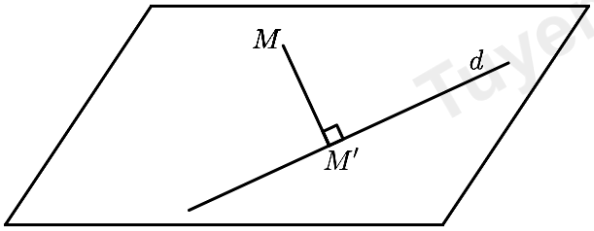
BÀI GIẢNG: PHÉP BIẾN HÌNH VÀ PHÉP DỜI HÌNH
CHUYÊN ĐỀ: PHÉP BIẾN HÌNH PHẲNG
MÔN: TOÁN 11 (CHÂN TRỜI SÁNG TẠO)
GIÁO VIÊN: TRẦN NGỌC QUANG HUY

MỤC TIÊU

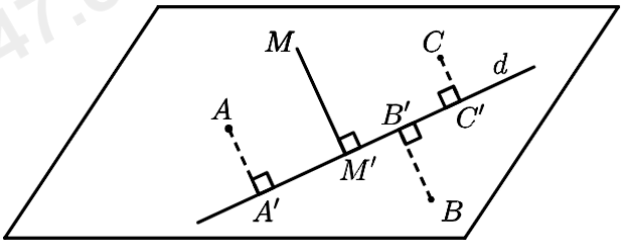
- ✓ *Nắm được định nghĩa về phép biến hình, tính chất và hệ quả của phép dời hình*
- ✓ *Vận dụng kiến thức về phép biến hình vào giải một số bài tập chứng minh, áp dụng kiến thức về phép dời hình trong giải một số bài tập chứng minh.*

I. PHÉP BIẾN HÌNH

Câu hỏi: Cho M' là hình chiếu vuông góc của M trên d. Xác định hình chiếu vuông A, B, C trên d. Với mỗi điểm, ta tìm được bao nhiêu hình chiếu?



Cách giải:



1 Định nghĩa

- Phép biến hình là một quy tắc biến đổi sao cho ứng với mỗi điểm có một điểm ảnh duy nhất.

Chú ý:

a) Nếu điểm M' là ảnh của điểm M qua phép biến hình f, ta kí hiệu $M' = f(M)$.

b) Nếu hình H' là ảnh cảu hình H qua phép biến hình f, ta kí hiệu là $H' = f(H)$.

c) Phép biến hình biến mỗi điểm M thành chính nó gọi là phép đồng nhất.

VD 1: Các quy tắc biến đổi sau đây có phải một phép biến hình không?

a) Biến A thành A' sao cho $AA' = 2$

b) Biến B thành B' trùng với B

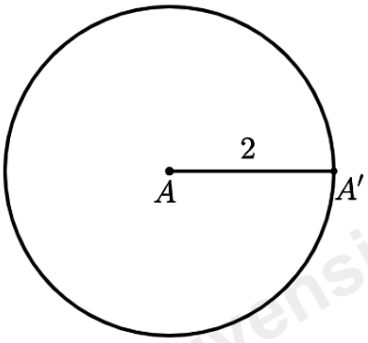
c) Biến C thành C' sao cho $OC' = 2OC$ (với O là điểm cố định cho trước).

d) Biến D thành D' sao cho $\overrightarrow{OD'} = 2\overrightarrow{OD}$ (với O là điểm cố định cho trước).

e) Biến E thành E' đối xứng với E qua đường thẳng d cố định cho trước.

