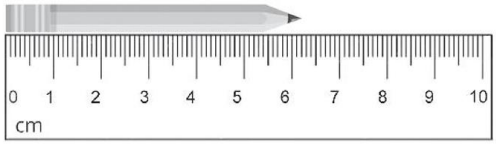
BÀI GIẢNG: SỐ GẦN ĐÚNG VÀ SAI SỐ
CHUYÊN ĐỀ: THỐNG KÊ
MÔN: TOÁN 10 (CÁNH DIỀU)
GIÁO VIÊN: LÊ LAN HƯƠNG

MỤC TIÊU

- ✓ *Số gần đúng*
- ✓ *Sai số tuyệt đối và sai số tương đối.*
- ✓ *Số quy tròn, quy tắc làm tròn số.*

1 Số gần đúng

Hãy đo chiều dài của chiếc bút chì bạn đang sử dụng



=> Trong thực tế cuộc sống cũng như trong khoa học kĩ thuật, có nhiều đại lượng mà ta không thể xác định được giá trị chính xác. Mỗi dụng cụ hay phương pháp đo khau nhau có thể sẽ cho ra các kết quả các khác nhau. Vì vậy kết quả thu được chỉ là những số gần đúng.

Thực hành 1: Trong trích đoạn một báo cáo tài chính dưới đây, theo bạn, số nào là số đúng, số nào là số gần đúng?

Trong tháng 01/2021 có 47 dự án được cấp phép mới với số vốn đăng kí đạt gần 1,3 tỉ USD, giảm khoảng 81,8% về số dự án và 70,3% về số vốn đăng kí so với cùng kì năm trước; 46 lượt dự án đã cấp phép từ các năm trước đăng kí điều chỉnh vốn đầu tư với số vốn tăng thêm trên 0,5 tỉ USD, tăng gần 41,4%.

Cách giải:

+ Các số đúng trong trích đoạn trên: 01/2021; 47; 46.

+ Các số gần đúng trong trích đoạn trên: 1,3; 81,8; 70,3; 0,5; 41,4 (Ta biết đây là các số gần đúng vì quan sát cách sử dụng từ ngữ trước các số: gần, khoảng, trên).

2 Sai số tuyệt đối và sai số tương đối

Sai số tuyệt đối

Vinh và Hoa đo chiều dài trang bìa của một quyển sổ (Hình 2). Vinh đọc kết quả là 21 cm. Hoa đọc kết quả là 20,7 cm. Kết quả của bạn nào có sai số nhỏ hơn?



Cách giải:

Quan sát trên thước đo thì chiều dài trang bìa của quyển sách trên chưa đến 21cm, mà nằm quanh khoảng 20,7cm.

Do đó kết quả của bạn Hoa đọc có sai số nhỏ hơn.

Kết luận:

Nếu a là số gần đúng của số đúng ā thì $\Delta_a = |\bar{a} - a|$ được gọi là sai số tuyệt đối của số gần đúng a

Trên thực tế thường không biết số đúng ā nên không thể tính được chính xác Δ_a. Thay vào đó, ta thường tìm cách khống chế sai số tuyệt đối Δ_a không vượt quá mức d > 0 cho trước, tức là

$\Delta_a = |\bar{a} - a| \le d$ hay $a - d \le \bar{a} \le a + d$.

Khi đó, ta nói a là số gần đúng của số đúng ā với độ chính xác d và quy ước viết gọn là $\bar{a} = a \pm d$.

Ví dụ 1: An tính diện tích của hình tròn bán kính r = 4cm bằng công thức $S = 3{,}145.4^2 = 50{,}32\ (cm^2)$.

Biết rằng $3{,}14 < \pi < 3{,}15$, hãy ước lượng độ chính xác của S.

Cách giải:

Diện tích đúng, kí hiệu $\bar{S}$ của hình tròn trên thỏa mãn

$3{,}14.4^2 < \bar{S} < 3{,}15.4^2$ hay $50{,}24 < \bar{S} < 50{,}4$

Do đó $50{,}24 - 50{,}32 < S < 50{,}4 - 50{,}32$ tức là $|\bar{S} - S| < 0{,}08$.

Vậy kết quả An có độ chính xác là 0,08.

Nói cách khác, diện tích của hình tròn là $50{,}32 \pm 0{,}08$.

Thực hành 2: Cho biết $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$. Hãy tính độ dài đường chéo của một hình vuông có cạnh bằng 10cm và xác định độ chính xác của kết quả tìm được.

Cách giải:

Độ dài đường chéo của một hình vuông có cạnh bằng 10cm là $10\sqrt{2}\ cm$.

