BÀI GIẢNG: BIẾN CỐ VÀ ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN CỦA XÁC SUẤT – TIẾT 1
CHUYÊN ĐỀ: TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN
MÔN: TOÁN 10 (KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)
GIÁO VIÊN: NGUYỄN CÔNG CHÍNH

MỤC TIÊU

- ✓ *Nhận biết một số khái niệm: Phép thử ngẫu nhiên, không gian mẫu, biến cố là tập con của không gian mẫu, biến cố đối, định nghĩa cổ điển của xác suất, nguyên lí xác suất bé.*
- ✓ *Mô tả không gian mẫu, biến cố trong một số phép thử đơn giản.*
- ✓ *Mô tả tính chất cơ bản của xác suất.*

Lý thuyết Xác suất là một ngành toán học nghiên cứu các hiện tượng ngẫu nhiên.

Nhà toán học Pháp P.S. Laplace đã viết: "Lý thuyết Xác suất ra đời từ việc nghiên cứu các trò chơi may rủi, đã và đang trở thành một trong những đối tượng quan trọng nhất của tri thức nhân loại. Phần lớn những vấn đề quan trọng nhất của cuộc sống là những bài toán của Lý thuyết Xác suất".

Chương này giới thiệu định nghĩa cổ điển của xác suất, phương pháp tổ hợp và sơ đồ hình cây để tính xác suất theo định nghĩa cổ điển.

BIẾN CỐ VÀ ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN CỦA XÁC SUẤT

Thuật ngữ

+ Biến cố đối

+ Định nghĩa cổ điển của xác suất

+ Nguyên lý xác suất bé

Kiến thức, kĩ năng

+ Nhận biết một số khái niệm: Phép thử ngẫu nhiên, không gian mẫu, biến cố là tập con của không gian mẫu, biến cố đối, định nghĩa cổ điển của xác suất, nguyên lý xác suất bé.

+ Mô tả không gian mẫu, biến cố trong một số phép thử đơn giản.

+ Mô tả tính chất cơ bản của xác suất.

Tình huống mở đầu:

Khi tham gia một trò chơi bốc thăm trúng thưởng, mỗi người chơi chọn một bộ 6 số đôi một khác nhau từ 45 số: 1; 2; 3; …; 45, chẳng hạn bạn An chọn bộ số $\{5;13;20;31;32;35\}$.

Sau đó, người quản trò bốc ngẫu nhiên 6 quả bóng (không hoàn lại) từ một thùng kín đựng 45 quả bóng như nhau ghi các số 1; 2; 3; …; 45. Bộ 6 số ghi trên 6 quả bóng đó được gọi là bộ số trúng thưởng.

Nếu bộ số của người chơi trùng với bộ số trúng thưởng thì người chơi trúng giải độc đắc; nếu trùng với 5 số của bộ số trúng thưởng thì người chơi trúng giải nhất.

Tính xác suất bạn An trúng giải độc đắc, giải nhất khi chơi.

Trong bài học này, ta sẽ tìm hiểu một số khái niệm cơ bản và định nghĩa cổ điển của xác suất, từ đó giúp ta có cơ sở trả lời câu hỏi nêu trên.

1 Biến cố

Ở lớp 9 ta đã biết những khái niệm quan trọng sau:

+ Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay một hành động mà kết quả của nó không thể biết được trước khi phép thử được thực hiện.

+ Không gian mẫu của phép thử là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra khi thực hiện phép thử. Không gian mẫu của phép thử được kí hiệu là Ω.

+ Kết quả thuận lợi cho một biến có E có liên quan tới phép thử T là kết quả của phép thử T làm cho biến cố đó xảy ra.

Chú ý: Ta chỉ xét các phép thử mà không gian mẫu gồm hữu hạn kết quả.

Ví dụ 1:

Một tổ trong lớp 10A có ba học sinh nữ là Hương, Hồng, Dung và bốn học sinh nam là Sơn, Tùng, Hoàng, Tiến. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ đó để kiểm tra vở bài tập. Phép thử ngẫu nhiên là gì? Mô tả không gian mẫu?

Cách giải:

Phép thử ngẫu nhiên là chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ để kiểm tra vở bài tập.

Không gian mẫu là tập hợp tất cả các học sinh trong tổ.

