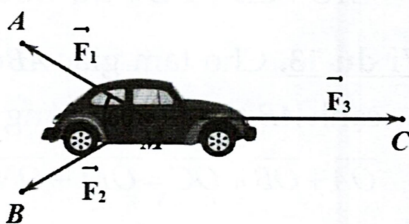


- a) $\overline{OC} = \overline{AO}$
 b) $|\overline{AB} + \overline{OD}| = AO$
 c) $|\overline{AB} - \overline{OC} + \overline{OD}| = 0$
 d) Độ dài vectơ $\overline{MA} - \overline{MB} - \overline{MC} + \overline{MD}$ bằng DC .

Câu 13. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và có $AB = AD = \frac{1}{2}DC = a$. Gọi BF là đường phân giác trong của tam giác $ABD (F \in AD)$. Khi đó:

- a) $CA^2 = DA^2 + DC^2$
 b) $|\overline{CA}| = a\sqrt{3}$
 c) $\widehat{ABF} = 45^\circ$
 d) $|\overline{BF}| \approx 2.08a$

Câu 14. Cho ba lực $\overline{F_1} = \overline{MA}, \overline{F_2} = \overline{MB}, \overline{F_3} = \overline{MC}$ cùng tác động vào một ô tô tại điểm M và ô tô đứng yên. Cho biết cường độ hai lực $\overline{F_1}, \overline{F_2}$ đều bằng $25N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó :



- a) $\overline{MA} = \overline{MB} = 25N$.
 b) $\overline{F_1} + \overline{F_2} = -\overline{F_3}$.
 c) $|\overline{F_1} + \overline{F_2}| = |\overline{MA}| + |\overline{MB}|$.
 d) Cường độ lực $\overline{F_3}$ là $25\sqrt{3}(N)$.

Phần III. Tự luận.

Câu 15. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 30^\circ$ và $BC = a\sqrt{5}$. Tính độ dài của các vectơ

- a/ $\overline{AB} + \overline{BC}$, b/ $\overline{AC} - \overline{BC}$, c/ $\overline{AB} + \overline{AC}$.

Câu 16. Một dòng sông chảy từ phía Bắc xuống phía Nam với vận tốc $10km/h$, có một chiếc ca nô chuyển động từ phía Đông sang phía Tây với vận tốc $35km/h$ so với dòng nước. Tìm vận tốc của ca nô so với bờ?

Câu 17. Tính lực kéo cần thiết để kéo một khẩu pháo có trọng lượng $22148N$ (ứng với khối lượng xấp xỉ $2260kg$) lên một con dốc nghiêng 30° so với phương nằm ngang (H.4.18). Nếu lực kéo của mỗi người bằng $100N$ thì cần tối thiểu bao nhiêu người để kéo pháo?

II. Tích của một vectơ với một số

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án.

Câu 18. Cho tam giác ABC . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai?

- A. $\overline{AB} = 2\overline{AM}$ B. $\overline{AC} = 2\overline{CN}$ C. $\overline{BC} = -2\overline{NM}$ D. $\overline{CN} = -\frac{1}{2}\overline{AC}$

Câu 19. Cho $\vec{a} \neq \vec{0}$ và điểm O . Gọi M, N lần lượt là hai điểm thỏa mãn $\overline{OM} = 3\vec{a}$ và $\overline{ON} = -4\vec{a}$. Khi đó:

- A. $\overline{MN} = 7\vec{a}$ B. $\overline{MN} = -5\vec{a}$ C. $\overline{MN} = -7\vec{a}$ D. $\overline{MN} = -5\vec{a}$

Câu 20. Tìm giá trị của m sao cho $\vec{a} = m\vec{b}$, biết rằng \vec{a}, \vec{b} ngược hướng và $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 15$

- A. $m = 3$ B. $m = -\frac{1}{3}$ C. $m = \frac{1}{3}$ D. $m = -3$

Câu 21. Cho đoạn thẳng AB . Hình nào sau đây biểu diễn điểm I sao cho $\overrightarrow{AI} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{BA}$.



Câu 22. Cho hai điểm A và B . Tìm điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

- A. Điểm I ngoài đoạn AB sao cho $IB = \frac{1}{3}AB$
- B. Điểm I thuộc đoạn AB sao cho $IB = \frac{1}{3}AB$
- C. Điểm I là trung điểm đoạn AB
- D. Điểm I nằm khác phía với B đối với A và $IB = \frac{1}{3}AB$.

Câu 23. Cho tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của AB . Tìm điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

- A. M là trung điểm của BC
- B. M là trung điểm của IC
- C. M là trung điểm của IA
- D. M là điểm trên cạnh IC sao cho $IM = 2MC$

Câu 24. Cho ΔABC có trọng tâm G . Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .

Chọn đẳng thức sai.

- A. $\overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{GB_1} + \overrightarrow{GC_1} = \vec{0}$.
- B. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$.
- C. $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \vec{0}$.
- D. $\overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GC_1}$.

Câu 25. Cho ΔABC có G là trọng tâm. Xác định điểm M sao cho: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

- A. Điểm M là trung điểm cạnh AC .
- B. Điểm M là trung điểm cạnh GC .
- C. Điểm M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$.
- D. Điểm M chia đoạn GC thỏa mãn $\overrightarrow{GC} = 4\overrightarrow{GM}$.

