BÀI GIẢNG: ĐỊNH LÝ PYTHAGO
CHUYÊN ĐỀ: ĐỊNH LÍ PYTHAGORE VÀ TỨ GIÁC
MÔN: TOÁN 8 (NÂNG CAO)
GIÁO VIÊN: NGUYỄN THỊ YẾN

MỤC TIÊU

- ✓ *Định lý Pythago*
- ✓ *Định lý Pythago đảo*

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Định lý Pythago

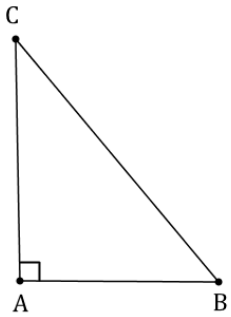
Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông

ΔABC vuông tại $A \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$.

2 Định lý Pythago đảo

Nếu một tam giác có binh phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

ΔABC có $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \angle BAC = 90^\circ$



BÀI TẬP

ĐỀ BÀI

Bài 1: Cho tam giác ABC nhọn, cân tại A. Kẻ BH vuông góc với AC tại H. Tính độ dài cạnh BC biết

a) $HA = 7\text{cm}, HC = 2\text{cm}$.

b) $AB = 5\text{cm}, HA = 4\text{cm}$.

Bài 2: Cho ΔABC có $AB = 24\text{cm}, AC = 32\text{cm}$ và $BC = 40\text{cm}$. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM = 7\text{cm}$. Chứng minh rằng:

a) ΔABC vuông

b) $\angle AMB = 2\angle C$

Bài 3: Cho ΔABC vuông cân ở A, M là điểm tùy ý nằm giữa B và C. Vẽ đường cao AH của ΔABC.

a) Chứng minh $AH = \dfrac{BC}{2}$

b) Chứng minh $MB^2 + MC^2 = 2MA^2$

Bài 4:

a) ΔABC có đường cao AH. Chứng minh : $AB^2+AC^2=BH^2+CH^2+2AH^2$.

b) Cho ΔABC nhọn $(AB>AC)$ có đường cao AH, E là điểm tùy ý trên AH Chứng minh: $AB^2-AC^2=EB^2-EC^2$.

c) Cho ΔABC có ba góc nhọn, $AB=AC$. Vẽ đường cao CH.

Chứng minh $AB^2+BC^2+CA^2=BH^2+2AH^2+3CH^2$

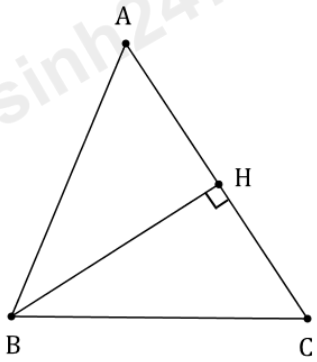
HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1. Cho tam giác ABC nhọn, cân tại A. Kẻ BH vuông góc với AC tại H. Tính độ dài cạnh BC biết

a) $HA=7\text{cm}, HC=2\text{cm}$.

b) $AB=5\text{cm}, HA=4\text{cm}$.

Giải:



a) $AC=HA+HC=7+2=9cm$

Vì ΔABC cân tại A (gt)

$\Rightarrow AB=AC=9cm$ (định nghĩa tam giác cân)

Vì $BH\perp AC$ tại H $\Rightarrow \Delta ABH, \Delta BCH$ vuông tại H

Xét ΔABH vuông tại H $\Rightarrow BH^2=AB^2-AH^2=9^2-7^2$

$\Rightarrow BH^2=91-49=32\Rightarrow BH=4\sqrt{2}$

Xét ΔBCH vuông tại H

$\Rightarrow BC^2=BH^2+CH^2=32+4=36\Rightarrow BC=6cm$

b) Tương tự $BH^2=5^2-4^2=9cm$

$HC=5-4=1cm$

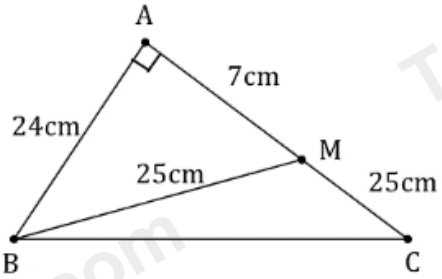
$\Rightarrow BC^2=BH^2+CH^2=9+1=10\Rightarrow BC=\sqrt{10}$

Bài 2. Cho ΔABC có $AB=24\text{cm}, AC=32\text{cm}$ và $BC=40\text{cm}$. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM=7\text{cm}$. Chứng minh rằng:

a) ΔABC vuông

b) $\angle AMB=2\angle C$

Giải:



a) Ta có $AB^2+AC^2=24^2+32^2=1600$

$BC^2=40^2=1600$

$\Rightarrow AB^2+AC^2=BC^2$

Vậy ΔABC vuông tại A.