Vì $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$

$\Rightarrow 1{,}41.10 < 10\sqrt{2} < 1{,}42.10$

$\Rightarrow 14{,}1 < 10\sqrt{2} < 14{,}2$

Do đó nếu lấy giá trị gần đúng của $\sqrt{2}$ là 1,41 thì $\bar{a} = 10\sqrt{2}$ và a = 10.1,41 = 14,1

Suy ra $\Delta_a = |\bar{a} - a| = |10\sqrt{2} - 14{,}1| < 14{,}2 - 14{,}1 = 0{,}1$.

Vậy độ chính xác d = 0,1.

Vận dụng 1: Một tấm bìa có dạng hình chữ nhật với kích thước được in trong Hình 3.

a) Hãy cho biết kích thước chiều dài và chiều rộng của tấm bìa nằm trong khoảng nào?

b) Tính diện tích của tấm bìa.

Kích thước: $170 \times 240\ (\pm 2mm)$

Định lượng: 100g/m² (M)

Độ trắng: 80 -82% ISO

Hình 3

Cách giải:

a) Quan sát Hình 3 ta thấy ghi Kích thước $170 \times 240\ (\pm 2mm)$.

Do đó kích thước chiều dài của tấm bìa nằm trong khoảng 240 – 2 = 238mm đến 240 + 2 = 242 mm.

Kích thước chiều rộng của tấm bìa nằm trong khoảng 170 – 2 = 186 mm đến 170 + 2 = 172 mm.

b) Vì tấm bìa hình chữ nhật nên diện tích tấm bìa là:

$$S = (170 \pm 2).(240 \pm 2) = 170.240 \pm (170.2 + 240.2 + 2^2) = 40800 \pm 824 \ (mm^2)$$

Vậy diện tích của tấm bìa là $40800 \pm 824\ mm^2$.

Sai số tương đối

Vào năm 2015, các nhà khoa học trên thế giới ước lượng độ tuổi của vũ trụ là 13 799 ± 21 triệu năm.

Trọng tài bấm thời gian chạy 100 m của một vận động viên là 10,3 ± 0,1 giây.

Theo bạn, trong hai phép đo trên, phép đo nào có độ chính xác cao hơn?

Nếu so sánh sai số tuyệt đối, ta thấy phép đo của trọng tài chính xác hơn của các nhà khoa học. Tuy nhiên, 21 triệu năm là độ chính xác của phép đo trong một khoảng thời gian dài 13 799 triệu năm, còn 0,1 giây là độ chính xác của phép đo một khoảng thời gian 10,3 giây. So sánh hai tỉ số

$$\frac{21}{13799} = 0,0015\ldots \text{ và } \frac{0,1}{10,3} = 0,0097...$$

ta thấy phép đo của các nhà khoa học có tỉ số giữa độ chính xác và số gần đúng nhỏ hơn.

Do vậy, trong hai phép đo trên, phép đo của các nhà khoa học có độ chính xác cao hơn.

Kết luận:

Sai số tương đối của số gần đúng a, kí hiệu là δ_a, là tỉ số tuyệt đối của Δ_a và |a| tức là $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|}$.

Nếu $\overline{a} = a \pm d$ thì $\Delta_a \le d$. Do đó $\delta_a \le \frac{d}{|a|}$. Nếu δ_a và $\frac{d}{|a|}$ càng nhỏ thì chất lượng của phép đo đạc hay tính toán càng cao.

Người ta thường viết sai số tương đối dưới dạng phần trăm.

Thực hành 3: Hãy ước lượng sai số tương đối trong phép đo tuổi của vũ trụ và thời gian chạy của vận tdodongj viên ở Hoạt động khám phá 3 trang 106.

Cách giải:

+ Sai số tương đối trong phép đo tuổi của vũ trụ không vượt quá $\frac{21}{13799} \approx 0,15\%$.

+ Sai số tương đối trong phép đo thời gian chạy của vận động viên không vượt quá $\frac{0,1}{10,3} \approx 0,97\%$.

3 Số quy tròn

Quy tắc làm tròn số

Trong chương trình THCS, ta đã biết quy tắc làm tròn số đến một hàng nào đó (gọi là hàng quy tròn) như sau:

- Nếu chữ số sau hàng quy tròn nhỏ hơn 5 thì ta thay nó và các chữ số bên phải nó bởi số 0

- Nếu chữ số sau hàng quy tròn lớn hơn hoặc bằng 5 thì ta cũng làm như trên nhưng cộng thêm 1 đơn vị vào chữ số hàng quy tròn.

Ví dụ 2: Hãy quy tròn số $\bar{a}=\frac{4}{3}=1,333333...$ đến hàng phần trăm và ước lượng sai số tương đối.

