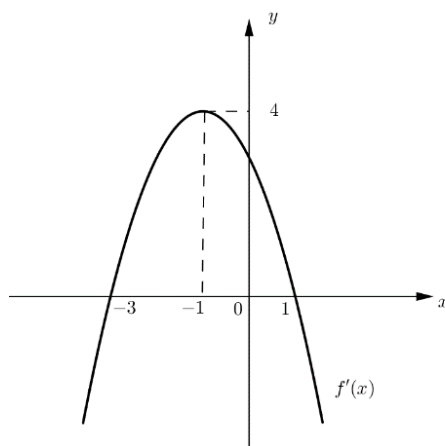
- A. $\tan x + \cot x + C$. B. $\tan x - \cot x + C$.
C. $-\tan x + \cot x + C$. D. $-\tan x - \cot x + C$.

Câu 30. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + x^2 - 1$. B. $y = x^4 - x^2 - 1$. C. $y = x^3 - x^2 - 1$. D. $y = -x^4 + x^2 - 1$.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên. Tìm khẳng định **đúng**?



- A. $f(x)$ đồng biến trên $(-2; 0)$. B. $f(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
C. $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 3)$. D. $f(x)$ nghịch biến trên $(-3; -2)$.

Câu 32. Tổng các nghiệm của phương trình $3^x - 8.3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0$ bằng.

- A. $3\log_3 5$. B. $2 + \log_3 5$. C. $2(1 + \log_3 5)$. D. $4\log_3 3$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M di động trên cạnh SC , đặt $\frac{MC}{MS} = k$. Mặt phẳng qua A, M song song với BD cắt SB, SD theo thứ tự tại N, P . Thể tích khối chóp $C.APMN$ lớn nhất khi

- A. $k = \sqrt{3}$. B. $k = 1$. C. $k = 2$. D. $k = \sqrt{2}$.

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{m+2\sqrt{m+2\sin x}} = \sin x$ có nghiệm thực

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 35. Cho $\int_4^5 \frac{1-2x}{x^2-5x+6} dx = a \ln \frac{3}{2} + b \ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào đúng?

A. $2a+b=11$. B. $a+2b=-7$. C. $a+b=8$. D. $a-2b=15$.

Câu 36. Tìm m để bất phương trình $\log_2^2 2x - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$ có nghiệm $x \in (\sqrt{2}; +\infty)$.

A. $m \in (0; +\infty)$. B. $m \in (-\frac{3}{4}; 0)$. C. $m \in (-\frac{3}{4}; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; 0)$.

Câu 37. Bạn Trang có 10 đôi tất tay khác nhau. Sáng nay, trong tâm trạng vội vã đi thi, Trang đã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc tất. Xác suất để trong 4 chiếc tất lấy ra có ít nhất một đôi bằng

A. $\frac{6}{19}$. B. $\frac{99}{323}$. C. $\frac{224}{323}$. D. $\frac{11}{969}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(5;8;-11), B(3;5;-4), C(2;1;-6)$ và mặt cầu $(S): (x-4)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. Gọi $M(x_M; y_M; z_M)$ là điểm trên (S) sao cho biểu thức $|\overline{MA} - \overline{MB} - \overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của tổng $x_M + y_M$ bằng

A. 4. B. 0. C. -2. D. 2.

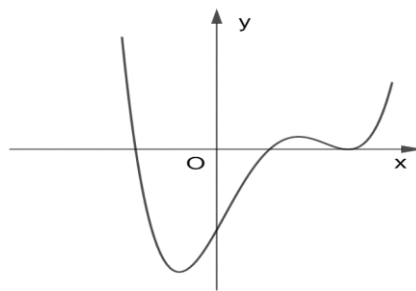
Câu 39. Phương trình $2^{\sin^2 x} + 2^{1+\cos^2 x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $4 \leq m \leq 3\sqrt{2}$. B. $3\sqrt{2} \leq m \leq 5$. C. $0 < m \leq 5$. D. $4 \leq m \leq 5$.

Câu 40. Cho đa thức $f(x)$ hệ số thực và thỏa điều kiện $2f(x) + f(1-x) = x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = 3x.f(x) + (m-1)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \in \square$. B. $m \geq \frac{10}{3}$. C. $\square$. D. $m > 1$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\square$ và có đồ thị $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = g(x) = f(x^2)$ là:



A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[0;1]$ và thỏa mãn:

$$f(x) + 2xf(x^2) + 3x^2 f(x^3) = \sqrt{1-x^2} \text{ với mọi } x \text{ trên } [0;1]; \text{ tính } \int_0^1 f(x) dx.$$

A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{24}$. C. $\frac{\pi}{36}$. D. $\frac{\pi}{12}$.

Câu 44. Ngày 20/5/2018, ngày con trai đầu lòng chào đời, chú Tuấn quyết định mở một tài khoản tiết kiệm ở ngân hàng với lãi suất 0.5% /tháng. Kể từ đó cứ vào 21 hàng tháng, chú sẽ gửi tài khoản 1 triệu đồng. Sau 1 tháng, số tiền lãi sẽ nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi vào ngày 22/5/2036, số tiền tiết kiệm trong tài khoản đó là bao nhiêu? (làm tròn đến triệu đồng)

A. 387(triệu đồng). B. 391(triệu đồng). C. 388(triệu đồng). D. 390 (triệu đồng).

Câu 45 Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Phương trình $f(4x - x^2) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 2. B. 6. C. 4. D. 0.