Cách giải:

a)



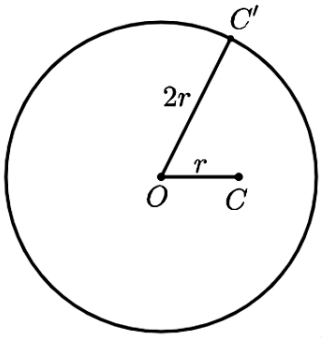
Không phải phép biến hình

b)



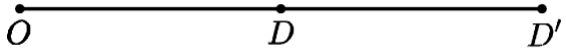
Phép biến hình

c)



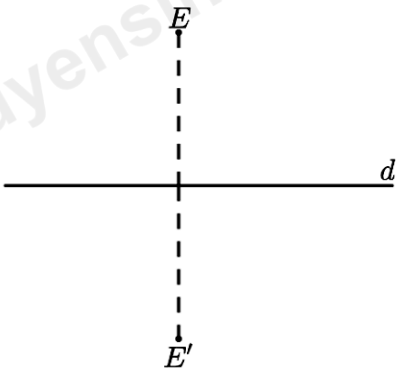
Không phải phép biến hình

d)



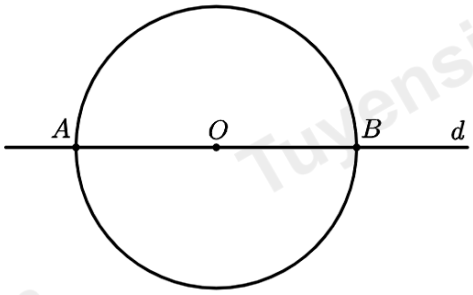
Phép biến hình

e)



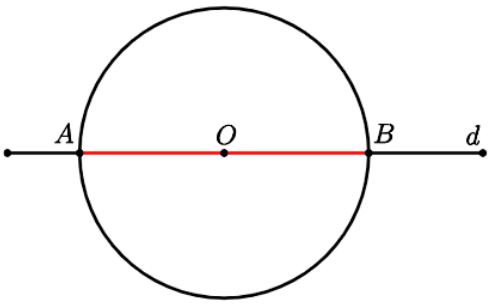
Phép biến hình

VD 1: Cho đường thẳng d đi qua tâm O của đường tròn (C) và cắt (C) tại A và B. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép chiếu vuông góc lên d.



Cách giải:

Đoạn thẳng AB là hình chiếu vuông góc của (C) lên trên đường thẳng d



II. PHÉP DỜI HÌNH

Câu hỏi: Bằng cảm quan, em hãy dự đoán các phép biến đổi sau có làm thay đổi khoảng cách giữa 2 điểm A, B cho trước không?

a) f biến A thành A' đối xứng với A qua điểm I cố định cho trước.

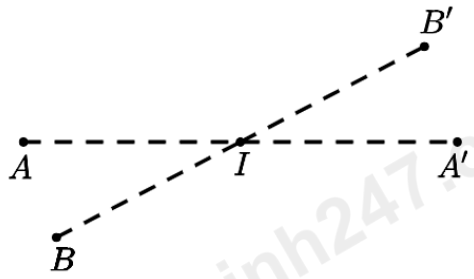
b) f biến B thành B' đối xứng với B qua đường thẳng d cố định cho trước.

c) f biến C thành C' sao cho $\overrightarrow{CC'}=\vec{v}$ cho trước

d) f biến D thành D' sao cho $\overrightarrow{ID'}=2\overrightarrow{ID}$ I cố định cho trước.

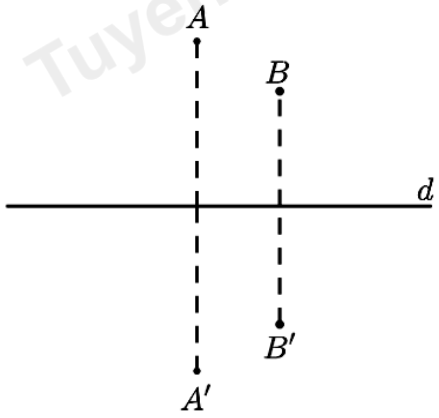
Cách giải:

a)