Câu 26. Cho ΔABC , I là trung điểm của AC . Vị trí điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{CB}$ xác định bởi hệ thức:

- A. $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BI}$
- B. $\overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{BI}$
- C. $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$
- D. $\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{BI}$

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, chọn đúng hoặc sai.

Câu 27. Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BN, CP . Khi đó:

- a) G là trọng tâm của tam giác ABC , ta có: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$
- b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BN}$
- c) $\overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$
- d) $\overrightarrow{BC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CP} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BN}$.

Câu 28. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O, M là một điểm bất kỳ. Khi đó:

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$
- b) $\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 6\overrightarrow{AC}$
- c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MO}$
- d) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MO}$

Câu 29. Cho hình bình hành $ABCD$ và các điểm M, N, P thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

Khi đó:

a) $\overline{AN} = \frac{1}{6}(\overline{AB} + \overline{AD})$

b) $\overline{MN} = \frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{1}{6}\overline{AD}$.

c) $\overline{MP} = \frac{1}{3}\overline{AD} - \frac{1}{2}\overline{AB}$

d) Ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Câu 30. Cho ΔABC . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Khi đó:

a) $2\overline{CM} = \overline{CB} + \overline{CA}$

b) $\overline{AB} = -\frac{2}{3}\overline{CM} - \frac{4}{3}\overline{BN}$

c) $\overline{AC} = \frac{4}{3}\overline{CM} + \frac{2}{3}\overline{BN}$

d) $\overline{MN} = \frac{1}{3}\overline{BN} - \frac{1}{3}\overline{CM}$.

Câu 31. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Khi đó:

a) $|\overline{MA} + \overline{MB} - 2\overline{MC}| = |\overline{AM} - \overline{AB}|$ khi và chỉ khi tập hợp điểm M là đường tròn tâm B , bán kính $R = CG$.

b) $2|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = 3|\overline{MB} + \overline{MC}|$ khi và chỉ khi tập hợp điểm M là đường trung trực của đoạn thẳng GI (với I là trung điểm của BC).

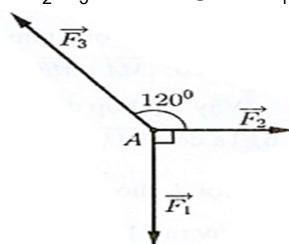
c) $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = 2028$ khi và chỉ khi tập hợp điểm M là đường tròn tâm G , bán kính $R = 626$.

d) $|3\overline{AM} - 3\overline{AC}| = |\overline{MA} + 2\overline{MB}|$ khi và chỉ khi tập hợp điểm M là đường trung trực của đoạn thẳng IC với $\overline{AI} = \frac{2}{3}\overline{AB}$.

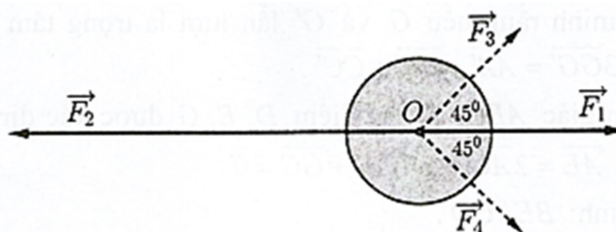
Phần III. Tự luận.

Câu 32. Cho ΔABC vuông tại B có $\hat{A} = 30^\circ, AB = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Hãy tính $|\overline{BA} + \overline{BC}|, |\overline{AB} + \overline{AC}|$.

Câu 33. Một chất điểm A chịu tác dụng của ba lực $\overline{F_1}, \overline{F_2}, \overline{F_3}$ như hình vẽ biết chất điểm A đang ở trạng thái cân bằng. Tính độ lớn của các lực $\overline{F_2}, \overline{F_3}$ biết rằng lực $\overline{F_1}$ có độ lớn 12N



Câu 34. Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là $\overline{F_1}$ và $\overline{F_2}$, trong đó độ lớn lực $\overline{F_2}$ lớn gấp đôi độ lớn lực $\overline{F_1}$. Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực $\overline{F_3}, \overline{F_4}$ có phương hợp với lực $\overline{F_1}$ các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng 20N. Tìm độ lớn của mỗi lực $\overline{F_1}, \overline{F_2}$.



III. Vectơ trong mặt phẳng tọa độ

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án.

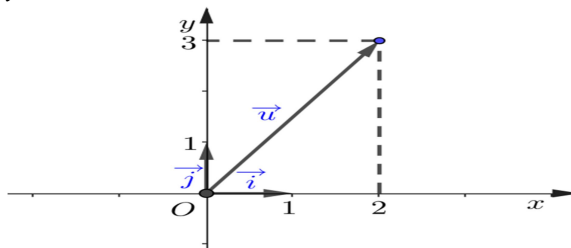
Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = 2\vec{i}, \vec{b} = -3\vec{j}$. Tọa độ vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ là

- A. (0;5). B. (-2;3). C. (2;3). D. (2;-3).

Câu 36. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;5)$, $B(0;-2)$, $C(6;0)$ và M là trung điểm của BC . Diện tích tam giác ABC là
 A. $10\sqrt{2}$ đvdt. B. 20 đvdt. C. 10 đvdt. D. $5\sqrt{2}$ đvdt.

Câu 37. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; 5)$, $B(1; 1)$, $C(3; 3)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho: $\vec{AE} = 3\vec{AB} - 2\vec{AC}$.
 A. $(3; -3)$. B. $(-3; 3)$. C. $(-3; -3)$. D. $(-2; -3)$.

