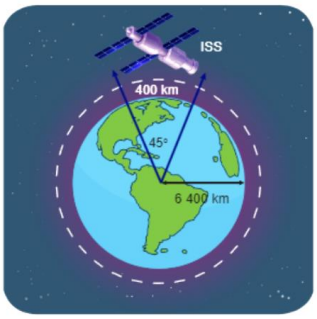
BÀI GIẢNG: GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC - TIẾT 1
CHUYÊN ĐỀ: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC
MÔN: TOÁN 11 (KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)
GIÁO VIÊN: NGUYỄN CÔNG CHÍNH

MỤC TIÊU

- ✓ *Nhận biết các khái niệm cơ bản về góc lượng giác.*
- ✓ *Nhận biết khái niệm giá trị lượng giác của một góc lượng giác*

Tình huống mở đầu

Trạm vũ trụ Quốc tế ISS (tên Tiếng Anh: International Space Station) nằm trong quỹ đạo tròn cách bề mặt Trái Đất khoảng 400 km (H.1.1). Nếu trạm mặt đất theo dõi được trạm vũ trụ ISS khi nó năm trong góc 45^0 ở tâm của quỹ đạo tròn này phia trên ăng-ten theo dõi, thì trạm vã trụ ISS đã di chuyển được bao nhiêu kilômét trong khi nó đang được trạm mặt đất theo dõi? Giả sử rằng bán kính của Trái Đất là 6400 km. Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.



Hình 1.1

a. Khái niệm góc lượng giác và số đo của góc lượng giác

HĐ1 **Nhận biết khái niệm góc lượng giác**

Trên đồng hồ ở Hình 1.2, kim phút đang chỉ đúng số 2 .

a) Phải quay kim phút mấy phần của một vòng tròn theo chiều quay ngược chiều kim đồng hồ để nó chỉ đúng số 12?

b) Phải quay kim phút mấy phần của một vòng tròn theo chiều quay của kim đồng hồ để nó chỉ đúng số 12?



12 giờ 10 phút

Hình 1.2

c) Có bao nhiêu cách quay kim phút theo một chiều xác định để kim phút từ vị trí chỉ đúng số 2 về vị trí chỉ đúng số 12?

Cách giải:

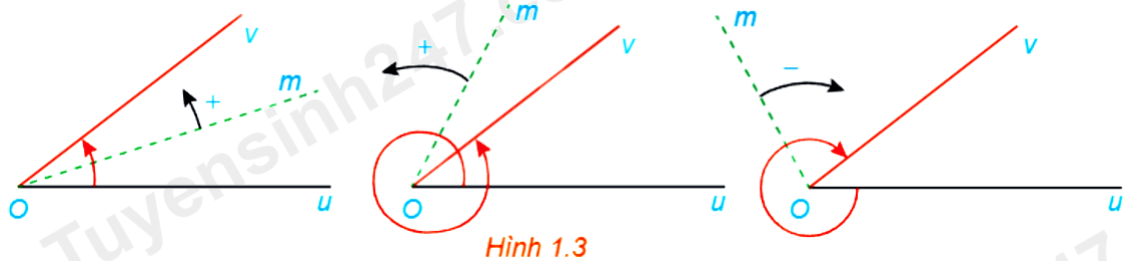
a) Khi kim phút quay theo ngược chiều kim đồng hồ để nó chỉ đúng số 12, kim phút quay: 2/12 = 1/6 phần của vòng tròn.

b) Khi kim phút quay theo đúng chiều kim đồng hồ để nó chỉ đúng số 12, kim phút quay: 10/12 = 5/6 phần của vòng tròn

c) Có 2 cách quay kim phút theo một chiều xác định để kim phút từ vị trí chỉ đúng số 2 về vị trí chỉ đúng số 12, đó là: ngược chiều kim đồng hồ và cùng chiều kim đồng hồ.

