BÀI GIẢNG: MỆNH ĐỀ
CHUYÊN ĐỀ: MỆNH ĐỀ - TẬP HỢP
MÔN: TOÁN 10 (KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)
GIÁO VIÊN: NGUYỄN CÔNG CHÍNH

MỤC TIÊU

- ✓ *Nắm được các khái niệm mới về mệnh đề, mệnh đề đảo, mệnh đề kéo theo, mệnh đề tương đương,...*
- ✓ *Biết xác định tính đúng sai của mệnh đề.*
- ✓ *Biết viết các mệnh đề.*

1. Mệnh đề, mệnh đề chứa biến

a Mệnh đề

HĐ1: Trong các tình huống mở đầu

a) Câu nào đúng?

b) Câu nào sai?

c) Câu nào không xác định được tính đúng sai?

Cách giải:

a) Câu của Khoa đúng.

b) Câu của An sai.

c) Câu không xác định được tính đúng sai là câu hỏi: Có bao nhiêu con vật xuất hiện trong hình vẽ?

Những câu nói của An và Khoa là những khẳng định có tính đúng hoặc sai. Người ta gọi mỗi câu như vậy là một mệnh đề logic (gọi tắt là mệnh đề). Những câu không xác định được tính đúng sai không phải mệnh đề.

Mỗi mệnh đề phải hoặc đúng hoặc sai.

Mỗi mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.

Chú ý: Người ta thường sử dụng các chữ cái P, Q, R, … để biểu thị các mệnh đề.

Ví dụ 1: Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề? Câu nào không phải mệnh đề?

a) Phương trình $3x^2-5x+2=0$ có nghiệm nguyên

b) $5<7-3$

c) Có bao nhiêu dấu hiện nhận biết hai tam giác đồng dạng?

d) Đấy là cách xử lý khôn ngoan!

Cách giải:

Vì phương trình $3x^2-5x+2=0$ có nghiệm nguyên $x=1$ nên câu a là đúng. Câu b là sai. Do đó câu a và câu b là những mệnh đề.

Câu c là câu hỏi, câu d là câu cảm thán, nêu lên ý kiến của người nói. Do đó, không xác định được tính đúng sai. Vậy các câu c và d không phải mệnh đề.

Chú ý: Những mệnh đề liên quan đến toán học (các mệnh đề ở câu a và câu b trong Ví dụ 1) được gọi là mệnh đề toán học.

Luyện tập 1: Thay dấu "?" bằng dấu "x" vào ô tích hợp trong bảng sau:

Câu	Không phải mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai
13 là số nguyên tố.	?	?	?
Tổng độ dài hai cạnh bất kì của một tam giác nhỏ hơn độ dài cạnh còn lại.	?	?	?
Bạn đã làm bài tập chưa?	?	?	?
Thời tiết hôm nay thật đẹp!	?	?	?

Cách giải:

Câu	Không phải mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai
13 là số nguyên tố.		x	
Tổng độ dài hai cạnh bất kì của một tam giác nhỏ hơn độ dài cạnh còn lại.			x
Bạn đã làm bài tập chưa?	x		
Thời tiết hôm nay thật đẹp!	x		

b Mệnh đề chứa biến

Xét câu "n chia hết cho 2" (với n là số tự nhiên)

Ta chưa khẳng định được tính đúng sai của câu này, do đó nó chưa phải là một mệnh đề.

Tuy nhiên, nếu thay n bằng số tự nhiên cụ thể thì câu này cho ta một mệnh đề. Chẳng hạn:

- Với n = 5 ta được mệnh đề "5 chia hết cho 2". Đây là mệnh đề sai.
- Với n = 10 ta được mệnh đề "5 chia hết cho 2". Đây là mệnh đề đúng.

Ta nói rằng câu "n chia hết cho 2" là một mệnh đề chứa biến.

? Xét câu "x > 5". Hãy tìm hai giá trị thực của x để từ câu đã cho, ta nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

Cách giải.

Với x = 6 ta có: "6 > 5". Đây là mệnh đề đúng.

Với x = 4 ta có: "4 > 5". Đây là mệnh đề sai.

2. Mệnh đề phủ định

HĐ2: Quan sát biển báo trong hình bên.



Khoa nói: "Đây là biển báo đường dành cho người đi bộ".

An không đồng ý với ý kiến của Khoa.

Hãy phát biểu ý kiến của An dưới dạng một mệnh đề.

Cách giải:

An: "Đây không phải biển báo đường dành cho người đi bộ".

Để phủ định một mệnh đề P, người ta thường thêm (hoặc bớt) từ "không" hoặc "không phải" vào trước vị ngữ của mệnh đề P. Ta kí hiệu mệnh đề phủ định của mệnh đề P là $\overline{P}$.

Mệnh đề P và mệnh đề $\overline{P}$ là hai phát biểu trái ngược nhau. Nếu P đúng thì $\overline{P}$ sai, còn nếu P sai thì $\overline{P}$ đúng.