Câu 38. Trong mặt phẳng Oxy , cho \vec{u} được biểu diễn như hình vẽ. Tìm tọa độ của \vec{u}



A. $(1;3)$. B. $(3;1)$. C. $(3;2)$. D. $(2;3)$.

Câu 39. Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{u} = (x-4; 3)$ và $\vec{v} = (-2; y+1)$, tìm giá trị của biểu thức $x+y$ biết $\vec{u} = \vec{v}$?
 A. 2. B. -2. C. 4. D. 0.

Câu 40. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $M(-2;3)$ và $N(1;-4)$. Tìm tọa độ của điểm P thuộc trục tung sao cho \vec{MP} và \vec{NP} cùng phương.

A. $P\left(0; -\frac{5}{3}\right)$. B. $P\left(0; \frac{5}{3}\right)$. C. $P\left(-\frac{5}{3}; 0\right)$. D. $P\left(\frac{5}{3}; 0\right)$.

Câu 41. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2), B(-2; x)$. Biết rằng 3 điểm O, A, B thẳng hàng, khi đó giá trị biểu thức $S = 2x^2$ bằng

A. 2. B. 8. C. -32. D. 32.

Câu 42. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;2), B(3;2)$. Biết I là trung điểm của đoạn AB khi đó tung độ của điểm I bằng

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 43. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho vector $\vec{v} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$. Khi đó độ dài của \vec{v} bằng

A. $\sqrt{7}$. B. 4. C. 5. D. 3.

Câu 44. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2;4)$, $B(1;3)$. Khoảng cách giữa hai điểm A và B là

A. $\sqrt{10}$. B. $\sqrt{5}$. C. 10. D. $2\sqrt{5}$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, chọn đúng hoặc sai.

Câu 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $M(-2;1)$, $N(4;5)$, $P(3;0)$, $Q(0;11)$. Khi đó:

- a) $\vec{MN}(6;4)$.
- b) Hai vectơ \vec{MQ} và \vec{PN} cùng phương.
- c) Ba điểm M, N, P thẳng hàng.
- d) Gọi R là điểm thỏa mãn $\vec{RM} + 2\vec{RN} = \vec{0}$, khi đó ba điểm P, Q, R thẳng hàng.

Câu 46. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(2;3)$, $B(-1;4)$, $C(2;-5)$.

- a) Điểm M đối xứng với điểm A qua B có tọa độ là $(-4;5)$.
- b) Điểm N thuộc trục Ox sao cho A, B, N thẳng hàng có tọa độ là $N(-11;0)$
- c) Giả sử điểm $H(a;b)$ là trực tâm của $\triangle ABC$. Khi đó $a+b=9$.

d) Điểm $D(x; y)$ sao cho tứ giác $ABCD$ là hình thang có đáy AD và diện tích hình thang $ABCD$ bằng 3 lần diện tích $\triangle ABC$. Khi đó $x + y = -7$.

Câu 47. Chọn khẳng định đúng sai .

a) Cho hai điểm $A(1; 2), B(3; -1)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB là điểm $I\left(2; \frac{1}{2}\right)$.

b) Nếu điểm $M(x; y)$ thì $|\overline{OM}|$ là $\sqrt{x^2 + y^2}$.

c) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , 3 điểm $A(3; 0), B(4; -3), C(8; -1)$ thẳng hàng .

d) Sự chuyển động của một ca nô được thể hiện trên một mặt phẳng tọa độ như sau: Ca nô khởi hành từ vị trí $A(2; 3)$ chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu thị bởi vector $\vec{v} = (2; 1)$. Vị trí ca nô (trên mặt phẳng tọa độ) tại thời điểm sau khi khởi hành 2 giờ là $(6; 5)$.

Câu 48. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(-4; 1); B(2; 4)$ và $C(2; -2)$.

a) Tọa độ véc tơ $\overline{AB}(6; 3); \overline{CB}(0; 6)$.

b) Điểm $D(8; 11)$ là đỉnh của hình bình hành $ABCD$.

c) Điểm E thuộc trục hoành sao cho tam giác ABE vuông tại A là $E\left(-\frac{7}{2}; 0\right)$.

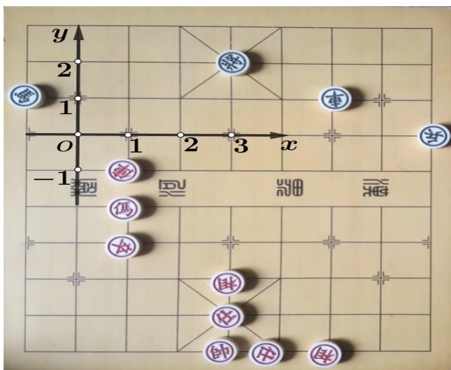
d) Tọa độ điểm F thuộc trục tung thỏa mãn $FA^2 + FB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là $F(20; 5)$.

Phần III. Tự luận

Câu 49. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2; 3); B(-1; 2); C(-2; 0)$. Điểm M thuộc đường thẳng $y = -1$ sao cho tứ giác $ACMB$ là hình thang có một cạnh đáy là AC . Hoành độ của điểm M bằng bao nhiêu.