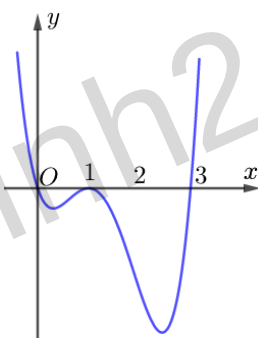
Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_2(4^x - m) = x + 1$ có đúng 2 nghiệm phân biệt?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = \frac{2\sqrt{x} + m}{\sqrt{x} + 1}$ với m là tham số thực, $m > 1$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 4]$ nhỏ hơn 3. Số phần tử của tập S là

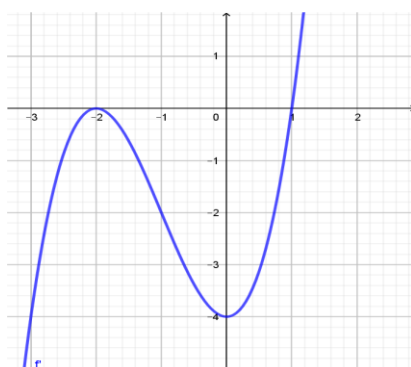
- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Tìm m để hàm số $y = f(x^2 + m)$ có 3 điểm cực trị?



- A. $m \in [0; 3]$. B. $m \in [0; 3)$. C. $m \in (3; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; 0)$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ



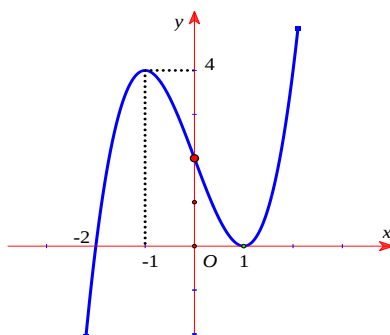
Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$ và các mệnh đề sau:

- (1) Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.
- (2) Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.
- (3) Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 2$.
- (4) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- (5) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm $f(x)$ như hình vẽ.



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{f^2(x) - 4f(x)}$ là

A. 4 .

B. 1.

C. 2 .

D. 3 .

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN ĐỀ THI

1.A	2.D	4.D	5.D	6.C	7.B	8.A	9.D	10.B	11.A
12.D	13.D	14.A	15.D	16.C	17.C	18.D	19.B	20.B	21.A
22.B	23.A	24.D	26.B	27.A	28.D	29.A	30.B	31.A	32.C
33.D	34.C	35.B	36.C	37.B	38.D	39.D	40.B	41.C	43.D
44.D	46.A	47.A	48.B	49.D	50.C				

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn A

Gọi độ lớn 1 cạnh của hình lập phương là x .

Vì hình lập phương gồm 6 mặt giống nhau nên tổng diện tích các mặt của hình lập phương sẽ là

$$S = 6x^2 = 12a^2 \Rightarrow x = a\sqrt{2}.$$

Thể tích của khối lập phương là:

$$V = x^3 = (a\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}a^3.$$

Câu 2: Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu bằng 4.

Câu 3: Chọn D

Trung điểm I có tọa độ là $I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-2+0}{2}; \frac{3-1}{2}\right) \Leftrightarrow I(2; -1; 1)$.

Câu 4: Chọn D

Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên 2 khoảng $(-1; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 5: Chọn D

Hàm số xác định khi $x^2 - x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

Câu 6: Chọn C

$$\text{Ta có } \int_0^{10} f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx$$

$$\text{Do đó } \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx = \int_0^{10} f(x) dx - \int_2^6 f(x) dx = 10 - 3 = 7$$

Vậy đáp án là C.

Câu 7: Chọn B

$$\text{Thể tích khối cầu } V = \frac{4}{3}\pi.R^3 \quad \text{Suy ra } \frac{4}{3}\pi.R^3 = \frac{8}{3}\pi \Rightarrow R = \sqrt[3]{2}$$

Câu 8: Chọn A

$$3^{x^4-3x^2} = 81 \Leftrightarrow 3^{x^4-3x^2} = 3^4 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \text{ (VN)} \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Câu 9: Chọn D

$$\text{Ta có } \int (-4\sin 2x + 2\cos x - e^x) dx = 2\cos 2x + 2\sin x - e^x + C.$$

Câu 10: Chọn B

$$\text{Bán kính của mặt cầu: } R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2 + m} = 5.$$

$$\Rightarrow \sqrt{9+m} = 5.$$

$$\Rightarrow m = 16.$$

Câu 11: Chọn A

Số cách sắp xếp là: $5! = 120$.

Câu 12: Chọn D

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 100 = -5 + (n-1).3 \Leftrightarrow 100 = 3n - 8 \Leftrightarrow n = 36$.