Xét ΔAMB vuông tại A $\Rightarrow MB^2=AM^2+AB^2=7^2+24^2=625$

$\Rightarrow MB = 25cm$

Xét ΔBMC có: $MB = 25cm, MC = AC - AM = 32 - 7 = 24cm$

$\Rightarrow \Delta BMC$ cân tại M

$\Rightarrow \angle C = \angle MBC$ (t/c tam giác cân)

$\angle AMB = \angle MBC + \angle C = 2\angle C$ (t/c góc ngoài tam giác) đpcm

Bài 3: Cho ΔABC vuông cân ở A, M là điểm tùy ý nằm giữa B và C. Vẽ đường cao AH của ΔABC.

a) Chứng minh $AH = \dfrac{BC}{2}$

b) Chứng minh $MB^2 + MC^2 = 2MA^2$

Giải:

a) Xét ΔABC vuông cân tại A (gt)

$\Rightarrow AB = AC, \angle B = \angle C = 45^0$

Vì $AH \perp BC$ tại H (gt) $\Rightarrow \Delta AHB$ và ΔAHC vuông tại H

Mà $\angle AHB = \angle AHC = 45^0 \Rightarrow \Delta AHB$ và ΔAHC vuông cân tại H

$\Rightarrow AH = BH, AH = CH$

$\Rightarrow BH = CH$

$\Rightarrow H$ là trung điểm BC

$\Rightarrow AH = \dfrac{BC}{2}$

b) $MB = BH + MH, MC = CH - MH$

$\Rightarrow MB^2 + MC^2 = (BH + MH)^2 + (CH - MH)^2$

$= BH^2 + 2BH.MH + MH^2 + CH^2 - 2CH.MH + MH^2$

Mà $BH = CH = AH \Rightarrow MB^2 + MC^2 = 2AH^2 + 2MH^2 = 2(AH^2 + MH^2)$ (1)

ΔAMH vuông tại H $\Rightarrow MA^2 = AH^2 + MH^2$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MB^2 + MC^2 = 2MA^2$

Bài 4:

a) ΔABC có đường cao AH. Chứng minh: $AB^2 + AC^2 = BH^2 + CH^2 + 2AH^2$.

b) Cho ΔABC nhọn (AB > AC) có đường cao AH, E là điểm tùy ý trên AH.

Chứng minh: $AB^2 - AC^2 = EB^2 - EC^2$.

c) Cho ΔABC có ba góc nhọn, $AB = AC$. Vẽ đường cao CH.

Chứng minh $AB^2 + BC^2 + CA^2 = BH^2 + 2AH^2 + 3CH^2$

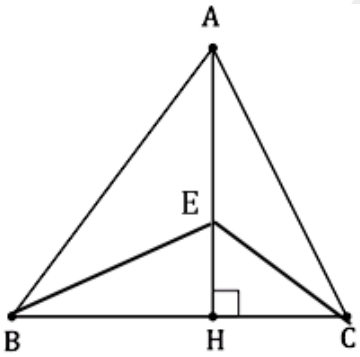
Giải:

a) Áp dụng định lý Pythago trong ΔABH và ΔACH vuông tại H

$AB^2 = AH^2 + BH^2, AC^2 = AH^2 + CH^2$ (1)

$\Rightarrow AB^2 + AC^2 = AH^2 + BH^2 + AH^2 + CH^2$

$= BH^2 + CH^2 + 2AH^2$



b) Áp dụng định lý Pythago trong ΔEBH và ΔECH vuông tại H

$EB^2 = BH^2 + EH^2, EC^2 = EH^2 + CH^2$

$\Rightarrow EB^2 - EC^2 = HB^2 - HC^2$

Từ (1) suy ra $AB^2 - AC^2 = HB^2 - HC^2$

$\Rightarrow AB^2 - AC^2 = EB^2 - EC^2$

c) Áp dụng định lý Pythago trong ΔABH và ΔACH vuông tại H

$AB^2 = AH^2 + BH^2, AC^2 = AH^2 + CH^2$

Vì ΔABC cân tại A $\Rightarrow AB^2 = AC^2 = AH^2 + CH^2$

$\Rightarrow AB^2 + BC^2 + AC^2 = 2\left(AH^2 + CH^2\right) + BH^2 + CH^2 = BH^2 + 2AH^2 + 3CH^2$

Vậy $AB^2 + BC^2 + CA^2 = BH^2 + 2AH^2 + 3CH^2$