Ví dụ:

P: "Tôi làm được bài toán này" $\Rightarrow \overline{P}$: "Tôi không làm được bài toán này"

P: "Hôm nay trời nắng" $\Rightarrow \overline{P}$: "Hôm nay trời không nắng"

Ví dụ 2: Phát biểu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau:

P: "17 là số chính phương"

Q: "Hình hộp không phải là hình lăng trụ"

Cách giải:

Mệnh đề phủ định của P là $\overline{P}$: "17 không phải là số chính phương"

Mệnh đề phủ định của Q là $\overline{Q}$: "Hình hộp là hình lăng trụ"

Luyện tập 2: Phát biểu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

P: "2022 không chia hết cho 5"

Q: "Bất phương trình $2x+1>0$ có nghiệm"

Cách giải:

$\overline{P}$: "2022 chia hết cho 5". Là mệnh đề sai.

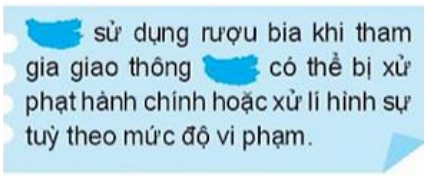
$\overline{Q}$: "Bất phương trình $2x+1>0$ vô nghiệm". Là mệnh đề sai.

Vận dụng: Cho mệnh đề Q: "Châu Á là châu lục có diện tích lớn nhất thế giới". Phát biểu mệnh đề phủ định $\overline{Q}$ và xác định tính đúng sai của hai mệnh đề Q và $\overline{Q}$.

3. Mệnh đề kéo theo

a. Mệnh đề kéo theo

HĐ3: Cặp từ quan hệ nào sau đây phù hợp với vị trí bị che khuất trong câu ghép ở hình bên?



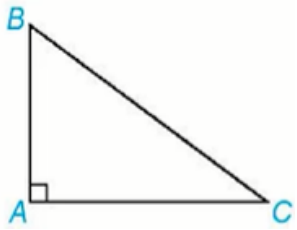
A. Nếu … thì …

B. Tuy … nhưng …

Cách giải:

Chọn A.

HĐ4: Cho hai câu sau:



P: "Tam giác ABC là tam giác vuông tại A".

Q: "Tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2$".

Hãy phát biểu câu ghép có dạng "Nếu P thì Q".

Cách giải:

Nếu Tam giác ABC là tam giác vuông tại A thì Tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

Mệnh đề "Nếu P thì Q" được gọi là mệnh đề kéo theo và kí hiệu $P \Rightarrow Q$.

Ví dụ 3: Cho tứ giác ABCD, xét hai câu sau:

P: "Tứ giác ABCD có tổng số đo hai góc đối diện bằng 180^0".

Q: "ABCD là tứ giác nội tiếp đường tròn".

Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và cho biết tính đúng sai của mệnh đề đó.

Cách giải:

$P \Rightarrow Q$: "Nếu Tứ giác ABCD có tổng số đo hai góc đối diện bằng 180^0 thì ABCD là tứ giác nội tiếp đường tròn"

Mệnh đề kéo theo này là mệnh đề đúng.

Các định lí toán học là những mệnh đề đúng và thường có dạng $P \Rightarrow Q$. Khi đó ta nói:

P là giả thiết của định lí, Q là kết luận của định lí, hoặc

"P là điều **kiện đủ để** có Q" và "Q là **điều kiện cần** để có P".

b Mệnh đề đảo

HĐ5: Xét hai câu sau:

P: "Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt".

Q: "Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac > 0$".

a) Hãy phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

b) Hãy phát biểu mệnh đề $Q \Rightarrow P$.

Cách giải:

a) $P \Rightarrow Q$: "Nếu Phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$ có hai nghiệm phân biệt thì Phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$ có biệt thức $\Delta = b^2-4ac>0$".

b) $Q \Rightarrow P$: "Nếu Phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$ có biệt thức $\Delta = b^2-4ac>0$ thì Phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$ có hai nghiệm phân biệt".

Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là **mệnh đề đảo** của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

Nhận xét: Mệnh đề đảo của một mệnh đề đúng không nhất thiết là đúng.

Ví dụ 4: Hãy phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề: "Nếu tam giác ABC là tam giác đều thì tam giác ABC là tam giác cân" và xác định tính đúng sai của mệnh đề đảo này.

Cách giải:

Mệnh đề đảo: "Nếu tam giác ABC là tam giác cân thì tam giác ABC là tam giác đều". Là mệnh đề sai.

Luyện tập 3: Cho các mệnh đề P: "a và b chia hết cho c"

Q: "a + b chia hết cho c".

a) Hãy phát biểu định lí $P \Rightarrow Q$. Nêu giả thiết, kết luận của định lí và phát biểu định lí này dưới dạng điều kiện cần, điều kiện đủ.

b) Hãy phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ rồi xác định tính đúng sai của mệnh đề đảo này.