Câu 13: Chọn D

Dựa theo hình dáng đồ thị là hàm số bậc 3 có hệ số của x^3 dương nên ta chọn **D**.

Câu 14: Chọn A

Ta có: $y = \cos^3 x + 2\sin^2 x + \cos x = \cos^3 x - 2\cos^2 x + \cos x + 2$

Đặt $t = \cos x$, điều kiện: $t \in [-1; 1]$.

Khi đó: $y = f(t) = t^3 - 2t^2 + t + 2$ xét với $t \in [-1; 1]$.

Ta có: $f'(t) = 3t^2 - 4t + 1$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 4t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \in [-1; 1] \\ t = \frac{1}{3} \in [-1; 1] \end{cases}$

Lại có: $f(-1) = -2$; $f(1) = 2$; $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{58}{27}$.

Nên $\max y = \frac{58}{27}$.

Câu 15: Chọn D

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta có bảng xét dấu của hàm số $y = f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$y = f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

+ Từ bảng xét dấu hàm số $y = f'(x)$, ta có: hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

Câu 16: Chọn C

Áp dụng công thức $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ta được bán kính $R = 3$

Mà tâm $I(1; 2; -4)$ nên phương trình của (S) là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9$

Vậy chọn C

Câu 17: Chọn C

Từ giả thiết ta có $\log_x y = \frac{y}{8}$ và $\log_2 x = \frac{16}{y}$

Suy ra $\log_2 y = 2 \Leftrightarrow y = 4 \Rightarrow x = 16 \Rightarrow x^2 - y^2 = 240$

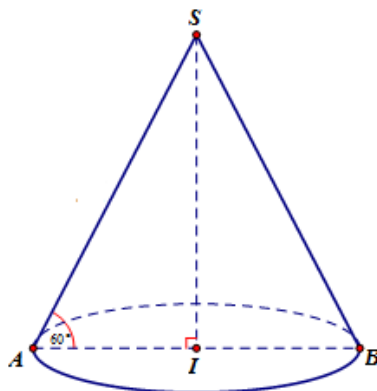
Câu 18: Chọn D

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > 3^{2-x} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x-10 \geq 0 \\ \sqrt{x^2-3x-10} < 2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 5 \\ 2-x > 0 \\ x^2-3x-10 < (2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 5 \\ 2 > x \\ x < 6 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \leq x < 6 \text{ } S \text{ là tập}$$

hợp các nghiệm nguyên của bất phương trình nên $S = \{5\}$.

Vậy có 1 phần tử.

Câu 19: Chọn B



Xét hình nón đỉnh S , ta có: $SAI = 60^\circ$ và $h = SI = 10\sqrt{3} \text{ cm}$.

Xét $\triangle SAI$ vuông tại I , ta có

$$r = AI = \frac{SI}{\tan 60^\circ} = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 10 \text{ cm} \quad l = SA = \sqrt{SI^2 + AI^2} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + 10^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ cm}.$$

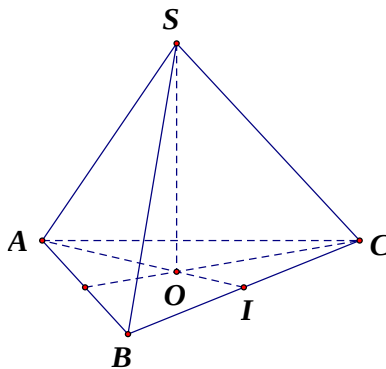
Vậy diện tích xung quanh của hình nón đó là: $S_{xq} = \pi r l = 200\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.

Câu 20: Chọn B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$ nên ta có TCN: $y = -3$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ nên ta có TCD: $x = -1$

Câu 21: Chọn A.



Gọi $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều, O là tâm của đáy.

$$+ S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

+ Do O là tâm của $\triangle ABC$ nên $SO \perp (ABC)$

$$AO = \frac{2}{3} \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

$$\Rightarrow SO = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} a \cdot \sqrt{3} = a$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3.$$

Câu 22: Chọn B.

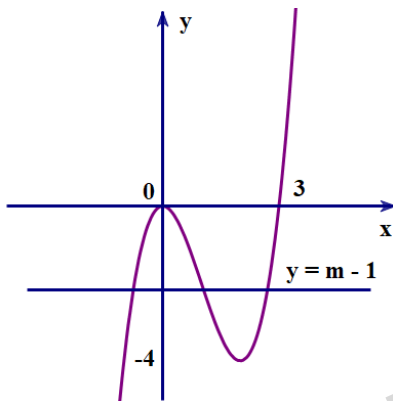
Ta có:

$$y = e^x \sin 2x \Rightarrow y' = (e^x)' \sin 2x + e^x (\sin 2x)' = e^x \sin 2x + 2e^x \cos 2x = e^x (\sin 2x + 2 \cos 2x).$$

Câu 23: Chọn A

Ta có: $f(x)+1=m \Leftrightarrow f(x)=m-1$.

Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=m$ bằng số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m-1$.



Dựa vào đồ thị, ta có $y_{cbt} \Leftrightarrow -4 < m-1 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1$.