Ta có: $\Omega = \{\text{Hương; Hồng; Dung; Sơn; Tùng; Hoàng; Tiến}\}$

Mở rộng 1:

+ Gieo một đồng xu cân đối đồng chất 1 lần: $\Omega = \{S; N\}$

+ Gieo một đồng xu cân đối đồng chất 2 lần: $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$; $n(\Omega) = 2.2 = 4$

+ Gieo hai đồng xu phân biệt cân đối đồng chất 1 lần: $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$; $n(\Omega) = 2.2 = 4$

+ Gieo một đồng xu cân đối đồng chất n lần: $n(\Omega) = 2.2.....2 = 2^n$

Mở rộng 2:

+ Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 1 lần: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

+ Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần: $\Omega = \{(1;1); (1;2); ...; (6;6)\}$

$$\Omega = \{(i; j) \mid i, j = \overline{1,6}\}; \quad n(\Omega) = 6.6 = 36$$

+ Gieo 2 con xúc xắc phân biệt cân đối đồng chất 1 lần: $\Omega = \{(i; j) \mid i, j = \overline{1,6}\}$; $n(\Omega) = 6.6 = 36$

+ Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất n lần: $n(\Omega) = 6.6.....6 = 6^n$

Mở rộng 3:

+ Rút 1 lá bài trong bộ bài tú lơ khơ 52 con: $n(\Omega)=C_{52}^{1}=52$

+ Bốc ngẫu nhiên 2 thẻ trong hộp có 20 thẻ đã đánh số: $n(\Omega)=C_{20}^{2}=190$

+ Chọn ngẫu nhiên 3 bạn trong lớp có 30 học sinh: $n(\Omega)=C_{30}^{3}=4060$

+ Lấy lần lượt 2 viên bi trong túi có 10 viên bi khác nhau: $n(\Omega)=A_{10}^{2}=90$

+ Đánh một con đề bất kì: $n(\Omega)=10.10=100$

Hoạt động 1:

Trở lại Ví dụ 1, xét hai biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn là một bạn nữ"

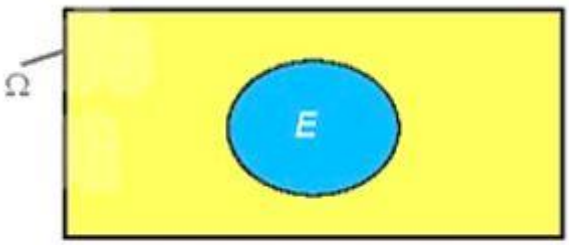
B: "Học sinh được chọn có tên bắt đầu bằng chữ H"

Hãy liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A, B.

Cách giải:

Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: A = {Hương; Hồng; Dung}

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: B = {Hương; Hồng; Hoàng}



Không gian mẫu Ω và biến cố E

Theo định nghĩa, ta thấy mỗi kết quả thuận lợi cho biến cố E chính là một phần tử thuộc không gian mẫu Ω

Do đó về mặt toán học, ta có:

Mỗi biến cố là một tập con của không gian mẫu Ω. Tập con này là tập hợp tất cả các kết quả thuận lợi cho biến cố đó.

Nhận xét: Biến có chắc chắn là tập Ω, biến cố không thể là tập $\varnothing$.

Ví dụ 2: Trở lại *tình huống mở đầu* về trò chơi bốc thăm trúng thưởng:

a) Phép thử là gì? Mô tả không gian mẫu Ω?

b) Gọi F là biến cố: "Bạn An trúng giải độc đắc". Hỏi F là tập con nào của không gian mẫu?

c) Gọi G là biến cố: "Bạn An trúng giải nhất". Hãy chỉ ra ba phần tử của tập G. Từ đó, hãy mô tả tập hợp G bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập G?

Cách giải:

a) Phép thử là chọn ngẫu nhiên 6 số trong 45 số: 1; 2; 3; …; 45

Không gian mẫu là tập hợp tất cả các tập con có 6 phần tử của tập $\{1;2;3;...;45\}$

b) $F=\{5;13;20;31;32;35\}$

c) Ba phần tử thuộc G chẳng hạn là: $\{6;13;20;31;32;35\}$; $\{5;7;31;32;35;\}$; $\{5;13;8;31;31;35\}$

G là tập hợp tất cả các tập con gồm 6 phần tử của tập $\{1;2;3;...;45\}$ có tính chất 5 phần tử của nó thuộc tập $\{5;13;20;31;32;35\}$ và một phần tử còn lại không thuộc tập $\{5;13;20;31;32;35\}$.