Cách giải:

Quy tròn số $\bar{a}=\frac{4}{3}=1,333333...$ đến hàng phần trăm, ta được số gần đúng là a = 1,33. Do $a<\bar{a}<1,335$ nên sai số tuyệt đối là $\Delta_a=|\bar{a}-a|<0,005$.

Sai số tương đối $\delta_a\le\frac{0,005}{1,33}\approx 0,4\%$.

Chú ý

a. Khi thay số đúng bởi số quy tròn đến một hàng nào đó thì sai số tuyệt đối của số quy tròn không vượt quá nửa đơn vị của hàng quy tròn. Ta có thể nói độ chính xác của số quy tròn bằng nửa đơn vị của hàng quy tròn

b. Khi quy tròn số đúng a đến một hàng nào đó thì ta nói số gần đúng a nhận được là chính xác đến hàng đó,

Thực hành 4: Hãy quy tròn số $\bar{b}=5496$ đến hàng chục và ước lượng sai số tương đối.

Cách giải:

Quy tròn số $\bar{b}=5496$ đến hàng chục ta được số gần đúng là b = 5500

Do sai số tuyệt đối là $\Delta_b=|\bar{b}-b|=|5496-5500|=4<5$.

Sai số tương đối $\delta_b=\frac{4}{|5500|}\approx 0,073\%$.

Xác định số quy tròn của số gần đúng với độ chính xác cho trước

Các bước xác định số quy tròn của số gần đúng a với độ chính xác d cho trước:

Bước 1: Tìm hàng của chữ số khác 0 đầu tiên bên trái của d

Bước 2: Quy tròn số a ở hàng gấp 10 lần hàng tìm được ở Bước 1

Ví dụ 3:

a) Cho số gần đúng a = 1903 với độ chính xác d = 50. Hãy viết số quy tròn của số a.

b) Hãy viết số quy tròn của số gần đúng b biết $\bar{b}=0,1891\pm 0,005$.

Cách giải:

a) Vì hàng lớn nhất của độ chính xác 50 là hàng chục, nên ta quy tròn đến hàng trăm. Vậy số quy tròn cần tìm là 1900.

b) Vì hàng lớn nhất của độ chính xác 0,005 là hàng phần nghìn, nên ta quy tròn đến hàng phần trăm. Vậy số quy tròn cần tìm là 0,19.

Thực hành 5: Hãy viết số quy tròn của số gần đúng trong những trường hợp sau:

a) 318081 ± 2000 b) $18,0113\pm 0,003$

Cách giải:

a) 318081 ± 2000

Vì hàng lớn nhất của độ chính xác 2000 là hàng nghìn, nên ta quy tròn đến hàng chục nghìn. Vậy số quy tròn cần tìm là 320000.

b) $18,0113 \pm 0,003$

Vì hàng lớn nhất của độ chính xác 0,003 là hàng phần nghìn, nên ta quy tròn đến hàng phần trăm. Vậy số quy tròn cần tìm là 18,01.

Xác định số gần đúng của một số với độ chính xác cho trước

Để tìm số gần đúng a của số đúng ā với độ chính xác d, ta thực hiện các bước sau

Bước 1: Tìm hàng của chữ số khác 0 đầu tiên bên trái của d

Bước 2: Quy tròn ā đến hàng tìm được ở trên.

Ví dụ 4:

a) Cho $\bar{a} = \frac{12}{7} - 1,71328571...$ Hãy xác định số gần đúng của $\bar{a}$ với độ chính xác d = 0,002.

b) Cho $\bar{b} = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = -0,61803398...$ Hãy xác định số gần đúng $\bar{b}$ với độ chính xác d = 0,0005.

Cách giải:

a) Hàng của chữ số khác 0 đầu tiên bên trái của d = 0,002 là hàng phần nghìn. Ta quy tròn số đã cho đến hàng phần nghìn ta được số gần đúng của $\bar{a}$ là a =1,713.

b) Hàng của chữ số khác 0 đầu tiên bên trái của d = 0,0005 là hàng phần chục nghìn. Ta quy tròn số đã cho đến hàng phần chục nghìn ta được số gần đúng của $\bar{b}$ là b = 0,6180.

Thực hành 6: Hãy xác định số gần đúng của các số sau với độ chính xác d = 0,0001.

a) $\bar{a} = \frac{20}{11} = 1,8181818...;$

b) $\bar{b} = 1 - \sqrt{5} = -1,6457513....$

Cách giải:

Hàng của chữ số khác 0 đầu tiên bên trái của d = 0,0001 là hàng phần chục nghìn. Ta quy tròn các số đã cho đến hàng phần chục nghìn.

a) Quy tròn đến hàng phần chục nghìn ta được số gần đúng của ā là a = 1,8182.

b) Quy tròn đến hàng phần chục nghìn ta được số gần đúng của $\bar{b}$ là b = –1,6458.