

ĐỀ 01

Bài 1 (1 điểm). Tìm tập xác định hàm số $y = \sqrt{\frac{x^2 - 3x + 2}{(5-x)(x^2 - 5x + 2012)}}$.

Bài 2 (3,5 điểm).

1. Giải các bất phương trình sau

a) $\frac{-3x^2 + 2x + 5}{1 - \sqrt{x^2 + x + 2}} \geq 0;$

b) $|x - 3| > -x^2 - 2x + 3.$

2. Xác định giá trị tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \leq 0 \\ mx - 2m + 3 > (m+1)x \end{cases}$ vô nghiệm

Bài 3 (2 điểm).

1. Cho biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}, \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$. Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc α .

2. Rút gọn biểu thức $M = \sin x + \sin\left(x + \frac{16\pi}{5}\right) + \sin\left(x + \frac{22\pi}{5}\right) + \sin\left(x + \frac{28\pi}{5}\right) + \sin\left(x + \frac{34\pi}{5}\right)$.

Bài 4 (3 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + t \end{cases}$ và đường thẳng $d_2: 2x - y + 3 = 0$.

1. Xét vị trí tương đối của d_1, d_2 .

2. Xác định vị trí điểm $M \in d_1$ sao cho khoảng cách từ M đến d_2 bằng $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

3. Lập phương trình đường tròn đi qua O và tiếp xúc hai đường thẳng d_1, d_2 .

Bài 5 (0,5 điểm). Cho x, y là các số thực thoả mãn $2x^2 - xy + y^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = x^2 - xy + y^2$.

ĐỀ 02

Bài 1 (2,5 điểm). Giải các bất phương trình sau

1. $|x^2 - 3x + 2| \geq x - 2$

2. $\frac{x^2 - 2x}{x + 1} \sqrt{9 - x^2} \leq 0.$

Bài 2 (2 điểm).

1. Tìm các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + m - 1}}{2 - \sqrt{x^2 - 2x + 2m - 5}}$ xác định trên \mathbb{R} .

2. Giải bất phương trình $(2x + 1)^2 - 3\sqrt{x^2 + x - 1} - 6 \leq 0.$

Bài 3 (1,5 điểm).

1. Tính $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}\right), k \in \mathbb{Z}$.

2. Chứng minh đẳng thức sau không phụ thuộc vào α

$$M = \left(\frac{1}{1 + \cot^2 \alpha}\right)^3 + 3\cos^2 \alpha + 3\sin^4 \alpha - \sin^6 \alpha + \frac{3}{4}\sin^2(2\alpha).$$

Bài 4 (3,5 điểm).

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho họ đường cong $(C_m): x^2 + y^2 + 2mx - 2(m+1)y - 6m - 8 = 0$. Chứng tỏ rằng họ (C_m) là họ các đường tròn. Xác định tâm và bán kính đường tròn có bán kính nhỏ nhất trong họ (C_m) .

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $\hat{A} = 90^\circ$, $AB: x - y + 2 = 0$, đường cao $AH: x - 3y + 8 = 0$. Điểm $M(7; -11)$ thuộc đường thẳng BC .

a) Xác định tọa độ các đỉnh tam giác ABC . Tính diện tích tam giác ABC .

b) Xác định phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Bài 5 (0,5 điểm). Cho $x, y, z > 0$ thỏa mãn $xy + yz + zx = 3xyz$.

Chứng minh rằng $\sqrt{\frac{1}{3x+y}} + \sqrt{\frac{1}{3y+z}} + \sqrt{\frac{1}{3z+x}} \leq \frac{3}{2}$.

ĐỀ 03

Bài 1 (1,5 điểm). Giải bất phương trình $\frac{x+2}{\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+1}} \geq \sqrt{2x^2 + 5x + 3} + 1$.

Bài 2 (2,5 điểm).

1. Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} (x-3)(|x-2|-1) \leq 0 \\ \frac{x-1}{3x+2} > 0. \end{cases}$

2. Cho hàm số $f(x) = (m+2)x^2 - 2(m+2)x - 2m + 4$. (m là tham số)

a) Xác định m sao cho $f(x) \geq -1 - 4m$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

b) Xác định m sao cho bất phương trình $f(x) \leq 0$ vô nghiệm.

Bài 3 (2 điểm).

1. Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{2\sin(x + 2010\pi) - \cos x}{3\cos(x - 2011\pi) + \sin x}$.

2. Chứng minh đẳng thức $\frac{\sin^2 2\alpha + 2\cos(3\pi + 2\alpha) - 2}{-3 + 4\cos 2\alpha + \cos(4x - \pi)} = \frac{1}{2}\cot^4 \alpha$.

Bài 4 (3,5 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình

$$x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0 \text{ và điểm } M(-1; 4).$$

1. Chứng tỏ M nằm ngoài đường tròn. Lập phương trình tiếp tuyến với đường tròn biết tiếp tuyến đi qua điểm M .

2. Lập phương trình đường tròn đối xứng đường tròn (C) qua đường thẳng $d: x - 2y + 3 = 0$.

3. Tính diện tích tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (C) .

4. Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(-1;0)$ và cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt E, F sao cho $EF = 4$.

