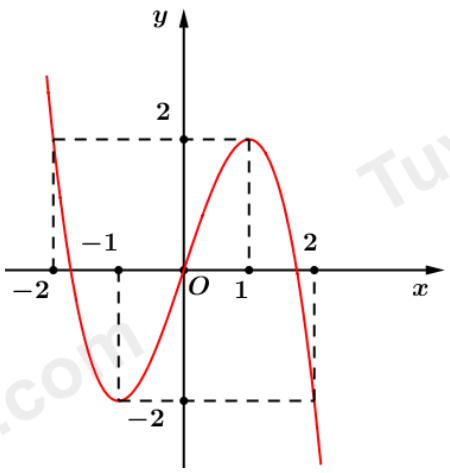
BTVN: CỰC TRỊ HÀM SỐ
CHUYÊN ĐỀ: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ
MÔN: TOÁN 12
BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

MỤC TIÊU

✓ *Nhận biết điểm cực trị, giá trị cực trị của hàm số thông qua bảng biến thiên hoặc thông qua hình ảnh hình học của đồ thị hàm số.*

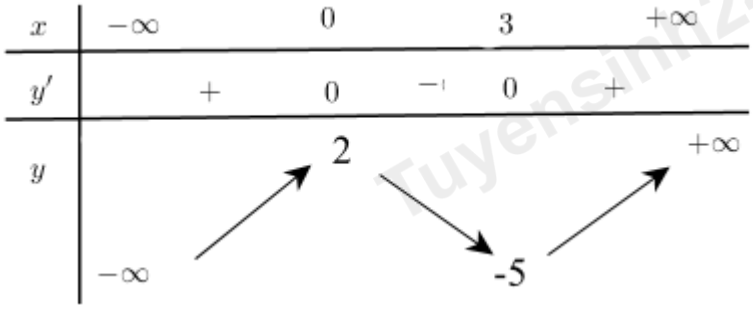
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: (ID: 693483) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



A. 1. **B.** 2. **C.** −1. **D.** −2.

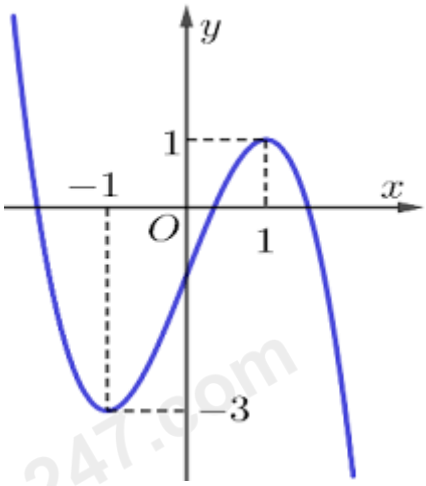
Câu 2: (ID: 690511) Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -5.

Câu 3: (ID: 690498) Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Câu 4: (ID: 687410) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bàng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0 −	‖	+ 0 −	0 −	

số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 5: (ID: 687321) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	0	−	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

Tìm điểm cực tiểu của hàm số đã cho.

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-3$.

Câu 6: (ID: 683237) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-1), \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

Câu 7: (ID: 693499) Số lượng các giá trị nguyên của tham số $m\in[-25;25]$ để hàm số $y=x^3-3x^2+mx+2$ có cực đại và cực tiểu là:

A. 25. **B.** 26. **C.** 27. **D.** 28.

Câu 8: (ID: 688020) Cho hàm số $f(x)=x^3-7x+6$. Điểm cực đại của hàm số là

A. $\left(\frac{\sqrt{21}}{3};\frac{1}{6}\right)$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **C.** $\left(-\frac{\sqrt{21}}{3};\frac{1}{6}\right)$. **D.** $-\frac{\sqrt{21}}{3}$.

Câu 9: (ID: 687324) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+2)^2,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tìm số điểm cực trị của hàm số đã cho.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 10: (ID: 679232) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Câu 11: (ID: 676925) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x^2-4x)(x^3-4x), x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 12: (ID: 676902) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình bên. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-2	0	1	3	6	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 13: (ID: 676314) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)x^2(x+2),\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng

A. 2 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 3

Câu 14: (ID: 675198) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=2024(x-1)(x^2-3)(x^4-1), \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 15: (ID: 638868) Cho hàm số f(x) có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(x^2+2mx+5)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị?

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 16: (ID: 695891) Cho hàm số $y=\frac{x^2+2x+1}{x-2}$

a) Hàm số nghịch biến trên (-1,5)

b) Hàm số có 2 điểm cực trị

c) Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 5

d) Điểm cực đại của hàm số bằng -1

Câu 17: (ID: 695890) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$. Khi đó :

a) Hàm số có 3 điểm cực trị.

b) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0);(1;+\infty)$.

c) Đồ thị hàm số có 2 điểm cực đại.

d) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1);(0;1)$.