Câu 24: Chọn C

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $4^{x-1} - 3 \cdot 2^x + 7 = 0$.

$$PT \Leftrightarrow \frac{1}{4} \cdot 2^{x^2} - 3 \cdot 2^x + 7 = 0$$

$$\text{Suy ra } 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 7 : \frac{1}{4} = 28$$

$$\Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 28 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = \log_2 28$$

Vậy $S = \log_2 28$.

Câu 25: Chọn B

$$\text{Thể tích cái ca: } V = \frac{2\pi \cdot 3^3}{3} = 36\pi (cm^3)$$

$$\text{Thể tích cái thùng hình trụ: } V' = \pi \cdot 12^2 \cdot 3 = 432\pi (cm^3)$$

$$\text{Số lần đổ để nước đầy thùng là: } \frac{V'}{V} = \frac{432\pi}{36\pi} = 12 \text{ lần.}$$

Câu 26: Chọn D

$$\text{Ta có, } F(x) = \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$$

$$\text{Đặt } u = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow u^2 = x^2+1 \Rightarrow udu = xdx$$

$$\text{Khi đó; } F(x) = \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx = \int \frac{u}{u} du = u + C = \sqrt{x^2+1} + C$$

$$\text{Mà } F(0) = 1 \text{ hay } \sqrt{0+1} + C = 1 \Rightarrow C = 0$$

$$\text{Vậy } F(x) = \sqrt{x^2+1} \text{ là một nguyên hàm của } f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}.$$

$$\text{Lại có, } F(-1) = \sqrt{(-1)^2+1} = \sqrt{2}$$

$$\text{Suy ra, } \log_2 |F(-1)| = \log_2 |\sqrt{2}| = \log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}.$$

Câu 27: Chọn A

Gọi H là trung điểm của BC . Ta có

$$\begin{cases} (SBC) \perp (ABC) = BC \\ SH \perp BC \\ SH \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC) \quad (1)$$

Trong tam giác SAH kẻ $HK \perp SA$ (*)

Từ (1) ta có $SH \perp BC$ (2)

Mà tam giác ABC cân tại A nên $AH \perp BC$ (3)

Từ (2) và (3) ta có $BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp HK$ (**)

Từ (*) và (**) ta có HK là đoạn vuông góc chung của SA và BC nên: $d(SA, BC) = HK$

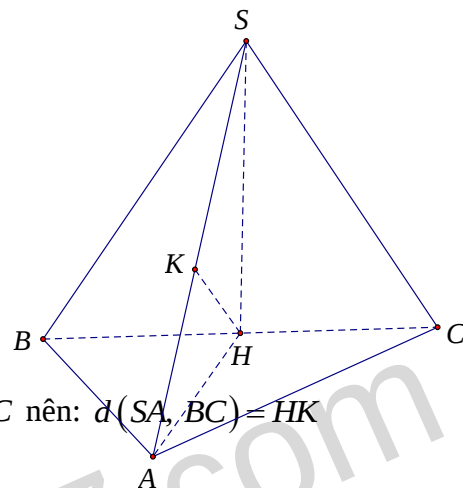
$$\text{Trong tam giác } SAH : \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HA^2} \quad (***)$$

Trong tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = a$ và H là trung điểm của BC nên $AH = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$

Trong tam giác đều SBC cạnh a nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HA^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{16}{3a^2}$$

$$\Rightarrow HK^2 = \frac{3a^2}{16} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$



Câu 28: Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(4;3;5)$ và bán kính $R = 6$

Giả sử mặt cầu (S') có tâm I' , bán kính R' thì I' là ảnh của điểm I qua phép đối xứng qua mặt phẳng (Oxy) , suy ra $I'(4;3;-5)$ và $R' = R = 6$

Vậy phương trình mặt cầu (S') là: $(x-4)^2 + (y-3)^2 + (z+5)^2 = 36$.

Câu 29: Chọn A

Ta có

$$\int f(x)dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = \tan x + \cot x + C$$

Câu 30: Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị nên đây không phải là đồ thị hàm số bậc 3, do đó loại đáp án A và C.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$ nên loại đáp án D.

Câu 31: Chọn A

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$					

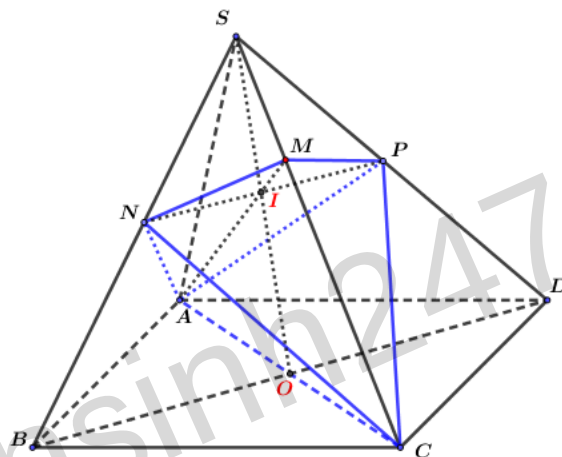
So sánh các đáp án ta thấy: $f(x)$ đồng biến trên $(-2;0)$.

