BÀI GIẢNG: QUY TẮC ĐẾM - TIẾT 1
CHUYÊN ĐỀ: ĐẠI SỐ TỔ HỢP
MÔN: TOÁN 10 (CƠ BẢN & NÂNG CAO)
GIÁO VIÊN: NGUYỄN CÔNG CHÍNH

MỤC TIÊU

- ✓ *Tìm hiểu định nghĩa, công thức quy tắc cộng, quy tắc nhân.*
- ✓ *Áp dụng vào các bài toán đếm.*
- ✓ *Phân biệt quy tắc cộng, quy tắc nhân.*

I. LÝ THUYẾT

Giới thiệu: Bài toán đếm số phần tử của một tập hợp xuất hiện khá phổ biến trong khoa học cũng như cuộc sống. Nếu số phần tử của một tập hợp không nhiều thì ta có thể đếm trực tiếp số phần tử bằng cách liệt kê. Tuy nhiên, nếu số phần tử rất lớn thì đếm trực tiếp sẽ không khả thi.

Các quy tắc đếm cơ bản đóng vai trò quan trọng trong Đại số tổ hợp là quy tắc cộng và quy tắc nhân.

VẤN ĐỀ 1: QUY TẮC CỘNG

1 Định nghĩa

Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo phương án A hoặc phương án B.

+ Phương án A có m cách thực hiện

+ Phương án B có n cách thực hiện không trùng với bất kì cách nào của phương án A

=> Công việc đó có ***m + n*** cách thực hiện.

Ví dụ 1: Một trường THPT A, khối 10 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một bạn đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. 45. **B.** 280. **C.** 325. **D.** 605.

Cách giải:

Để chọn 1 bạn đi dự dạ hội của học sinh thành phố ta có 2 phương án.

+ Phương án 1: Chọn 1 bạn nam có 280 cách.

+ Phương án 2: Chọn 1 bạn nữ có 325 cách.

Theo quy tắc cộng: Có 280 + 325 = 605 cách.

Chọn D.

* Quy tắc cộng cho công việc có nhiều phương án được phát biểu như sau :

Giả sử một công việc có thể được hoàn thành bởi một trong k phương án $A_1, A_2, ..., A_k$

+ Phương án A_1 có n_1 cách thực hiện

+Phương án A_2 có n_2 cách thực hiện

+ Phương án A_k có n_k cách thực hiện

Các cách thực hiện của các phương án (hay hành động) trên không trùng nhau.

=> Công việc đó có $n_1+n_2+...+n_k$ cách thực hiện.

Ví dụ 2: Nam có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 đôi giày khác nhau. Hôm nay chủ nhật rảnh rỗi, Nam chọn một món đồ bất kì để đem đi giặt hỏi có bao nhiêu cách?

A. 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.

Cách giải:

Có 4 + 6 = 3 = 13 cách.

Chọn A.

Ví dụ 3: Giả sử từ tỉnh A đến tỉnh B có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa, tàu thủy hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa, 3 chuyến tàu thủy và 2 chuyến máy bay. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ tỉnh A đến tỉnh B?

A. 20. **B.** 300. **C.** 18. **D.** 15.

Cách giải:

Có 10 + 5 + 3 + 2 = 20 cách.

Chọn A.

Ví dụ 4: Trong 1 cuộc thi tìm hiểu đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm : 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn 1 đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài?

A. 20. **B.** 3360. **C.** 31. **D.** 30.

Cách giải:

Có 8 + 7 + 10 + 6 = 31 cách.

Chọn C.

2 Công thức quy tắc cộng

+ Số phần tử của một tập hợp hữu hạn X kí hiệu là |X| hoặc n(X).

+ Quy tắc cộng ở trên thực chất là quy tắc đếm số phần tử của hai tập không giao nhau được phát biểu như sau:

Nếu A và B là hai tập hữu hạn không giao nhau tức $A\cap B=\varnothing$ thì số phần tử của A hợp B bằng tổng số phần tử hai tập hợp.

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)$$

Còn viết: $|A\cup B|=|A|+|B|$.