Câu 50. Cho biết sự chuyển động của một chiếc thuyền được thể hiện trên một mặt phẳng tọa độ như sau: Thuyền rời bến từ vị trí $A(2; 3)$ chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu thị bởi vector $\vec{v} = (a; b)$, sau khi khởi hành 2 giờ thì vị trí của tàu (trên mặt phẳng tọa độ) là $B(8; 9)$. Tính $a + b$.

Câu 51. Trong hình vẽ bên dưới, quân xe bên cờ đỏ đang ở vị trí có tọa độ $(1; -1)$. Biết rằng sau một nước đi, quân xe bên cờ đỏ đến vị trí có tọa độ là $(a; b)$ thì sẽ chiếu tướng được bên cờ xanh mà không bị quân mã cờ xanh ăn quân xe đỏ. Biết rằng luật chơi cờ tướng đối với quân xe chỉ được đi dọc hoặc ngang khắp bàn cờ miễn không có quân nào cản, quân mã đi theo đường chéo hình chữ nhật kích thước là 1×2 và không bị quân nào cản ngay cạnh nó theo đường ngang hoặc đường dọc. Ví dụ quân mã đen ở tọa độ trên có thể đi đến tọa độ $(0; -1), (1; 0)$. Tính $a^2 + b^2$.



IV. Tích vô hướng của 2 vectơ

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án.

Câu 52. Cho \vec{a} và \vec{b} là hai vectơ khác vector $\vec{0}$. Chọn đáp án đúng trong các đáp án sau:

- A. Tích vô hướng của \vec{a} và \vec{b} là một véc tơ khác vector $\vec{0}$.
 B. Tích vô hướng của \vec{a} và \vec{b} là một số khác 0.
 C. Tích vô hướng của \vec{a} và \vec{b} là một số bằng 0.
 D. Tích vô hướng của \vec{a} và \vec{b} là một số thực.
- Câu 53.** Cho hai vectơ $\vec{u} = (2; -1)$, $\vec{v} = (-3; 4)$. Tích $\vec{u} \cdot \vec{v}$ là
 A. 11. B. -10. C. 5. D. -2.
- Câu 54.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 2)$, $B(5; -2)$. Điểm M thuộc trục hoành để góc $\widehat{AMB} = 90^\circ$ là:
 A. $M(0; 6)$. B. $M(1; 6)$. C. $M(0; 1)$. D. $M(6; 0)$.
- Câu 55.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3; 0)$, $B(3; 0)$ và $C(2; 6)$. Gọi $H(a; b)$ là tọa độ trực tâm của tam giác đã cho. Tính $a + 6b$
 A. $a + 6b = 7$. B. $a + 6b = 8$. C. $a + 6b = 5$. D. $a + 6b = 6$.
- Câu 56.** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a , tâm O . Tính $|\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AB}|$.
 A. $\frac{a\sqrt{10}}{4}$. B. $\frac{5a^2}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 57.** Cho \vec{a} , \vec{b} có vectơ $(\vec{a} + 2\vec{b})$ vuông góc với vectơ $(5\vec{a} - 4\vec{b})$ và $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. Khi đó
 A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$. C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$.
- Câu 58.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác MNP vuông tại M . Biết điểm $M(2; 1)$, $N(3; -2)$ và P là điểm nằm trên trục Oy . Tính diện tích tam giác MNP .
 A. $\frac{16}{3}$. B. $\frac{20}{3}$. C. $\frac{10}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.
- Câu 59.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho vectơ $\vec{u}(-4; 3)$, $\vec{v}(-1; -1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
 A. $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = -\frac{\sqrt{2}}{10}$. B. $(\vec{u} \cdot \vec{v})\vec{u}$ cùng phương $\vec{a}(4; -3)$.
 C. \vec{u} vuông góc \vec{v} . D. $\sin(\vec{u}, \vec{v}) = -\frac{1}{5\sqrt{2}}$.
- Câu 60.** Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Tính $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$ theo R .
 A. $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = -\frac{1}{2}R^2$. B. $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = \frac{\sqrt{3}}{2}R^2$.
 C. $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}R^2$. D. $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = R^2$.
- Câu 61.** Cho tam giác đều ABC . Tính góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$.
 A. 120° . B. 60° . C. 30° . D. 150° .

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, chọn đúng hoặc sai.

Câu 62. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a, BC = 2a$. $\widehat{ACB} = 60^\circ$

b) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a, BC = 2a$. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$

c) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a, BC = 2a$. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = 3a^2$.

d) Cho tam giác đều ABC cạnh 1 nội tiếp đường tròn (O) bán kính R , M là điểm bất kỳ nằm trên đường tròn (O) . Giá trị của $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ là một số thực lớn hơn $\frac{202}{99}$

Câu 63. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (-2; 3), \vec{b} = (4; 1)$. $\vec{a}(\vec{a} - \vec{b}) = 12$
- b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (-2; 3), \vec{b} = (4; 1)$. $(\vec{a} + \vec{b})(2\vec{a} - \vec{b}) = 4$
- c) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (-2; 3), \vec{b} = (4; 1)$. Vectơ $\vec{c} = m\vec{i} + \vec{j}$ vuông góc với \vec{a} khi $m = \frac{3}{2}$
- d) Cho ΔABC có $A(-1; 4), B(2; 5), C(-2; 7)$. tọa độ điểm I tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC là cặp số $(0; 6)$.