Câu 18: (ID: 695889) Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, khi đó:

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng (1 ; 3)

b) Hàm số có 2 điểm cực trị

c) Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 3

d) Điểm cực đại của đồ thị hàm số có tổng hoành độ và tung độ bằng 4

Câu 19: (ID: 695888) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Khi đó

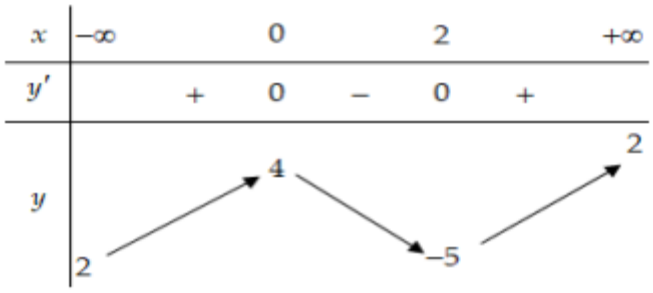
a) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$

b) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 2$

c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$

d) Hàm số có hai điểm cực trị

Câu 20: (ID: 695887) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-5;2)$

b) Hàm số có bốn điểm cực trị

c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$

d) Hàm số một cực đại

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

1.D	**2.D**	**3.D**	**4.B**	**5.C**
6.D	**7.D**	**8.D**	**9.D**	**10.B**
11.D	**12.D**	**13.A**	**14.D**	**15.C**

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

Quan sát đồ thị hàm số.

Cách giải:

Dựa vào hình vẽ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ và giá trị cực tiểu $y_{CT} = -2$.

Chọn D.

Câu 2 (NB):

Phương pháp:

Quan sát bảng bbt.

Cách giải:

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -5.

Chọn D.

Câu 3 (NB):

Phương pháp:

Quan sát đồ thị.

Cách giải:

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = -1$

Chọn D.

Câu 4 (NB):

Phương pháp:

Dựa vào bảng biến thiên.

Cách giải:

Nhận thấy hàm $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương tạo $x = 0$ nên hàm số có 1 điểm cực tiểu.

Chọn B.

Câu 5 (NB):

Cách giải:

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = -1$.

Chọn C.

Câu 6 (NB):

Phương pháp:

Điểm cực trị của hàm số là điểm f'(x) đi qua đổi dấu

Là nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$

Cách giải:

$f'(x) = (x+1)(x-1), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$ là 2 nghiệm đơn

Nên hàm số có 2 điểm cực trị

Chọn D.

Câu 7 (TH):

Phương pháp:

Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\,(a \neq 0)$ có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Cách giải:

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2$

$\Rightarrow y' = 3x^2 - 6x + m \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m = 0 (*)$

Hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3.$

Chọn D.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

Lập bảng xét dấu

Cách giải:

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 7$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{\sqrt{21}}{3}$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{21}}{3}$		$\frac{\sqrt{21}}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy điểm cực đại của hàm số là $-\dfrac{\sqrt{21}}{3}$

Chọn D.

Câu 9 (TH):

Phương pháp:

Tính đạo hàm và vẽ BBT

Cách giải:

Xét $f'(x)=x(x+2)^2$. Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x+2)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm suy ra hàm số có một cực trị.

Chọn D.

Câu 10 (TH):

Phương pháp:

Lập bảng xét dấu

Cách giải:

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=3\\x=2\end{array}\right.$ với $x=1, x=2$ là nghiệm bội chẵn

Do đó $f'(x)$ không đổi dấu qua $x=1, x=2$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Vậy điểm cực đại của hàm số đã cho là $x=3$

Chọn B.

Câu 11 (TH):

Phương pháp:

Tìm số nghiệm đơn, nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x)=0$

Cách giải:

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left(x^2-4x\right)\left(x^3-4x\right)=0\Leftrightarrow x^2\left(x-4\right)\left(x^2-4\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\\x=\pm2\end{array}\right.$ với $x=0$ là nghiệm bội kép

Như vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị

Chọn D.

Câu 12 (TH):

Phương pháp:

Điểm $x=x_0$ là cực trị của hàm số nếu $f'(x)$ đổi dấu qua $x=x_0$

Cách giải:

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đã cho có 4 điểm cực trị

Chọn D.

Câu 13 (TH):

Phương pháp:

Điểm cực trị của hàm số là điểm f'(x) đi qua đổi dấu

Là nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x)=0$

Cách giải:

$$f'(x)=(x-1)x^2(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=0\\x=-2\end{array}\right.$$

Trong đó nghiệm $x=0$ là nghiệm bội chẵn nên không phải cực trị

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị

Chọn A.

