# BÀI GIẢNG: HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG
## CHUYÊN ĐỀ: TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG
## MÔN: TOÁN 8 (KẾT NỐI TRI THỨC)
## GIÁO VIÊN: ĐỖ VĂN BẢO

**MỤC TIÊU**

- ✓ *Phát biểu định nghĩa hai tam giác đồng dạng.*
- ✓ *Nhận biết hai tam giác đồng dạng và giải thích các tính chất.*
- ✓ *Giải thích định lí về trường hợp đồng dạng đặc biệt.*
- ✓ *Áp dụng vào bài tập và thực tế.*

**Bài toán mở đầu:**

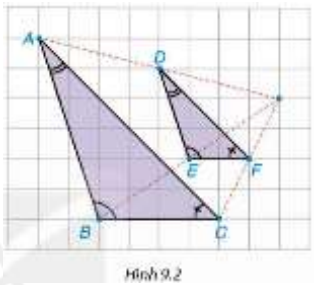
Có một chiếc bóng điện được mắc trên đỉnh (điểm A) của cột đèn thẳng đứng. Để tính chiều cao AB của cột đèn, bác Dương cắm một chiếc cọc gỗ (đoạn CD) thẳng đứng trên mặt đất rồi đo chiều dài bóng của cọc gỗ do ánh đèn điện tạo ra và đo khoảng cách từ điểm E đến chân cột đèn (điểm B) (H.9.1). Theo em, bác Dương đã tính như thế nào để ra được chiều cao cột đèn?



Hình 9.1

## 1 Định nghĩa

**HĐ 1.** Trong Hình 9.2, $\Delta ABC$ và $\Delta DEF$ là hai tam giác có các cạnh tương ứng song song và các góc tương ứng bằng nhau, tức là $AB \parallel DE$, $AC \parallel DF$, $BC \parallel EF$ và $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$



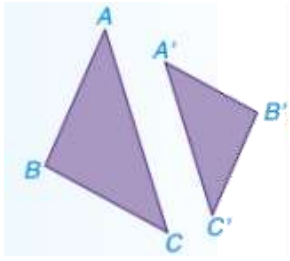
Hình 9.2

Nhìn hình vẽ, hãy cho biết giá trị của các tỉ số sau: $\frac{AB}{DE}; \frac{BC}{EF}; \frac{AC}{DF}$

Tam giác $A'B'C'$ gọi là đồng dạng với tam giác $ABC$ nếu:

$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$; $\angle A' = \angle A$, $\angle B' = \angle B$, $\angle C' = \angle C$

Tam giác $A'B'C'$ đồng dạng với tam giác $ABC$ được kí hiệu là $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ (viết theo thứ tự cặp đỉnh tương ứng).




Tỉ số $k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$ được gọi là tỉ số đồng dạng của $\Delta A'B'C'$ với $\Delta ABC$

+) $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ tỉ số đồng dạng $k$ thì $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ với tỉ số đồng dạng $\frac{1}{k}$

Do vậy khi $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ thì ta nói hai tam giác $A'B'C'$ và $ABC$ đồng dạng với nhau.

+) Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng với nhau theo tỉ số đồng dạng $k=1$

Đặc biệt mọi tam giác đồng dạng với chính nó.

+) Nếu $\Delta A"B"C" \sim \Delta A'B'C'$ với tỉ số đồng dạng $k$ và $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng $m$ thì $\Delta A"B"C' \sim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng $k.m$

**Ví dụ 1:** Cho $\Delta ABC$ và $A'B'C'$ là hai tam giác đều có $AB=4cm, A'B'=3cm$. Chứng minh rằng $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ và tìm tỉ số đồng dạng.