Câu 64. Cho tam giác ABC đều có cạnh a , có trọng tâm G . Khi đó:

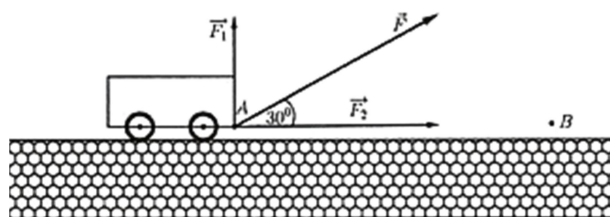
- a) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{a^2}{2}$
- b) $\vec{AG} \cdot \vec{AC} = \frac{a^2}{4}$
- c) $\widehat{AGB} = 120^\circ$
- d) $\vec{GA} \cdot \vec{GB} = \frac{a^2}{6}$

Câu 65. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Tam giác ABC có $A(1; 2), B(0; 4), C(3; 1)$. Góc \widehat{BAC} của tam giác ABC là $36^\circ 52'$.
- b) Cho hai vectơ \vec{a}, \vec{b} thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; |\vec{a} - \vec{b}| = 4$. Gọi α là góc giữa hai vectơ \vec{a}, \vec{b} .
Khi đó $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.
- c) Cho vectơ $\vec{a}(1; -2)$. Có đúng hai giá trị nào của y để vectơ $\vec{b} = (3; y)$ tạo với vectơ \vec{a} một góc 45° .
- d) Tìm bán kính đường tròn đi qua ba điểm $A(0; 4), B(3; 4), C(3; 0)$ là $\frac{5}{2}$.

Phần III. Tự luận

- Câu 66.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3; 0), B(3; 0)$ và $C(2; 6)$. Tìm tọa độ trực tâm tam giác H là đã cho.
- Câu 67.** Cho đoạn $AB = 20$. Tồn tại điểm M sao cho $T = 3MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị bé nhất T_{\min} . Tính giá trị T_{\min} .
- Câu 68.** Một chiếc xe được kéo bởi một lực \vec{F} có độ lớn $50N$, di chuyển theo quãng đường từ A đến B có chiều dài $200m$. Cho biết góc hợp bởi lực \vec{F} và \vec{AB} bằng 30° và lực \vec{F} được phân tích thành hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 . Gọi $m; n; k$ lần lượt là các công sinh ra bởi các lực $\vec{F}, \vec{F}_1, \vec{F}_2$. Khi đó tính $S = m - n - k$.



V. Số gần đúng và sai số

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án.

- Câu 69.** Kết quả đo chiều dài của một cây cầu được ghi là $152m \pm 0,2m$, điều đó có nghĩa là gì?
- A. Chiều dài đúng của cây cầu là một số nằm trong khoảng từ $151,8m$ đến $152,2m$.
- B. Chiều dài đúng của cây cầu là một số lớn hơn $152m$.
- C. Chiều dài đúng của cây cầu là một số nhỏ hơn $152m$.

- D. Chiều dài đúng của cây cầu là 151,8 m hoặc là 152,2 m.
- Câu 70.** Khi tính diện tích hình tròn bán kính $R = 3\text{cm}$, nếu lấy $\pi = 3,14$ thì độ chính xác là bao nhiêu?
 A. $d = 0,009$. B. $d = 0,09$. C. $d = 0,1$. D. $d = 0,01$
- Câu 71.** Cho giá trị gần đúng của $\frac{8}{17}$ là 0,47. Sai số tuyệt đối của 0,47 là:
 A. 0,001. B. 0,002. C. 0,003. D. 0,004
- Câu 72.** Bạn A đo chiều dài của một sân bóng ghi được $250 \pm 0,2\text{m}$. Bạn B đo chiều cao của một cột cờ được $15 \pm 0,1\text{m}$. Trong 2 bạn A và B, bạn nào có phép đo chính xác hơn và sai số tương đối trong phép đo của bạn đó là bao nhiêu?
 A. Bạn A đo chính xác hơn bạn B với sai số tương đối là 0,08%.
 B. Bạn B đo chính xác hơn bạn A với sai số tương đối là 0,08%.
 C. Hai bạn đo chính xác như nhau với sai số tương đối bằng nhau là 0,08%.
 D. Bạn A đo chính xác hơn bạn B với sai số tương đối là 0,06%.
- Câu 73.** Hãy xác định sai số tuyệt đối của số $a = 123456$ biết sai số tương đối $\delta_a = 0,2\%$
 A. 146,912. B. 617280. C. 24691,2. D. 61728000
- Câu 74.** Sử dụng máy tính bỏ túi, hãy viết giá trị gần đúng của $\sqrt{3}$ chính xác đến hàng phần trăm
 A. 1,73. B. 1,732. C. 1,7. D. 1,7320
- Câu 75.** Hãy viết số quy tròn của số a với độ chính xác d được cho sau đây: $\bar{a} = 17658 \pm 16$.
 A. 17700. B. 17660. C. 18000. D. 17674
- Câu 76.** Một hình chữ nhật có diện tích là $S = 180,57\text{cm}^2 \pm 0,6\text{cm}^2$. Kết quả gần đúng của S viết dưới dạng chuẩn là:
 A. $180,58\text{cm}^2$. B. $180,59\text{cm}^2$. C. $0,181\text{cm}^2$. D. 181cm^2 .
- Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, chọn đúng hoặc sai.**
- Câu 77.** Độ cao của một ngọn núi đo được là $h = 1372,5\text{m}$. Với sai số tương đối mắc phải là 0,5%. Hãy xác định sai số tuyệt đối của kết quả đo trên và viết h dưới dạng chuẩn.
 a) Sai số tuyệt đối của kết quả đo trên và viết h dưới dạng chuẩn là $\Delta_h = 0,68625; h = 1373(m)$
 b) Sai số tuyệt đối của kết quả đo trên và viết h dưới dạng chuẩn là $\Delta_h = 0,68626; h = 1372(m)$
 c) Tính Sai số tuyệt đối theo công thức $\delta_h = \frac{\Delta_h}{|h|}$
 d) Sai số tương đối được tính theo công thức $\delta_h = \frac{\Delta_h}{|h|}$
- Câu 78.** Hình chữ nhật có các cạnh là $x = 3,456 \pm 0,01 (m)$ và $y = 12,732 \pm 0,015 (m)$. Khi đó
 a) Chu vi của hình chữ nhật là $L = 2(x + y) = 2(3,456 + 12,732) = 32,376 (m)$
 b) Sai số tuyệt đối $\Delta_L \leq 2(0,01 + 0,015) = 0,05$
 c) $L = 32,37 \pm 0,05 (m)$.
 d) $L = 32,376 \pm 0,05; \Delta_L \leq 0,05$
- Câu 79.** Độ dài các cạnh của đám vườn hình chữ nhật là $x = 7,8\text{m} \pm 2\text{cm}$ và $y = 25,6\text{m} \pm 4\text{cm}$.
 a) $7,78 \leq x \leq 7,82$.
 b) $25,56 \leq y \leq 25,64$
 c) Diện tích mảnh ruộng là S , khi đó $198,8568 \leq S \leq 200,5048$
 d) Cách viết chuẩn của diện tích là $199\text{m}^2 \pm 0,8\text{m}^2$
- Câu 80.** Theo thống kê, dân số Việt Nam năm 2002 là 79715675 người. Giả sử sai số tuyệt đối của thống kê này không vượt quá 10000 người.
 a) Khi đó viết dân số Việt Nam năm 2002 là 79715675 người ± 10000 người Đ
 b) Số quy tròn của dân số Việt Nam năm 2002 là 79720000 S
 c) Số quy tròn của dân số Việt Nam năm 2002 là 79700000 Đ
 d) Sai số tương đối mắc phải là: $\delta_a = \frac{\Delta a}{a} = \frac{10000}{79715675} = 0,0001254$ Đ