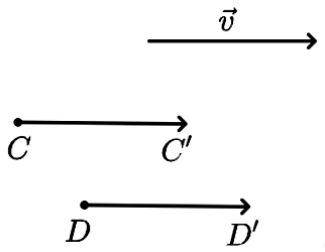
Không làm thay đổi khoảng cách

b)



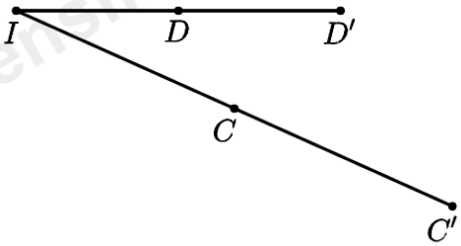
Không làm thay đổi khoảng cách

c)



Không làm thay đổi khoảng cách

d)



Làm thay đổi khoảng cách

VD 3: Cho đường thẳng d cố định, phép biến hình f biến điểm M thuộc d thành chính nó và biến điểm M không thuộc d thành điểm M' sao cho d là trung trực của đoạn MM'. Hãy chứng minh f là một phép dời hình.

Cách giải:

Gọi N' là ảnh của N qua phép biến hình f.

Ta cần chứng minh $M'N' = MN$

Gọi H và K lần lượt là trung điểm của MM' và NN'.

$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{M'N'} = \left(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HK} + \overrightarrow{KN}\right) + \left(\overrightarrow{M'H} + \overrightarrow{HK} + \overrightarrow{KN'}\right) = 2\overrightarrow{HK}$

$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{HN} - \overrightarrow{HM} - \overrightarrow{HN'} + \overrightarrow{HM'} = \overrightarrow{N'N} + \overrightarrow{MM'}$

Vì $\overrightarrow{MM'} \perp \overrightarrow{HK}$ và $\overrightarrow{NN'} \perp \overrightarrow{HK}$ nên $\overrightarrow{MM'}.\overrightarrow{HK} = \overrightarrow{NN'}.\overrightarrow{HK} = 0$

$\overrightarrow{MN}^2 - \overrightarrow{M'N'}^2 = 2\overrightarrow{HK}\left(\overrightarrow{N'N} + \overrightarrow{MM'}\right) = 2\left(\overrightarrow{HK}.\overrightarrow{N'N} + \overrightarrow{HK}.\overrightarrow{MM'}\right) = 0$

$\Rightarrow MN^2 = M'N'^2 \Rightarrow MN = M'N'$

Vậy phép biến hình f bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm *M*, *N* bất kì nên f là một phép dời hình.

VD 4: Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, xét các phép biến hình sau đây:

- Phép biến hình f biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(-x;-y)$;

- Phép biến hình g biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M(2x;2y)$

Trong hai phép biến hình trên, phép nào là phép dời hình? Giải thích.

Cách giải:

+) Xét f:

$A(x_A;y_A) \Rightarrow A' = f(A) = (-x_A;-y_A)$

$B(x_B;y_B) \Rightarrow B' = f(B) = (-x_B;-y_B)$

$\left.\begin{array}{l} AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} \\ A'B' = \sqrt{(-x_A + x_B)^2 + (-y_A + y_B)^2} \end{array}\right\} \Rightarrow AB = A'B'$

+) Xét g:

$C(x_C;y_C) \Rightarrow C' = g(C) = (2x_C;2y_C)$

$D(x_D;y_D) \Rightarrow D' = g(D) = (2x_D;2y_D)$

$CD = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2}$

$C'D' = \sqrt{(2x_C - 2x_D)^2 + (2y_C - 2y_D)^2} = \sqrt{\left[2(x_C - x_D)\right]^2 + \left[2(y_C - y_D)\right]^2}$

$= \sqrt{4(x_C - x_D)^2 + 4(y_C - y_D)^2} = \sqrt{4\left[(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2\right]}$

$= 2\sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2} = 2CD$

$\Rightarrow CD \neq C'D'$

Vậy phép biến hình f là phép dời hình, phép biến hình g không phải là phép dời hình.