Luyện tập 1:

Phần thưởng trong một chương trình khuyến mãi của một siêu thị là: ti vi, bàn ghế, tủ lạnh, máy tính, bếp từ, bộ bát đĩa. Ông Dũng tham gia chương trình được chọn ngẫu nhiên một mặt hàng.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Gọi D là biến cố: "Ông Dũng chọn được mặt hàng là đồ điện". Hỏi D là tập con nào của không gian mẫu?

Cách giải:

a) $\Omega =$ {ti vi, bàn ghế, tủ lạnh, máy tính, bếp từ, bộ bát đĩa}

b) D = {ti vi, tủ lạnh, máy tính, bếp từ}

Hoạt động 2:

Trở lại Ví dụ 1, hãy cho biết khi nào biến cố C: "Học sinh được chọn là một bạn nam" xảy ra?

Cách giải:

Biến cố A: "Học sinh được chọn là một bạn nữ"

Biến cố $\overline{A}$: "Học sinh được chọn không là một bạn nữ"

Biến cố C: "Học sinh được chọn là một bạn nam"

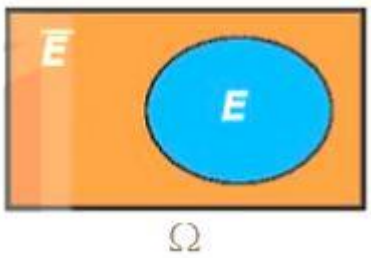
Suy ra $C = \overline{A}$

Nếu C xảy ra thì A không xảy ra và ngược lại.

C là phần bù của A trong Ω: $C = C_\Omega A = \Omega \setminus A$.

Ta thấy biến cố C xảy ra khi và chỉ khi biến cố A không xảy ra.

Ta nói biến cố C là biến cố đối của A.



Biến cố đối của biến cố E là biến cố "E không xảy ra"

Biến cố đối của E được kí hiệu là $\overline{E}$.

Nhận xét: Nếu biến cố E là tập con của không gian mẫu Ω thì biến cố đối $\overline{E}$ là tập tất cả các phần tử của Ω mà không là phần tử của E. Vậy biến cố $\overline{E}$ là phần bù của E trong Ω: $\overline{E} = \Omega - E$.

Ví dụ 3: Gieo một con xúc xắc 6 mặt và quan sát số chấm xuất hiện trên con xúc xắc:

a) Mô tả không gian mẫu Ω?

b) Gọi M là biến cố: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một số chẵn". Nội dung biến cố đối $\overline{M}$ của M là gì?

c) Các biến cố M và $\overline{M}$ là tập con nào của không gian mẫu?

Cách giải:

a) Không gian mẫu $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$

b) Biến cố đối $\overline{M}$ của M là biến cố: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một số lẻ"

c) Ta có: $M=\{2;4;6\}\subset\Omega$; $\overline{M}=C_{\Omega}M=\{1;3;5\}\subset\Omega$

Luyện tập 2:

Gieo một con xúc xắc. Gọi K là biến cố: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một số nguyên tố".

a) Biến cố: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một hợp số" có là biến cố $\overline{K}$ không?

b) Các biến cố K và $\overline{K}$ là tập con nào của không gian mẫu?

Cách giải:

a) Không gian mẫu: $\Omega=\{1;2;3;4;5;6\}$

Biến cố: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một hợp số" không phải là biến cố $\overline{K}$.

b) Ta có: $K=\{2;3;5\}$; $\overline{K}=\{1;4;6\}$.

Mở rộng:

Toàn bộ số tự nhiên được chia làm ba loại:

Loại 1 là các số nguyên tố (như 2; 3; 5; 7; 11; 13; …)

Loại 2 là các hợp số (4; 6; 8; 10; …)

Số 0 và 1 không phải là số nguyên tố, cũng không phải là hợp số nên nó là một loại riêng thứ 3. Số nguyên tố là số tự nhiên phải lớn hơn 1 chỉ chia hết cho 1 và chính nó, còn hợp số có thể chia hết cho những số khác. Ví dụ, hợp số 6, ngoài chia hết cho 1 và 6 ra, nó còn chia hết cho 2 và 3.

Nếu 1 được coi là số nguyên tố thì khi phân tích một hợp số ra thừa số nguyên tố, đáp án sẽ không phải là duy nhất!