Phần III. Tự luận

Câu 81. Cho giá trị gần đúng của $\frac{3}{7}$ là 0,429. Tìm Sai số tuyệt đối của số 0,429?

Câu 82. Độ dài của một cây cầu người ta đo được là $996m \pm 0,5m$. Sai số tương đối tối đa trong phép đo là bao nhiêu.

Câu 83. Trong 5 lần đo độ cao một đập nước, người ta thu được các kết quả sau với độ chính xác 1dm: 15,6m; 15,8m; 15,4m; 15,7m; 15,9m. Hãy xác định độ cao của đập nước.

VI. Các số đặc trưng đo xu thế đặc trưng, đo độ phân tán

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án.

Câu 84. Một tổ học sinh gồm 10 học sinh có điểm kiểm tra giữa học kì 2 môn toán như sau: 5; 6; 7; 5; 8; 8; 10; 9; 7; 8. Tính điểm trung bình của tổ học sinh đó.

- A. 7. B. 8. C. 7,3. D. 7,5.

Câu 85. Sản lượng lúa (tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng phân bố tần số sau đây:

| | | | | | |
|-----------|----|----|-----|-----|----|
| Sản lượng | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| Tần số | 5 | 8 | n | m | 6 |

Tìm n biết sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng là 22,1 tạ.

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 13.

Câu 86. Chỉ số IQ của một nhóm học sinh: 60 72 63 83 68 90 74 86 74 80 82. Tìm số trung vị của mẫu số liệu vừa cho

- A. 73. B. 74. C. 90. D. 68.

Câu 87. Đề khảo sát kết quả thi tuyển sinh môn Toán trong kì thi tuyển sinh đại học năm vừa qua của trường A, người ta chọn một mẫu gồm 100 học sinh tham gia kì thi tuyển sinh đó. Điểm môn Toán của các học sinh được cho ở bảng tần số sau đây:

| | | | | | | | | | | | |
|--------|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| Điểm | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Tần số | 1 | 1 | 3 | 5 | 8 | 13 | 19 | 24 | 14 | 10 | 2 |

Số trung vị của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

- A. $M_e = 6$. B. $M_e = 7,5$. C. $M_e = 6,5$. D. $M_e = 6$.

Câu 88. Cho bảng phân bố tần số về sản lượng cafe thu được trong 1 năm (kg/sào) của 20 hộ gia đình

| | | | | | | | |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Sản lượng | 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 |
| Tần số | 1 | 3 | 4 | 5 | 4 | 2 | 1 |

Số trung vị của bảng số liệu trên là

- A. 117. B. 113,5. C. 114. D. 111.

Câu 89. Giá xăng E5RON 92 (đồng/lít) trong 6 tháng đầu năm ở nước ta năm 2022 sau 16 lần điều chỉnh như sau:

23876 24360 25322 26286 26834 29824 29192 28153
27317 27992 28434 29980 30657 31578 32375 32870

Tìm số trung vị trong mẫu số liệu thống kê trên.