Câu 32: Chọn B

$$\text{Phương trình } 3^x - 8.3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{\frac{x}{2}} = 5 \\ 3^{\frac{x}{2}} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \log_3 5 \\ \frac{x}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\log_3 5 \\ x = 2 \end{cases}$$

Suy ra tổng các nghiệm của phương trình là $2(1 + \log_3 5)$.

Câu 33: Chọn D



Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$; I là giao điểm của SO và NP .

$$\text{Ta có } \frac{SC}{SM} = \frac{SM}{SM} + \frac{CM}{SM} = 1 + k.$$

$$\text{Do } \begin{cases} AM \subset (ANMP) \\ BD \parallel (ANMP) \\ (SBD) \cap (ANMP) = NP \end{cases} \Rightarrow NP \parallel BD.$$

Áp dụng định lý Menelait cho tam giác SOC và 3 điểm A, I, M thẳng hàng, ta được

$$\frac{AO}{AC} \cdot \frac{MC}{MS} \cdot \frac{IS}{IO} = 1 \Rightarrow \frac{IS}{IO} = \frac{2}{k} \Rightarrow \frac{SO}{SI} = \frac{k+2}{2}.$$

$$\text{Vì } NP \parallel BD \text{ nên } \frac{SB}{SN} = \frac{SD}{SP} = \frac{SO}{SI} = \frac{k+2}{2}.$$

Theo công thức tỷ lệ thể tích

$$\frac{V_{S.APMN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{\frac{SA}{SA} + \frac{SD}{SP} + \frac{SC}{SM} + \frac{SB}{SN}}{4 \cdot \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SD}{SP} \cdot \frac{SC}{SM} \cdot \frac{SB}{SN}} = \frac{1 + \frac{2+k}{2} + (1+k) + \frac{2+k}{2}}{4 \cdot \frac{2+k}{2} \cdot (1+k) \cdot \frac{2+k}{2}} = \frac{(2+k) \cdot 2}{4 \cdot (k+1) \cdot \frac{(2+k)^2}{4}} = \frac{2}{(1+k)(2+k)}$$

$$\Rightarrow V_{S.APMN} = \frac{2V_{S.ABCD}}{(1+k)(2+k)}.$$

$$V_{C.APMN} = k \cdot V_{S.APMN} = k \cdot \frac{2V_{S.ABCD}}{(1+k)(2+k)} = k \cdot \frac{2V_{S.ABCD}}{k^2 + 3k + 2} = \frac{2V_{S.ABCD}}{k + \frac{2}{k} + 3} \leq \frac{2V_{S.ABCD}}{2\sqrt{k \cdot \frac{2}{k}} + 3} = \frac{2V_{S.ABCD}}{2\sqrt{2} + 3}.$$

$$V_{C.APMN} \max = \frac{2V_{S.ABCD}}{2\sqrt{2} + 3} \Leftrightarrow k = \frac{2}{k} \Leftrightarrow k = \sqrt{2}.$$

Câu 34: Chọn C

- Ta có $\sqrt{m+2\sqrt{m+2\sin x}} = \sin x \quad (1) \Leftrightarrow m+2\sqrt{m+2\sin x} = \sin^2 x \quad (2)$

- Đặt $\sqrt{m+2\sin x} = t \geq 0 \Rightarrow m+2\sin x = t^2$.

- Khi đó từ (2) ta có $m+2t = \sin^2 x$.

- Từ (1) ta có hệ sau:
$$\begin{cases} m+2\sin x = t^2 (*) \\ m+2t = \sin^2 x (**) \end{cases}$$

Lấy $(**)-(*)$ về với về ta được: $(t - \sin x)(\sin x + t + 2) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \sin x \\ t = -2 - \sin x \end{cases}$$

TH1: $t = \sin x \in [0; 1]$ thay vào PT $(*) \Leftrightarrow t^2 - 2t - m = 0$ có nghiệm $t \in [0; 1]$

Đặt $f(t) = t^2 - 2t - m$ có nghiệm $t \in [0; 1]$

Bảng biến thiên

t	0 1
$f'(t)$	- 0
$f(t)$	0 -1

Phương trình có nghiệm khi $-1 \leq m \leq 0$

TH2: $t = -2 - \sin x \in [-3; -1]$ (loại) vì $t \geq 0$

Kết luận: Để phương trình có nghiệm thì $-1 \leq m \leq 0$ nên ta có 2 giá trị m nguyên.

Câu 35: Chọn B

Đặt $I = \int_4^5 \frac{1-2x}{x^2-5x+6} dx$

Ta có: $\frac{1-2x}{(x-2)(x-3)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3}$

$\Rightarrow 1-2x = A(x-3) + B(x-2) \quad (1)$

Chọn $x = 3$ thay vào (1) $\Rightarrow B = -5$

Chọn $x = 2$ thay vào (1) $\Rightarrow A = 3$

$\Rightarrow I = \int_4^5 \frac{3}{x-2} dx - \int_4^5 \frac{5}{x-3} dx = 3\ln(x-2) \Big|_4^5 - 5\ln(x-3) \Big|_4^5 = 3\ln \frac{3}{2} - 5\ln 2$

$\Rightarrow a = 3, b = -5 \Rightarrow a + 2b = 3 - 10 = -7$.