Trong mặt phẳng, cho hai tia Ou, Ov. Xét tia Om cùng nằm trong mặt phẳng này. Nếu tia Om quay quanh điểm O, theo một chiều nhất định từ Ou đến Ov, thì ta nói nó sẽ quét một góc lượng giác với tia đầu Ou, tia cuối Ov và kí hiệu là (Ou, Ov).

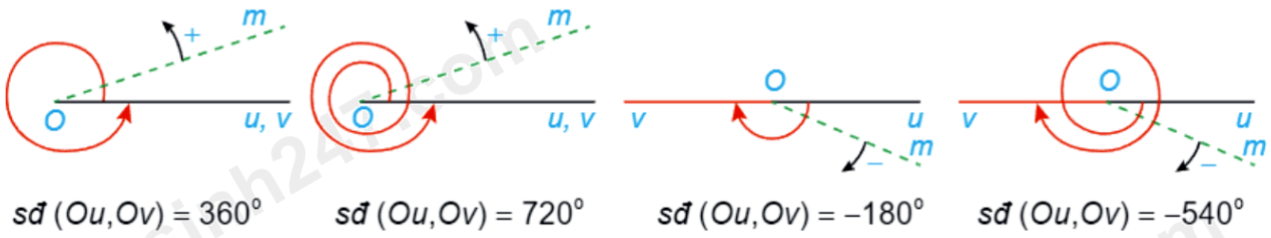
Góc lượng giác (Ou, Ov) chỉ được xác định khi ta biết được chuyển động quay của tia Om từ tia đầu Ou đến tia cuối Ov (H.1.3). Ta quy ước: Chiều quay ngược với chiều quay của kim đồng hồ là chiều dương, chiều quay cùng chiều kim đồng hồ là chiều âm.



Hình 1.3

Khi đó, nếu tia Om quay theo chiều dương đúng một vòng ta nói tia Om quay góc 360^0, quay đúng 2 vòng ta nói nó quay góc 720^0; quay theo chiều âm nửa vòng ta nói nó quay góc -180^0, quay theo chiều âm 1,5 vòng ta nói nó quay góc $-1,5.360^0 = -540^0$,…

Khi tia Om quay góc α^0 thì ta nói góc lượng giác mà tia đó quét nên có số đo α^0. Số đo của góc lượng giác có tia đầu Ou, tia cuối Ov được kí hiệu là sđ(Ou,Ov).

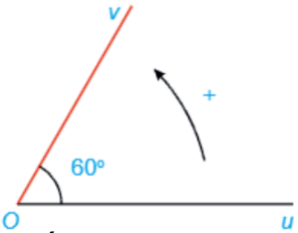


sđ $(Ou,Ov) = 360°$ sđ $(Ou,Ov) = 720°$ sđ $(Ou,Ov) = -180°$ sđ $(Ou,Ov) = -540°$

Mỗi góc lượng giác gốc O được xác định bởi tia đầu Ou, tia cuối Ov và số đo của nó.

Chú ý 1 lượng giác

Cho hai tia Ou, Ov thì có vô số góc lượng giác tia đầu Ou, tia cuối Ov. Mỗi góc lượng giác như thế đều kí hiệu là (Ou, Ov). Số đo của các góc lượng giác này sai khác nhau một bội nguyên của 360^0.



Hình 1.4

Ví dụ 1 Cho góc hình học uOv có số đo 60^0 (H.1.4). Xác định số đo của các góc lượng giác (Ou, Ov) và (Ov, Ou).

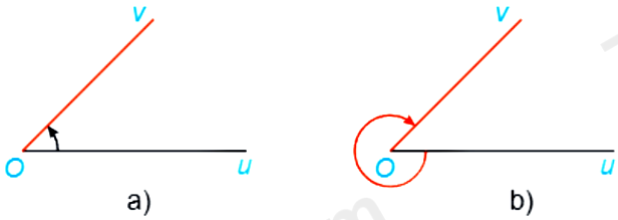
Cách giải:

Ta có:

- Các góc lượng giác tia đầu Ou, tia cuối Ov có số đo là sđ$(Ou, Ov) = 60^0 + k360^0$ $(k \in \mathbb{Z})$.