- A. 29294,5. B. 28294,5. C. 28293,5. D. 29293,5.

Câu 90. Cho một mẫu số liệu gồm 9 số đã được sắp xếp tăng dần.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Số trung vị trong mẫu số liệu đã cho là số thứ 4.
B. Số trung vị là trong mẫu số liệu đã cho là số thứ 6.
C. Số trung vị trong mẫu số liệu đã cho là số thứ 5.
D. Số trung vị trong mẫu số liệu đã cho là số thứ 9.

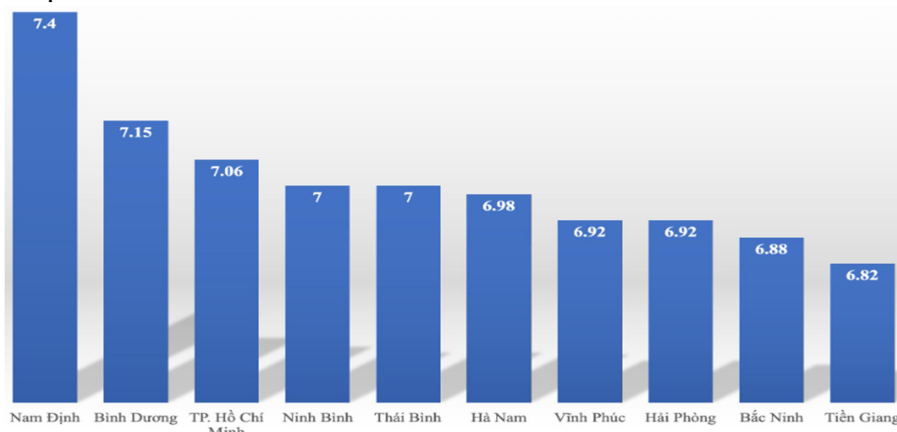
Câu 91. Chỉ số IQ của một nhóm học sinh là:

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 60 | 78 | 80 | 64 | 70 | 76 | 80 | 74 | 86 | 90 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|

Các tứ phân vị của mẫu số liệu là

- A. $Q_1 = 70; Q_2 = 77; Q_3 = 80$. B. $Q_1 = 72; Q_2 = 78; Q_3 = 80$.
C. $Q_1 = 70; Q_2 = 76; Q_3 = 80$. D. $Q_1 = 70; Q_2 = 75; Q_3 = 80$.

Câu 92. Trong kỳ thi tốt nghiệp THPT năm 2022, 10 địa phương có điểm trung bình môn Toán cao nhất cả nước lần lượt là



Tìm tứ phân vị trong mẫu số liệu thống kê trên.

- A. $Q_1 = 6,92, Q_2 = 7, Q_3 = 7,06$. B. $Q_1 = 6,88, Q_2 = 6,99, Q_3 = 7,06$.
 C. $Q_1 = 6,92, Q_2 = 6,99, Q_3 = 7,06$. D. $Q_1 = 6,94, Q_2 = 6,99, Q_3 = 7,06$.

Câu 93. Mẫu số liệu cho biết lượng điện tiêu thụ (đơn vị kw) hàng tháng của gia đình bạn An trong năm 2021 như sau:

163 165 159 172 167 168 170 161 164 174 170 166

Trong năm 2022 nhà bạn An giảm mức tiêu thụ điện mỗi tháng là $10kw$. Gọi $\Delta_Q; \Delta'_Q$ lần lượt là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu tiêu thụ điện năm 2021 năm 2022. Đẳng thức nào sau đây là đúng

- A. $\Delta_Q = \Delta'_Q$. B. $\Delta'_Q = \Delta_Q - 10$. C. $\Delta_Q = \Delta'_Q - 10$ D. $\Delta'_Q = \Delta_Q - 20$.

Câu 94. Kết quả thi hết HKI môn toán của 48 học sinh lớp 10A được cho bởi bảng tần số như sau:

| | | | | | | |
|--------|---|---|----|-----|----|----|
| Điểm | 5 | 7 | 8 | 8.5 | 9 | 10 |
| Tần số | 1 | 3 | 12 | 4 | 20 | 8 |

Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lần lượt gần với kết quả nào nhất:

- A. 8,67 và 0,91. B. 0,91 và 0,83. C. 0,91 và 0,95. D. 0,91 và 0,46.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, chọn đúng hoặc sai.

Câu 95. Bảng số liệu sau cho biết mức lương hàng năm của các cán bộ và nhân viên trong một công ty (đơn vị: nghìn đồng).

| | | | |
|-------|-------|-------|--------|
| 20910 | 76000 | 20350 | 20060 |
| 21410 | 20110 | 21410 | 21360 |
| 20350 | 21130 | 20960 | 125000 |

Khi đó:

- a) Mức lương trung bình các cán bộ nhân viên là: $\bar{x} = 34087,5$ (nghìn đồng).
 b) Mức lương lớn nhất là 76000.
 c) Số trung vị là: 21045 (nghìn đồng).
 d) Có thể lấy mức lương bình quân làm giá trị đại diện.