VD 5: Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, xét phép biến hình *h* biến mỗi điểm $M\left(x;y\right)$ thành điểm $M'\left(x';y'\right)$, trong đó

$$\begin{cases} x'=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x-\dfrac{\sqrt{2}}{2}y \\ y'=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x+\dfrac{\sqrt{2}}{2}y \end{cases}$$

Hãy chứng minh *h* là một phép dời hình.

Cách giải:

$$A\left(x_A;y_A\right)\Rightarrow A'=h\left(A\right)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x_A-\frac{\sqrt{2}}{2}y_A;\frac{\sqrt{2}}{2}x_A+\frac{\sqrt{2}}{2}y_A\right)$$

$$B\left(x_B;y_B\right)\Rightarrow B'=h\left(B\right)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x_B-\frac{\sqrt{2}}{2}y_B;\frac{\sqrt{2}}{2}x_B+\frac{\sqrt{2}}{2}y_B\right)$$

$$AB=\sqrt{\left(x_A-x_B\right)^2+\left(y_A-y_B\right)^2}$$

$$A'B'=\sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(x_A-x_B\right)^2-2\left(x_A-x_B\right)\left(y_A-y_B\right)+\left(y_A-y_B\right)^2\right]+\frac{1}{2}\left[\left(x_A-x_B\right)^2+2\left(x_A-x_B\right)\left(y_A-y_B\right)+\left(y_A-y_B\right)^2\right]}$$

$$A'B'=\sqrt{\frac{1}{2}\left[2\left(x_A-x_B\right)^2+2\left(y_A-y_B\right)^2\right]}$$

$$A'B'=\sqrt{\left(x_A-x_B\right)^2+\left(y_A-y_B\right)^2}=AB$$

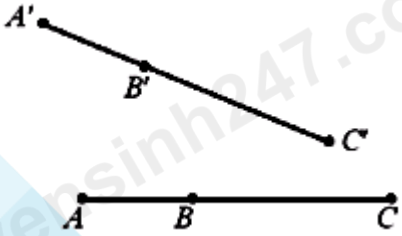
Vậy *h* là một phép dời hình.

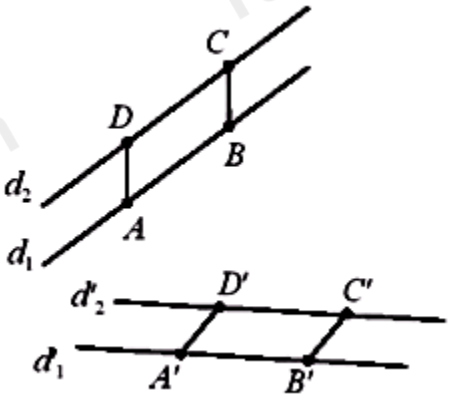
III. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP DỜI HÌNH

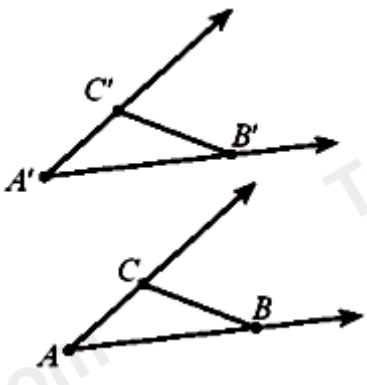
Tính chất

Phép dời hình bảo toàn:

- Tính thẳng hàng của ba điểm và thứ tự của ba điểm thẳng hàng
- Tính song song của hai đường thẳng.
- Độ lớn của một góc