Câu 14 (TH):

Phương pháp:

Điểm cực trị của hàm số là điểm f'(x) đi qua đổi dấu

Là nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x)=0$

Cách giải:

$$f'(x)=2024(x-1)\left(x^2-3\right)\left(x^4-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\pm\sqrt{3}\\x=\pm1\end{array}\right.$$

Trong đó $x=1$ là nghiệm bội chẵn nên không là cực trị

Vậy hàm số có tất cả 3 cực trị.

Chọn D.

Câu 15 (VD):

Phương pháp:

Tìm điều kiện để phương trình f'(x) = 0 có duy nhất 1 nghiệm bội lẻ.

Cách giải:

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2(x+1)\left(x^2+2mx+5\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x^2+2mx+5=0\ (1) \end{array}\right.$.

Để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị có các trường hợp sau:

TH1: Phương trình (1) vô nghiệm, khi đó $\Delta'=m^2-5<0 \Leftrightarrow -\sqrt{5}<m<\sqrt{5}$.

TH2: Phương trình (1) có nghiệm kép bằng -1, khi đó $\left\{\begin{array}{l} \Delta'=m^2-5=0 \\ -2m+6=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m=\pm\sqrt{5} \\ m=3 \end{array}\right. \Rightarrow m\in\varnothing$.

TH3: Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm bằng -1, khi đó

$$\left\{\begin{array}{l} \Delta'=m^2-5>0 \\ -2m+6=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\sqrt{5} \\ m<-\sqrt{5} \\ m=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow m=3.$$

Vậy giá trị nguyên dương thoả mãn là $m\in\{1;2;3\}$.

Chọn C.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 16 (TH):

Cách giải:

Ta có $y'=\dfrac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=5 \end{array}\right.$

BBT:

x	$-\infty$		-1		2		5		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y		↗	0	↘	||	↘	12	↗	

Từ bảng biến thiên ta thấy

Hàm số nghịch biến trên $(-1,2),(2,5)$

Hàm số có 2 điểm cực trị

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 12

Điểm cực đại của hàm số bằng -1

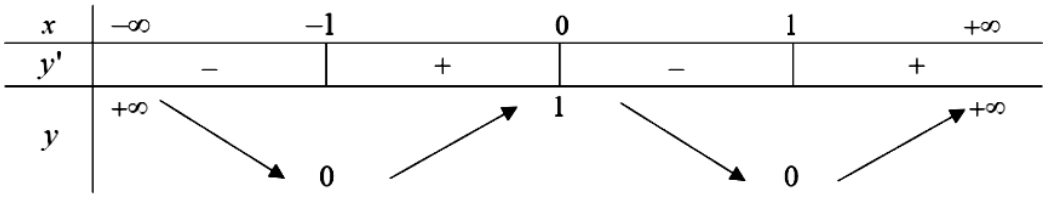
Vậy 1 sai, 2 đúng, 3 sai, 4 đúng

Câu 17 (TH):

Cách giải:

$$y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & \Rightarrow y = 1 \\ x = 1 & \Rightarrow y = 0 \\ x = -1 & \Rightarrow y = 0 \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu:



Hàm số có 3 điểm cực trị, đồng biến trên khoảng $(-1;0);(1;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1);(0;1)$

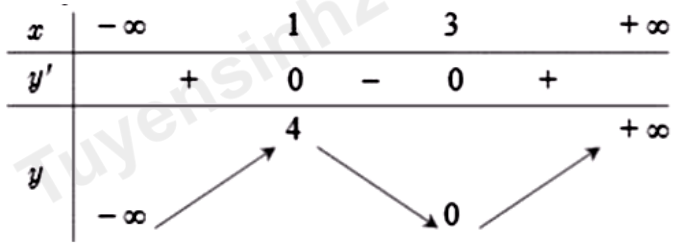
Vậy 1 đúng, 2 đúng, 3 sai, 4 đúng

Câu 18 (TH):

Cách giải:

Ta có: $y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên



Khi đó: $x_{CD} = 1 \Rightarrow y_{CD} = 4 \Rightarrow x_{CD} + y_{CD} = 5$.

Vậy 1 đúng, 2 đúng, 3 sai, 4 sai

Câu 19 (TH):

Cách giải:

Ta có

Bảng xét dấu đạo hàm.

x	$-\infty$		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Suy ra hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$

Vậy 1 đúng, 2 sai, 3 sai, 4 đúng

Câu 20 (TH):

Cách giải:

Dựa vào bảng biến thiên.

Hàm số có 2 cực trị, trong đó có 1 cực tiểu và 1 cực đại

Hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $y'(2)=0; y'$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x=2$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Vậy 1 sai, 2 sai, 3 đúng, 4 đúng.