Câu 96. Cho mẫu số liệu sau: 4;5;6;7;8;4;9;4;3. Khi đó:

- a) Số trung bình: $\bar{x} = 5,5$. b) Mốt: $M_0 = 3$.
 c) Trung vị là $M_e = 4$. d) Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 7$

Câu 97. Cho hai mẫu số liệu A và B được cho dưới dạng tần số như sau:

Mẫu A:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|
| Giá trị | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| Tần số | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 4 | 2 | 4 | 1 | 3 | 4 | 2 | 1 | 1 |

Mẫu B:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| Giá trị | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| Tần số | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 5 | 10 | 4 | 2 | 1 | 0 | 1 |

Khi đó:

- a) Với mẫu A ta có: giá trị trung bình $\bar{x}_A = 7,27$.
- b) Với mẫu B ta có phương sai $s_B^2 = 6,21$.
- c) Với mẫu A ta có độ lệch chuẩn $s_A = 2,5$.
- d) Mẫu A có độ phân tán cao hơn mẫu B.

Câu 98. Thực hành việc đo chiều cao (cm) của 40 học sinh nữ khối lớp 10 của một trường Trung học phổ thông, ta được kết quả như sau:

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 154 | 152 | 154 | 151 | 150 | 149 | 153 | 154 | 152 | 152 |
| 150 | 152 | 150 | 153 | 152 | 156 | 153 | 156 | 105 | 153 |
| 156 | 154 | 154 | 152 | 152 | 152 | 154 | 155 | 155 | 153 |
| 156 | 147 | 155 | 154 | 156 | 157 | 149 | 153 | 170 | 154 |

Khi đó:

- a) Chiều cao trung bình: $\bar{x} = 152,27$ cm.
- b) 170 cm là chiều cao lớn nhất.
- c) Phương sai: $s^2 = 65,32$.
- d) Độ lệch chuẩn: $s = 8,08$.

Phần III. Tự luận

Câu 99. Bác Dũng và bác Thu ghi lại số điện thoại mà mỗi người gọi mỗi ngày trong 10 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên từ tháng 01/2021 ở bảng sau:

| | | | | | | | | | | |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Bác Dũng | 2 | 7 | 3 | 6 | 1 | 4 | 1 | 4 | 5 | 1 |
| Bác Thu | 1 | 3 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 20 | 2 |

- a) Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và một của số cuộc điện thoại mà mỗi bác gọi theo số liệu trên.
- b) Nếu so sánh theo số trung bình thì ai có nhiều cuộc điện thoại hơn?
- c) Nếu so sánh theo số trung vị thì ai có nhiều cuộc điện thoại hơn?
- d) Theo bạn, dùng số trung bình hay số trung vị để so sánh xem ai có nhiều cuộc gọi điện thoại hơn mỗi ngày?

Câu 100. Bảng sau đây cho biết số chỗ ngồi của một số sân vận động được sử dụng trong Giải Bóng đá Vô địch Quốc gia Việt Nam năm 2018 (số liệu gần đúng).

| Sân vận động | Cẩm Phả | Thiên Trường | Hàng Đẫy | Thanh Hoá | Mỹ Đình |
|---------------------|----------------|---------------------|-----------------|------------------|----------------|
| Chỗ ngồi | 20 120 | 21 315 | 23 405 | 20 120 | 37 546 |

(Theo *vov.vn*)

Các giá trị số trung bình, trung vị, một bị ảnh hưởng như thế nào nếu bỏ đi số liệu chỗ ngồi của Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình?

Câu 101. Thống kê điểm trắc nghiệm môn Tiếng Anh của 40 học sinh, người ta thu được mẫu số liệu sau (thang điểm 100)

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 56 | 42 | 78 | 45 | 55 | 66 | 82 | 34 | 25 | 30 |
| 90 | 72 | 98 | 62 | 64 | 31 | 45 | 28 | 72 | 88 |
| 56 | 58 | 62 | 65 | 31 | 74 | 72 | 90 | 92 | 40 |
| 52 | 56 | 55 | 82 | 22 | 32 | 46 | 60 | 68 | 54 |

Hãy xác định giá trị trung bình, độ lệch chuẩn của bảng số liệu trên (quy tròn với độ chính xác $d = 0,005$)

Câu 102. Sản lượng lúa các năm từ 2014 đến 2018 của hai tỉnh Thái Bình và Hậu Giang được cho ở bảng sau (đơn vị: nghìn tấn):

| Năm Tỉnh | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 |
|------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Thái Bình | 1061,9 | 1061,9 | 1053,6 | 942,6 | 1030,4 |
| Hậu Giang | 1204,6 | 1293,1 | 1231,0 | 1261,0 | 1246,1 |

(Nguồn: Tổng cục thống kê)

- a) Hãy tính độ lệch chuẩn và khoảng biến thiên của sản lượng lúa từng tỉnh.
- b) Tỉnh nào có sản lượng lúa ổn định hơn? Tại sao?

Câu 103. Kết quả điều tra mức lương hằng tháng của một số công nhân của hai nhà máy A và B được cho ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

| | | | | | | | | | |
|---------------------|---|---|---|----|----|---|---|----|---|
| Công nhân nhà máy A | 4 | 5 | 5 | 47 | 5 | 6 | 4 | 4 | |
| Công nhân nhà máy B | 2 | 9 | 9 | 8 | 10 | 9 | 9 | 11 | 9 |

- a) Hãy tìm số trung bình, mốt, tứ phân vị và độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu lấy từ nhà máy A và nhà máy B.
- b) Hãy tìm các giá trị ngoại lệ trong mỗi mẫu số liệu trên. Công nhân nhà máy nào có mức lương cao hơn? Tại sao?

-----HẾT-----