Câu 36: Chọn C

Ta có: $\log_2^2 2x - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0 \Leftrightarrow (1 + \log_2 x)^2 - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$

$\Leftrightarrow \log_2^2 x - 2m\log_2 x - 1 < 0$

Đặt $\log_2 x = t, x \in (\sqrt{2}; +\infty) \Leftrightarrow t \in (\frac{1}{2}; +\infty)$

Khi đó bất phương trình $\log_2^2 2x - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$ có nghiệm $x \in (\sqrt{2}; +\infty)$ khi và chỉ khi bất

phương trình $t^2 - 2mt - 1 < 0$ có nghiệm $t \in (\frac{1}{2}; +\infty)$

Hay bất phương trình $2m > \frac{t^2-1}{t} = t - \frac{1}{t} = f(t)$ có nghiệm $t \in (\frac{1}{2}; +\infty) \quad (1)$

Ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t^2} > 0 \quad \forall t \in (\frac{1}{2}; +\infty)$

Do đó (1) $\Leftrightarrow 2m > \min_{t \in [\frac{1}{2}; +\infty)} f(t) = f(\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow m > -\frac{3}{4}$

Câu 37: Chọn B

Số cách chọn ra 4 chiếc tất bất kì từ 20 chiếc là $C_{20}^4 = 4845$ (cách).

Ta sẽ đếm số cách lấy 4 chiếc tất sao cho không có hai chiếc nào thuộc cùng một đôi.

Số cách chọn 4 đôi tất từ 10 đôi là: C_{10}^4 (cách).

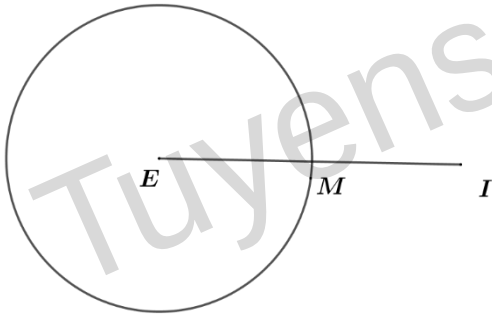
Để 4 chiếc tất lấy ra không có hai chiếc nào cùng thuộc một đôi thì mỗi chiếc tất phải được lấy ra từ một đôi tất trong số 4 đôi nói trên.

Như vậy số cách lấy 4 chiếc tất sao cho không có hai chiếc nào thuộc cùng một đôi là $C_{10}^4 \cdot 2^4 = 3360$ (cách).

Xác suất để trong 4 chiếc tất lấy ra có ít nhất một đôi bằng: $1 - \frac{3360}{4845} = \frac{99}{323}$.

Đáp án B đúng.

Câu 38: Chọn B



Mặt cầu (S) tâm $E(4; 2; -1)$ bán kính $R = 3$

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - x - (3 - x) - (2 - x) = 0 \\ 8 - y - (5 - y) - (1 - y) = 0 \\ -11 - z - (-4 - z) - (-6 - z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \\ z = 1 \end{cases}$

Vậy $I(0; -2; 1)$

Ta có: $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IC}| = |\overrightarrow{MI}|$

Vậy để $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $|\overrightarrow{MI}|$ phải nhỏ nhất $\Rightarrow M \in (S) \cap IE$

Ta có $\overrightarrow{IE} = (4; 4; -2) \Rightarrow |\overrightarrow{IE}| = 6$ nên điểm E nằm ngoài mặt cầu (S)

IE nhận $\vec{u}(2; 2; -1)$ làm VTCP

Phương trình đường thẳng IE: $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ Ta có $M \in IE \Rightarrow M(2t; 2 + 2t; 1 - t)$

Mặt khác $M \in (S)$ nên $(4 + 2t - 4)^2 + (2 + 2t - 2)^2 + (-1 - t)^2 = 9$

$\Leftrightarrow 9t^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow M(6; 4; -2) \Rightarrow \overrightarrow{MI} = (-6; 6; 3) \Rightarrow |\overrightarrow{MI}| = 9 \\ t = -1 \Rightarrow M(2; 0; 0) \Rightarrow \overrightarrow{MI} = (-2; -2; 1) \Rightarrow |\overrightarrow{MI}| = 3 \end{cases}$

Vậy $M(2;0;0)$ thỏa mãn bài ra. Do đó $x_M + y_M = 2$.