Tổng quát : Nếu A_1, A_2, ..., A_n đôi một rời nhau, khi đó

$$|A_1\cup A_2\cup...\cup A_n|=|A_1|+|A_2|+...+|A_n|$$

Chú ý:

+ Quy tắc cộng mở rộng khi ta cần đếm số phần tử của hai tập có giao nhau được phát biểu như sau:

Nếu A và B là hai tập hữu hạn bất kì thì số phần tử của A hợp B bằng tổng số phần tử hai tập hợp trừ đi số phần tử A giao B.

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

Ví dụ 5: Trong một trường THPT, khối 10 có 160 học sinh tham gia CLB Tin học, 140 học sinh tham gia CLB Ngoại ngữ, 50 học sinh tham gia cả hai CLB và có 100 học sinh không tham gia CLB nào ở trên. Hỏi khối 10 ở trường đó có bao nhiêu học sinh?

A. 450. **B.** 350. **C.** 300. **D.** 250.

Cách giải:

Có (160 + 140) – 50 + 100 = 350 (học sinh).

Chọn B.

Ví dụ 6: Một lớp có 40 học sinh đăng kí chơi ít nhất một trong hai môn thể thao là bóng đá và cầu lông. Có 30 em đăng kí môn bóng đá, 25 em đăng kí môn cầu lông. Hỏi có bao nhiêu em đăng kí cả 2 môn?

A. 15. **B.** 55. **C.** 10. **D.** 25.

Cách giải:

Có 30 + 25 – 40 = 15 (em).

Chọn A.

Ví dụ 7: Hôm nay rạp chiếu phim CGV chiếu hai bộ phim A và B. Có 150 người mua vé xem phim A và 120 người mua vé xem B. Biết rằng mọi người vào rạp đều phải mua vé, có 10 người mua vé cả hai phim và đếm được 300 người tất cả. Tính số người vào rạp mà không xem phim.

A. 30. **B.** 40. **C.** 20. **D.** 10.

Cách giải:

Số người xem phim là: 150 + 120 – 10 = 260.

Số người không xem phim là: 300 – 260 = 40.

Chọn B.

VẤN ĐỀ 2: QUY TẮC NHÂN

1 Định nghĩa

Giả sử một công việc bao gồm hai công đoạn A và B.

+ Công đoạn A có m cách thực hiện

+ Ứng với mỗi cách thực hiện công đoạn A,có n cách thực hiện công đoạn B

=> Công việc đó có ***m.n*** cách thực hiện.

* Quy tắc nhân cho công việc có nhiều giai đoạn, hành động được phát biểu như sau:

Giả sử một công việc có thể được hoàn thành bởi nhiều hành động A_1, A_2, …, A_k.

Hành động A_1 có n_1 cách thực hiện.

+ Hành động A_2 có n_2 cách thực hiện.

+ Hành động A_k có n_k cách thực hiện.

Các cách thực hiện của các hành động trên không trùng nhau.

=> Công việc đó có $n_1.n_2...n_k$ cách thực hiện.

2 Công thức quy tắc nhân

Nếu A và B là hai tập hữu hạn không giao nhau tức $A \cap B = \varnothing$ thì số phần tử của A giao B bằng tích số phần tử hai tập hợp.

$$n(A \cap B) = n(A).n(B)$$

Còn viết: $|A \cap B| = |A|.|B|$.

Tổng quát : Nếu A_1, A_2, …, A_n đôi một rời nhau, khi đó:

$$|A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_n| = |A_1|.|A_2|...|A_n|$$

Ví dụ 8: Một lớp có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Cô giáo muốn chọn ra một đôi nam nữ để đi dự trại hè của trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. 500. **B.** 45. **C.** 1980. **D.** 89.

Cách giải:

Có 25.20 = 500 cách.

Chọn A.

Ví dụ 9: Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay là vuông, tròn, elip và 4 kiểu dây là kim loại, da, vải và nhựa. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 1 chiếc đồng hồ gồm 1 mặt và 1 dây?

A. 4. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 16.

Cách giải:

Có 4.3 = 12 cách.

Chọn C.

Ví dụ 10: An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình đến nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?

A. 6. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 24.

Cách giải:

Có 4.6 = 24 cách.

Chọn D.