- Các góc lượng giác tia đầu Ov, tia cuối Ou có số đo là sđ$(Ou, Ov) = -60^0 + k360^0$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Luyện tập 1 Cho góc hình học $uOv = 45^0$. Xác định số đo của góc lượng giác (Ou, Ov) trong mỗi trường hợp sau:



Cách giải:

a) Ta có:

- Các góc lượng giác tia đầu Ou, tia cuối Ov có só đo là $(Ou, Ov) = 45^0 + k.360^0 \ (k \in \mathbb{Z})$

b) Ta có:

- Các góc lượng giác tia đầu Ou, tia cuối Ov có số đo là $(Ou, Ov) = -315^0 + k.360^0 \ (k \in \mathbb{Z})$.

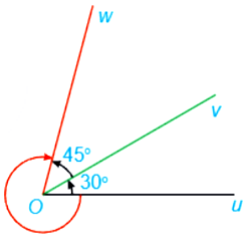
b. Hệ thức Chasles

HĐ2 Nhận biết hệ thức Chasles

Cho ba tia Ou, Ov, Ow với số đo của các góc hình học uOv và vOw lần lượt là 30^0 và 45^0.

a) Xác định số đo của ba góc lượng giác (Ou,Ov), (OV,Ow) và (Ou,Ow) được chỉ ra ở Hình 1.5.

b) Với các góc lượng giác ở câu a, chứng tỏ rằng có một số nguyên k để sđ(Ou,Ov) = sđ(v,Ow) = sđ(Ou,Ow) + $k360^0$.



Hình 1.5

Cách giải:

a) Ta có:

- Các góc lượng giác tia đầu Ou, tia cuối Ov có số đo là $\text{sđ}(Ou, Ov) = 30^0 + n.360^0 \ (n \in \mathbb{Z})$

- Các góc lượng giác tia đầu Ov, tia cuối Ow có số đo là $\text{sđ}(Ov, Ow) = 45^0 + m.360^0 \ (m \in \mathbb{Z})$

- Các góc lượng giác tia đầu Ou, tia cuối Ow có số đo là $\text{sđ}(Ou, Ow) = -285^0 + k.360^0 (k \in \mathbb{Z})$

b) Với các góc lượng giác ở câu a, ta có:

$$\begin{aligned}
&\text{sd}(Ou,Ov) + \text{sd}(Ov,Ow)\\
&= 30^0 + n.360^0 + 45^0 + m.360^0\\
&= 75^0 + (n+m).360^0\\
&= 75^0 - 360^0 + (n+m+1).360^0\\
&= -285^0 + (n+m+1).360^0\\
&= 75^0 + k.360^0 = sd(Ou,Ow) \ (\text{với } k = n+m+1 \ (k,m,n \in \mathbb{Z})).
\end{aligned}$$

Hệ thức Chasles: Với ba tia Ou, Ov, Ow bất kì, ta có:

$$\text{sđ}(Ou,Ov) + \text{sđ}(Ov,Ow) = \text{sđ}(Ou,Ow) + k360^0 \ (k \in \mathbb{Z})$$

Nhận xét

Từ hệ thức Chasles, ta suy ra.

Với ba tia tuỳ ý Ox, Ou, Ov ta có:

sđ(Ou,Ov) = sđ(Ox,Ov) – sđ(Ox,Ou) + k.360^0 $(k \in \mathbb{Z})$.

Hệ thức này sẽ đóng vai trò quan trọng trong việc tính toán số đo của góc lượng giác.



Ví dụ 2 Cho một góc lượng giác (Ox,Ou) có số đo -270^0 và một góc lượng giác (Ox,Ov) có số đó 135^0. Tính số đo của các góc lượng giác (Ou, Ov).