Câu 39: Chọn D

Ta có $2^{\sin^2 x} + 2^{1+\cos^2 x} = m \Leftrightarrow 2^{1-\cos^2 x} + 2^{1+\cos^2 x} = m \quad (1)$

Đặt $t = 2^{\cos^2 x}$, ta có $0 \leq \cos^2 x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq t \leq 2$

Phương trình (1) trở thành: $\frac{2}{t} + 2t = m \quad (2)$

Xét hàm số $f(t) = \frac{2}{t} + 2t$ với $t \in [1; 2]$, ta có $f'(t) = 2 - \frac{2}{t^2} \geq 0 \quad \forall t \in [1; 2]$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(t) = \frac{2}{t} + 2t$ đồng biến trên đoạn $[1; 2]$

$\Rightarrow f(1) \leq f(t) \leq f(2) \Leftrightarrow 4 \leq f(t) \leq 5$

Do đó phương trình (1) có nghiệm khi phương trình (2) có nghiệm $t \in [1; 2]$

$\Leftrightarrow 4 \leq m \leq 5$

Câu 40: Chọn B

Từ giả thiết vì đa thức $f(x)$ hệ số thực:

Thay x bởi $x-1$ vào $2f(x) + f(1-x) = x^2, \forall x \in \mathbb{R}$ ta được $2f(1-x) + f(x) = (x-1)^2$.

Khi đó ta có $\begin{cases} 2f(x) + f(1-x) = x^2 \\ 2f(1-x) + f(x) = x^2 - 2x + 1 \end{cases} \Rightarrow 3f(x) = x^2 + 2x - 1$.

Suy ra $y = 3x.f(x) + (m-1)x + 1$

$\Leftrightarrow y = x^3 + 2x^2 + (m-2)x + 1$

$\Rightarrow y' = 3x^2 + 4x + m - 2$

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì

$\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 4 - 3(m-2) \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{10}{3}$.

Câu 41: Chọn C

Nhận thấy đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại 2 điểm và tiếp xúc với trục Ox tại 1 điểm, Do đó phương trình $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm trong đó có 1 nghiệm kép:

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = A & (A < 0) \\ x = B & (B > 0) \\ x = C & (C > 0) \end{cases}$, với A, B là hai điểm cực trị của hàm số $f(x)$.

Mặt khác: $g'(x) = (x^2)' \cdot f'(x^2) = 2x \cdot f'(x^2)$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = A & (A < 0) \\ x^2 = B & (B > 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{B} \end{cases}$

Vậy ĐTHS $y = g(x) = f(x^2)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 42: Chọn C

Gọi $A(x_1; y(x_1))$, $B(x_2; y(x_2))$ là hai điểm thuộc (C_m) .

Do A, B nằm về hai phía của trục tung nên $x_1 x_2 < 0$

Ta có $y' = x^2 + 2mx + 2m - 3$

Mặt khác $d: x + 2y - 5 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ có hệ số góc là $k = -\frac{1}{2}$

Tiếp tuyến tại A, B vuông góc với d nên:
$$\begin{cases} y'(x_1) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \\ y'(x_2) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow y'(x_1) - 2 = y'(x_2) - 2 = 0$$

$\Rightarrow x_1, x_2$ là hai nghiệm của phương trình $y' - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2mx + 2m - 3 = 0(*)$

Bài toán trở về tìm m nguyên dương để phương trình $(*)$ có hai nghiệm trái dấu điều kiện:

$a.c < 0 \Leftrightarrow 2m - 5 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{2}$ vì $m \in \mathbb{Z}^+$ nên $m \in \{1; 2\}$. Chọn **C**.

Câu 43: Chọn D

Ta có: $f(x) + 2xf(x^2) + 3x^2f(x^3) = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow \int_0^1 (f(x) + 2xf(x^2) + 3x^2f(x^3))dx = \int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx + \int_0^1 f(x^2)dx^2 + \int_0^1 f(x^3)dx^3 = \int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx \Leftrightarrow 3 \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx$$

Xét: $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx$

Đặt: $x = \sin t; \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t; dx = \cos t dt$

$$\text{Ta có } \int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2t}{2} dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} dt + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2t}{2} dt = \frac{t}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{\sin 2t}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x)dx = \frac{\pi}{12}.$$

Câu 44: Chọn D

Chú Tuấn mỗi tháng gửi đều đặn 1 triệu đồng với lãi suất 0.5%/tháng từ 20/5/2018 đến 22/5/2036 có 18.12 = 216 tháng thì:

Cuối tháng 1 số tiền chú Tuấn có: $(1+0.5\%)$.

Đầu tháng 2 số tiền chú Tuấn có: $(1+0.5\%)+1$.

Cuối tháng 2 số tiền chú Tuấn có: $((1+0.5\%)+1)(1+0.5\%) = (1+0.5\%)^2 + (1+0.5\%)$.

...
...
...

Cuối tháng 216 số tiền chú Tuấn có: $(1+0.5\%)^{216} + (1+0.5\%)^{215} + \dots + (1+0.5\%)$.

Ngày 21/5/2036 chú Tuấn gửi thêm 1 triệu nên số tiền trong tài khoản:

$$1. \frac{1-(1+0.5\%)^{217}}{1-(1+0.5\%)} \approx 390 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 45: Chọn C

Ta có $4x - x^2 = 4 - (x^2 - 4x + 4) = 4 - (x - 2)^2$.

Do $(x - 2)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $4x - x^2 \leq 4, \forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $t = 4x - x^2$ ($t \leq 4$). Khi đó, phương trình đã cho trở thành $f(t) - 2 = 0$ (1).

Từ bảng biến thiên ta thấy, trên khoảng $(-\infty; 4]$, đồ thị hàm số $y = f(t)$ cắt đường thẳng $y = 2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ bé hơn 4 nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 trong đó

$t_1, t_2 \in (-\infty; 4)$.