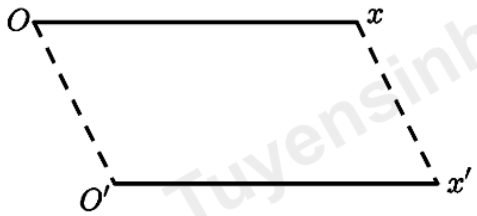


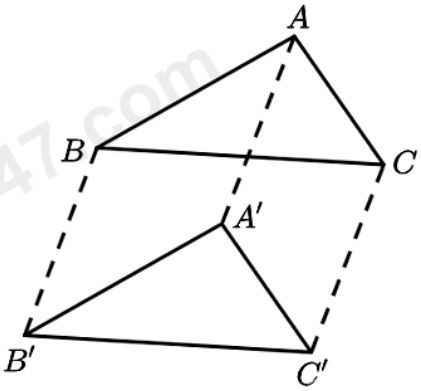


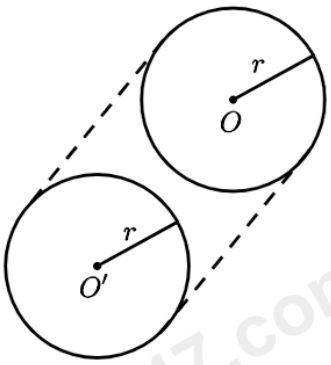
Hệ quả

Phép dời hình:

- Biến tia thành tia.
- Biến tam giác thành tam giác bằng nó.
- Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính, có tâm là ảnh của tâm

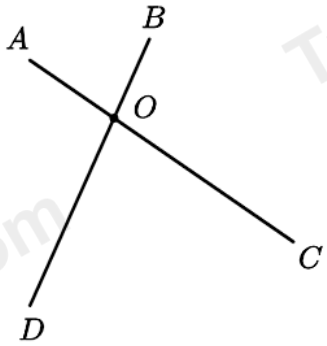




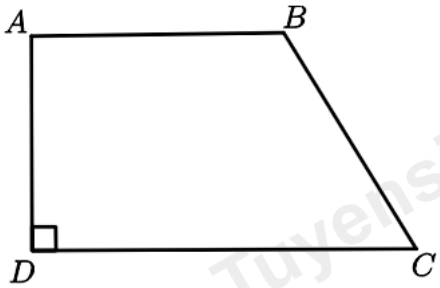


VD 6: Tính chất hay hệ quả nào giúp chứng minh các phát biểu sau đây:

a) Nếu O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD thì $h(O)$ là giao điểm $A'C'$ và $B'D'$.



b) Nếu $ABCD$ là hình thang vuông thì $A'B'C'D'$ cũng là hình thang vuông.

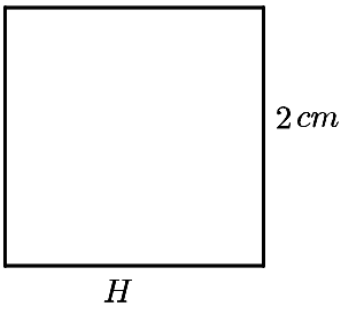


Cách giải:

a) Tính chất phép dời hình bảo toàn tính thẳng hàng của ba điểm và thứ tự của ba điểm đó.

b) Tính chất phép dời hình bảo toàn bảo toàn độ dài và độ lớn của góc.

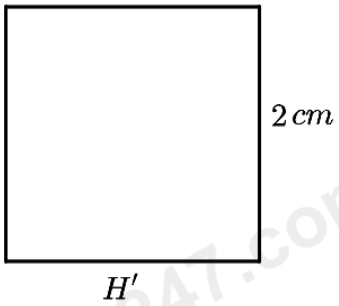
VD 7: Cho phép dời hình f biến hình vuông H có cạnh bằng 2cm thành hình vuông H'. Tìm diện tích của hình H'.



Cách giải:

Qua phép dời hình thì độ dài các cạnh được bảo toàn, độ lớn của góc được bảo toàn nên hình vuông mới bằng hình vuông cũ. Vậy H' là hình vuông có cạnh là 2cm.

Diện tích hình H' là: $2^2 = 4\ \left(cm^2\right)$



III. TỔNG KẾT

Phép biến hình và phép dời hình

- Phép biến hình
- Phép dời hình
- Tính chất của phép dời hình