Cách giải:

Số đo của các góc lượng giác tia đầu Ou, tia cuối Ov là

$$\begin{aligned} sd(Ou,Ov) &= sd(Ox,Ov) - sd(Ox,Ou) + k360^\circ \\ &= 135^\circ - (-270^\circ) + k360^\circ = 405^\circ + k360^\circ \\ &= 45^\circ + (k+1)360^\circ = 45^\circ + m360^\circ (m = k+1, m \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Vậy các góc lượng giác (Ou,Ov) có số đo là $45^\circ + m360^\circ (m \in \mathbb{Z})$.

Luyện tập 2 Cho một góc lượng giác (Ox,Ou) có số đo 240^0 và một góc lượng giác (Ox,Ou) có số đo -270°. Tính số đo của các góc lượng giác (Ou, Ov).

Cách giải:

Số đo của các góc lượng giác tia đầu Ou, tia cuối Ov là:

$$\begin{aligned} \text{sd}\ (Ou,Ov) &= sd(Ox,Ov) - sd(Ox,Ou) + k360^\circ \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ &= -270^\circ - 240^\circ + k360^\circ \\ &= -510^\circ + k360^\circ = -150^\circ - 360^\circ + k360^\circ \\ &= -150^\circ + (k-1)360^\circ \\ &= -150^\circ + n360^\circ \quad (n = k-1, n \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

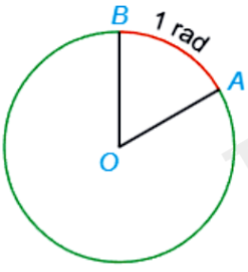
2 Đơn vị đo góc và độ dài cung tròn

a. Đơn vị đo góc và cung tròn

Đơn vị độ: Để đo góc, ta dùng đơn vị độ. Ta đã biết: Góc 1° bằng $\frac{1}{180}$ góc bẹt.

Đơn vị độ được chia thành những đơn vị nhỏ hơn: $1^0 = 60'; 1' = 60''$.

Đối với các góc lượng giác, khi mà số vòng quay trong chuyển động tương ứng từ tia đầu đến tia cuối là khá lớn thì số đo của chúng tính bằng độ sẽ trở nên công kềnh. Do đó, trong khoa học và kĩ thuật, bên cạnh việc đo bằng độ, người ta còn sử dụng đơn vị đo góc bằng rađian.



Hình 1.6

Đơn vị radian: Cho đường tròn (O) tâm O, bán kính R và một cung AB trên (O) (H.1.6).

Ta nói cung tròn AB có số đo bằng 1 radian nếu độ dài của nó đúng bằng bán kính R.

Khi đó ta cũng nói rằng góc AOB có số đo bằng 1 radian và viết $\angle AOB = 1\ rad$.

Quan hệ giữa độ và radian: Do đường tròn có độ dài là $2\pi R$ nên nó có số đo 2π rad. Mặt khác, đường tròn có số đo bằng 360° nên ta có $360^\circ = 2\pi$ rad.

Do đó ta viết:

$$1^0 = \frac{\pi}{180} \text{ rad và } 1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ.$$

Chú ý: Khi viết số đo của một góc theo đơn vị radian, người ta thường không viết chữ rad sau số đo. Chẳng hạn góc $\frac{\pi}{2}$ được hiểu là góc $\frac{\pi}{2}$ rad.

Ví dụ 3

a) Đổi từ độ sang radian các số đo sau: $45^\circ; 150^\circ$.

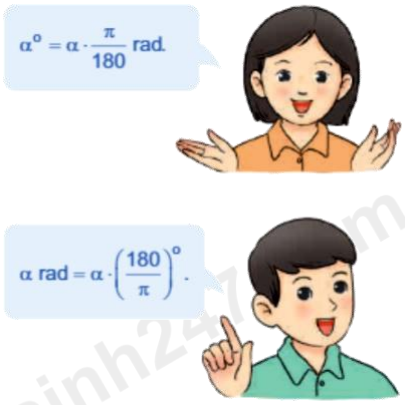
b) Đổi từ radian sang độ các số đo sau: $\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{4}$.