Cách giải:

a) $P \Rightarrow Q$: "Nếu a và b chia hết cho c thì a + b chia hết cho c"

Giả thiết: P: "a và b chia hết cho c"

Kết luận: Q: "a + b chia hết cho c".

Phát biểu định lí này dưới dạng điều kiện cần, điều kiện đủ:

+) a và b chia hết cho c là điều kiện đủ để a + b chia hết cho c

+) a + b chia hết cho c là điều kiện cần để a và b chia hết cho c

b) Mệnh đề đảo của $P \Rightarrow Q$ là $Q \Rightarrow P$: "Nếu a + b chia hết cho c thì a và b chia hết cho c".

Đây là mệnh đề sai.

Ví dụ: Cho a = 1, b = 2, c = 3. Ta thấy a + b = 3 chia hết cho 3 nhưng 1 không chia hết cho 3 và 2 không chia hết cho 3.

4. Mệnh đề tương đương

HĐ6: Hãy xác định tính đúng sai của mệnh đề sau:

"Một số tự nhiên chia hết cho 5 nếu số đó có chữ số tận cùng bằng 0 hoặc 5 hoặc ngược lại"

Mệnh đề ở HĐ6 có thể phát biểu dưới dạng: "Một số tự nhiên chia hết cho 5 nếu và chỉ nếu số đó có chữ số tận cùng bằng 0 hoặc 5".

Nhận xét: Nếu cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng thì mệnh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$ đúng. Khi đó ta nói "P **tương đương** với Q" hoặc "P là **điều kiện cần và đủ** để có Q" hoặc "P khi và chỉ khi Q".

Ví dụ 5: Cho hai mệnh đề

P: "Tứ giác ABCD là hình vuông"

Q: "Tứ giác ABCD là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau"

Hãy phát biểu mệnh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$ và xác định tính đúng sai của mệnh đề tương đương này.

Cách giải:

Mệnh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$: "Tứ giác ABCD là hình vuông khi và chỉ khi tứ giác ABCD là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau". Mệnh đề tương đương này đúng vì cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng.

Luyện tập 4: Phát biểu điều kiện cần và đủ để số tự nhiên n chia hết cho 2.

Cách giải:

"Điều kiện cần và đủ để số tự nhiên n chia hết cho 2 là số tự nhiên n đó có chữ số tận cùng là 0; 2; 4; 6; 8".

5. Mệnh đề chứa $\forall, \exists$

- Câu "Mọi số thực đều có bình phương không âm" là một mệnh đề. Có thể viết mệnh đề này như sau:

$$P: "\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 \geq 0"$$

- Câu "Có một số hữu tỉ mà bình phương của nó bằng 2" là một mệnh đề". Có thể viết mệnh đề này như sau:

$$Q: "\exists x \in \mathbb{Q},\ x^2 = 2"$$



Em hãy xác định tính đúng sai của hai mệnh đề trên.

Cách giải:

P đúng.

Q sai.

Luyện tập 5: Phát biểu bằng lời mệnh đề sau và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai.

$$\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 + 1 \leq 0$$

Cách giải:

Phát biểu bằng lời: "Bình phương của mọi số thực cộng thêm 1 luôn luôn không dương".

Mệnh đề này sai.

Dưới đây ta xét mệnh đề phủ định của mệnh đề có chứa $\forall, \exists$.

$$P: "\forall n \in \mathbb{N},\ n.1 = n"$$



Mệnh đề: "Có một số tự nhiên nhân với 1 không bằng chính nó" là phủ định của mệnh đề "Mọi số tự nhiên nhân với 1 đều bằng chính nó"

Như vậy mệnh đề phủ định của $P: "\forall n \in \mathbb{N},\ n.1 = n"$ là mệnh đề $\overline{P}: "\exists n \in \mathbb{N},\ n.1 = n"$

Ví dụ 6: Viết mệnh đề phủ định của mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của nó:

$$P: "\exists x \in \mathbb{R},\ x^2 + 1 = 0"$$

Cách giải:

Mệnh đề P có thể phát biểu là: "Tồn tại một số thực mà bình phương của nó cộng với 1 bằng 0"

Phủ định của mệnh đề P là: "Không tồn tại một số thực mà bình phương của nó cộng với 1 bằng 0" tức là "Mọi số thực đều có bình phương cộng với 1 khác 0".

Ta có thể viết mệnh đề phủ định của P là $\overline{P}: "\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 + 1 \neq 0"$. Mệnh đề phủ định này đúng.

Luyện tập 6: Trong tiết hợp môn Toán, Nam phát biểu: "Mọi số thực đều có bình phương khác 1".

Mai phát biểu: "Có một số thực mà bình phương của nó bằng 1"

a) Hãy cho biết bạn nào phát biểu đúng.

b) Dùng kí hiệu $\forall, \exists$ để viết lại các phát biểu của Nam và Mai dưới dạng mệnh đề.

Cách giải:

$$\begin{cases} P: "\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 \neq 1"\ S \\ \overline{P}: "\exists x \in \mathbb{R},\ x^2 = 1"\ D \end{cases}$$