Với mỗi nghiệm $t \in (-\infty; 4)$ thì phương trình $t = 4x - x^2$ có hai nghiệm x phân biệt.

Vậy phương trình $f(4x - x^2) - 2 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 46: Chọn A

Ta có phương trình $\log_2(4^x - m) = x + 1 \Leftrightarrow 4^x - m = 2^{x+1}$ (vì $2^{x+1} > 0 \forall x \in \mathbb{R}$)

$\Leftrightarrow 4^x - 2 \cdot 2^x = m$.

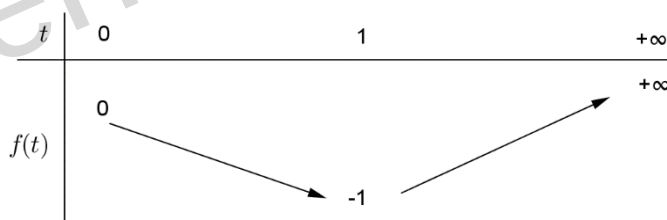
Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$) $\Rightarrow$ Mỗi giá trị $t > 0$ có một giá trị $x \in \mathbb{R}$.

Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2t = m$ (*).

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t$ với $t > 0$

Ta có bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta suy ra phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt khi $m \in (-1; 0)$.

Vì m là số nguyên $\Rightarrow$ không có giá trị nào của m .

Câu 47: Chọn A

Đặt $t = \sqrt{x}$. Khi đó giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $[0; 4]$ chính là giá trị lớn nhất của

$g(t) = \frac{2t + m}{t + 1}$ trên $[0; 2]$. Hàm số $g(t)$ đơn điệu trên $[0; 2]$ cho nên giá trị lớn nhất của nó trên $[0; 2]$ là

1 trong 2 số $g(0) = m$ hoặc $g(2) = \frac{m + 4}{3}$. Yêu cầu bài toán tương đương với

$$\begin{cases} m < 3 \\ \frac{m + 4}{3} < 3 \end{cases} \Leftrightarrow m < 3. \text{ Vậy } m = 2 \text{ là số duy nhất thỏa yêu cầu đề.}$$

Câu 48: Chọn B

Đặt

$$g(x) = f(x^2 + m) \Rightarrow g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 + m) \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 + m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + m = 0 \\ x^2 + m = 1 \\ x^2 + m = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -m & (1) \\ x^2 + m = 1 & (2) \\ x^2 = 3 - m & (3) \end{cases}$$

Nhận thấy số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + m)$ bằng số nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ của $g'(x)$.
Mà đồ thị hàm số $y = f'(x)$ tiếp xúc với Ox tại điểm có hoành độ $x = 1$ nên (2) có nghiệm hay vô nghiệm thì số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + m)$ cũng không bị ảnh hưởng. Vậy ta xét các trường hợp:

* $m = 0$: Khi đó $g'(x)$ có đúng 3 nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ nên $y = f(x^2 + m)$ có 3 điểm cực trị, tức là $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

* $m = 3$: Khi đó $g'(x)$ có đúng 1 nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ nên $y = f(x^2 + m)$ có đúng 1 điểm cực trị, tức là $m = 3$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

* $m \notin \{0; 3\}$: Khi đó các nghiệm của (1) và (3) (nếu có) đều khác 0, đồng thời $3 - m > -m, \forall m$.

Do đó $g'(x)$ có đúng 3 nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ khi $\begin{cases} 3 - m > 0 > -m \\ m \notin \{0; 3\} \end{cases} \Leftrightarrow m \in (0; 3)$

Vậy $m \in [0; 3]$.

Câu 49: Chọn D

Ta có: $g'(x) = 2xf'(x^2 - 3)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2xf'(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3 = -2 & (\text{nghiệm bội chẵn}) \\ x^2 - 3 = 1 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$		$g(-2)$		$g(0)$		$g(2)$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị, hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Do đó có 2 mệnh đề đúng là (1) và (4).

Câu 50: Chọn C

Dựa vào đồ thị, khi đó phương trình $f^2(x) - 4f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$, trong đó $x = 1$ là

nghiệm kép bội chẵn. Khi đó

$f^2(x) - 4f(x) = (x + 2)^{2k} (x - 1)^{2k} (x + 1)^{2k} \cdot g(x)$, với $g(x)$ là một đa thức vô nghiệm trên $\mathbb{R}$ và $k \in \mathbb{N}^*$.

Suy ra $y = \frac{x^2 - 1}{f^2(x) - 4f(x)} = \frac{(x + 2)^{2k} (x - 1)^{2k} (x + 1)^{2k} \cdot g(x)}{(x + 2)^{2k} (x - 1)^{2k} (x + 1)^{2k} \cdot g(x)} = \frac{1}{(x + 2)^{2k} (x - 1)^{2k} \cdot g(x)}$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{f^2(x) - 4f(x)}$ có 2 đường tiệm cận đứng đó là $x = -2$, $x = 1$.

----- HẾT -----