Cách giải:

a) Ta có:

$$45^\circ = 45 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4};$$

$$150^\circ = 150 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{6}.$$



b) Ta có:

$$\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)^0 = 60^\circ;$$

$$\frac{5\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)^0 = 225^\circ.$$

Luyện tập 1

a) Đổi từ độ sang radian các số đo sau: $360^0, -450^0$.

b) Đổi từ radian sang độ các số đo sau: $3\pi, -\frac{11\pi}{5}$.

Cách giải:

a) Ta có:

$360^0 = 360.\frac{\pi}{180} = 2\pi$

$-450^0 = -450.\frac{\pi}{180} = -\frac{5}{2}\pi$

b) Ta có:

$3\pi = 3\pi.\left(\frac{180}{\pi}\right)^0 = 540^0$

$-\frac{11\pi}{5} = -\frac{11\pi}{5}.\left(\frac{180}{\pi}\right)^0 = -396^0$

Chú ý: Dưới đây là bảng tương ứng giữa số đó độ và số đo bằng radian của các góc đặc biệt trong phạm vi từ 0^0 đến 180^0:

Độ	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	120^0	135^0	150^0	180^0
Rađian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π

b. Độ dài cung tròn

HĐ3 Xây dựng công thức tính độ dài của cung tròn

Cho đường tròn bán kính R

a) Độ dài của cung tròn có số bằng 1 rad là bao nhiêu?

b) Tính độ dài l của cung tròn có số đo α rad.

Cách giải:

a) Độ dài của cung tròn có số đo bằng 1 rad là bằng bán kính R.

b) Độ dài l của cung tròn có số đo α rad là: $l = R\alpha$.

Một cung của đường tròn bán kính R và có số đo α *rad* thì có độ dài $l = R\alpha$.

Ví dụ 4 Giải bài toán ở tình huống mở đầu

Cách giải:

Bán kính quỹ đạo của trạm vũ trụ quốc tế là R = 6400 + 400 = 6800 (km).

Đổi $45^0 = 45.\frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$ *rad*

Vậy trong khi được trạm mặt đất theo dõi, trạm ISS đã di chuyển một quãng đường có độ dài là

$l = R\alpha = 6800.\frac{\pi}{4} \approx 5340,708 \approx 5341\,(km)$.

Vận dụng 1

Một máy kéo nông nghiệp với bánh xe sau có đường kính là 184 cm, bánh xe trước có đường kính là 92 cm, xe chuyển động với vận tốc không đổi trên



một đoạn đường thẳng. Biết rằng vận tốc của bánh xe sau trong chuyển động này là 80 vòng/phút.

a) Tính quãng đường đi được của máy kéo trong 10 phút.

b) Tinh vận tốc của máy kéo (theo đơn vị km/giờ).

c) Tính vận tốc của bánh xe trước (theo đơn vị vòng/phút).

Cách giải:

a) Trong 10 phút, bánh xe sau của máy kéo chuyển động được số vòng là: $80.10 = 800$ (vòng)

Một vòng bánh xe sau của máy kéo có độ dài là 92.2π(cm)

Quãng đường đi được của máy kéo trong 10 phút là: $800.92.2\pi \approx 462442$ (cm)

b) Đổi 10 phút = $1/6$ giờ; $462442\,\text{cm} = 4,62442\,\text{km}$

Vận tốc của máy kéo là $4,62442 : 1/6 \approx 28$ (km/giờ)

c) Một vòng bánh xe trước của máy kéo có độ dài là 46.2π(cm).

Số vòng bánh trước quay được là: $462442 : (46.2\pi) \approx 1600$ (vòng).

Vận tốc của bán trước là: $\frac{1600}{10} = 160$ (vòng/phút).