Bài 5 (0,5 điểm). Tìm các giá trị $x \geq 0$ thỏa mãn bất phương trình: $x^2 - 4x - 6 > \sqrt{x^3 + 3x^2 + 2x}$.

ĐỀ 04

Bài 1(2,5 điểm). Cho bất phương trình $(x+1)(2-x) - 3\sqrt{-x^2+x+6} + m \geq 0, (1)$. (m là tham số)

1. Giải bất phương trình (1) với $m = 0$.
2. Xác định m sao cho bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x \in [-2;3]$.

Bài 2 (2,5 điểm).

1. Giải bất phương trình $\left| \frac{2x^2 - x}{3x - 4} \right| \geq 1$.
2. Xác định m sao cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 \leq -2x + 3 \\ (m+1)x \geq 2m - 1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Bài 3 (1,5 điểm).

1. Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng $\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = 2 \sin A \cdot \sin B \cdot \cos C$.
2. Chứng minh rằng

$$a) \sin \alpha \cdot \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) = \frac{1}{4} \sin 3\alpha;$$

$$b) \sin 5\alpha - 2 \sin \alpha (\cos 4\alpha + \cos 2\alpha) = \sin \alpha.$$

Bài 4 (3 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$, đỉnh $A(1;-2)$,

$BD: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -4 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và $H\left(\frac{133}{37}; -\frac{58}{37}\right)$ là hình chiếu của A trên DC .

1. Lập phương trình các đường thẳng DC, AB .
2. Xác định tọa độ các đỉnh D, C, B .
3. Xác định vị trí điểm $M \in BD$ sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị bé nhất.

Bài 5.(0,5 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^2 + \frac{5}{x+1}, x \geq 2$.

ĐỀ 05

Bài 1 (1,5 điểm). Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} (x-2)|2x-1| \geq 8-4x \\ \sqrt{x^2-3x+2} \leq 3 \end{cases}$

Bài 2 (3 điểm).

$$1. \text{ Giải bất phương trình } \frac{(3-4x)\sqrt{x^2+5x+6}}{4-x} \leq 0.$$

2. Xác định m để mọi $x \in [2; +\infty)$ đều là nghiệm của bất phương trình

$$(m-1)\sqrt{5x-1} \geq \sqrt{5x-1} + m.$$

Bài 3 (1,5 điểm).

1. Cho biết $\cot \alpha = \frac{1}{4}$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{\sin^3 \alpha + \cos \alpha}{\cos^3 \alpha + \sin \alpha}$.

2. Rút gọn biểu thức $B = \frac{\cos(\alpha - 90^\circ)}{\sin(180^\circ - \alpha)} + \frac{\tan(\alpha - 180^\circ) \cos(180^\circ + \alpha) \sin(270^\circ + \alpha)}{\tan(270^\circ + \alpha)}$.

Bài 4 (3,5 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \end{cases}, d_2: 2x-3y+5=0$ và điểm $M(0;1)$.

1. Xác định tọa độ điểm $E(x; y) \in d_1$ sao cho $x_E^2 + y_E^2$ đạt giá trị bé nhất.
2. Viết phương trình đường thẳng d_3 đối xứng d_1 qua d_2 .
3. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d_1, d_2 tại A, B sao cho tam giác MAB vuông cân tại M .
4. Lập phương trình đường tròn (C) có tâm M và cắt đường thẳng d_2 tại hai điểm phân biệt

P, Q sao cho diện tích tam giác MPQ bằng $\frac{6}{13}$.

Bài 5 (0,5 điểm). Tam giác ABC có đặc điểm gì nếu $S = \frac{\sqrt{3}}{36}(a+b+c)^2$. (Với a, b, c là 3 cạnh tam giác và S là diện tích tam giác ABC).

-----**HẾT**-----

ĐỀ THAM KHẢO

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề thi gồm 01 trang)

Câu 1 (3 điểm). Giải các bất phương trình và phương trình sau

- a) $\frac{2x-3}{3x+2} > \frac{3x+2}{2x-3}$;
b) $\sqrt{2x^2+9x+4} \geq x-2$;
c) $x-8 > |x^2+3x-4|$

Câu 2 (1,5 điểm). Cho biểu thức $f(x) = -2x^2 - 8mx + 9 - m^2$ (với m là tham số).

- a) Tìm m để bất phương trình $f(x) \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.
b) Tìm m để bất phương trình $f(x) \geq 0$ có tập nghiệm có độ dài bằng 5.

Câu 3 (2,0 điểm).

- a) Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Tính $\cos \alpha$ và $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$.
b) Chứng minh rằng $\sin(x+y) \cdot \sin(x-y) = \sin^2 x - \sin^2 y$.

Câu 4 (3,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 6 = 0$ và điểm $A(2;3)$.

- a) Viết phương trình của đường thẳng d đi qua A và song song với đường thẳng Δ .
b) Viết phương trình đường tròn có tâm A và tiếp xúc với đường thẳng Δ .
c) Tìm tọa độ điểm M thuộc trục Oy sao cho $d(M, \Delta) = 2$.

Câu 5 (0,5 điểm). Cho ba điểm $A(2;3)$, $B(4;-1)$, $C(4;5)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A sao cho tổng khoảng cách từ các điểm B và C đến đường thẳng Δ đạt giá trị lớn nhất.

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....