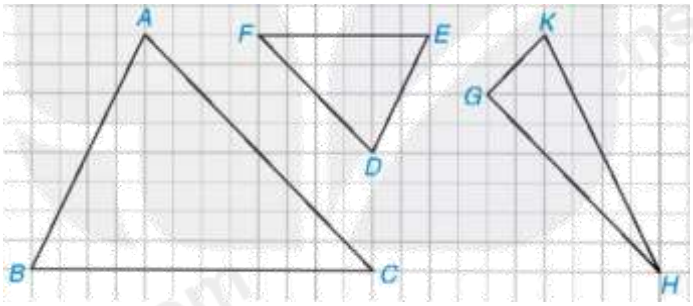
**Cách giải:**

Ta có: $BC=CA=AB=4cm, B'C'=C'A'=A'B'=3cm, \angle A=\angle B=\angle C=60°$ và $\angle A'=\angle B'=\angle C'=60^0$

Do vậy hai tam giác $ABC$ và $A'B'C'$ có: $\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{C'A'}{AC}=\frac{3}{4}$ và $\angle A'=\angle A, \angle B'=\angle B, \angle C'=\angle C$

Vậy $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng $\frac{3}{4}$

**Luyện tập 1:** Trong các tam giác được vẽ trên ô lưới vuông (H.9.3) có một cặp tam giác đồng dạng. Hãy chỉ ra cặp tam giác đó, viết đúng kí hiệu đồng dạng và tìm tỉ số đồng dạng của chúng.




**Cách giải:**

Ta có: $\left.\begin{matrix} AB=2DE, BC=2EF, AC=2DF \\ \angle C=\angle F, \angle A=\angle D, \angle B=\angle E \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DEF \left(k=\frac{AB}{DE}=2\right)$

Vậy $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ với tỉ số đồng dạng 2

**Thử thách nhỏ:** Cho $\Delta ABC \sim \Delta MNP$. Chứng minh rằng:

a) Nếu tam giác $ABC$ cân tại $A$ thì tam giác $MNP$ cân tại đỉnh $M$

b) Nếu tam giác $ABC$ đều thì tam giác $MNP$ đều

c) Nếu $AB \geq AC \geq BC$ thì $MN \geq MP \geq NP$

**Cách giải:**

a) Ta có: $\Delta ABC \sim \Delta MNP$

$\Rightarrow \angle A=\angle M, \angle B=\angle N, \angle C=\angle P$

Tam giác $ABC$ cân tại $A \Rightarrow \angle B=\angle C \Rightarrow \angle N=\angle P$

$\Rightarrow \Delta MNP$ cân tại $M$

b) $\Delta ABC$ đều $\Rightarrow AB=BC=CA$

Mà $\frac{AB}{MN}=\frac{AC}{MP}=\frac{BC}{NP}=k$

$\Rightarrow MN = MP = NP$

Do đó $\Delta MNP$ đều

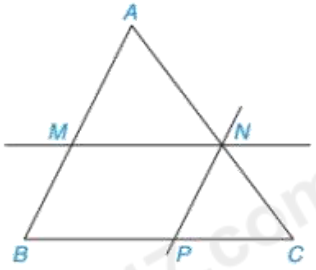
c) Ta có: $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} = k$

$\Rightarrow AB = kMN,\ AC = kMP,\ BC = kNP$

Vì $AB \geq AC \geq BC \Rightarrow kMN \geq kMP \geq kNP \Rightarrow MN \geq MP \geq NP$

## 2 Định lí

**HĐ2.** Cho tam giác $ABC$ và các điểm $M, N$ lần lượt nằm trên các cạnh $AB, AC$ sao cho $MN$ song song với $BC$ như Hình 9.4



Hình 9.4

- Hãy viết các cặp góc bằng nhau của hai tam giác $ABC$ và $AMN$, giải thích vì sao chúng bằng nhau.

- Kẻ đường thẳng đi qua $N$ song song với $AB$ và cắt $BC$ tại $P$. Hãy chứng tỏ $MN = BP$ và suy ra $\frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$

- Tam giác $ABC$ và tam giác $AMN$ có đồng dạng không? Nếu có hãy viết đúng kí hiệu đồng dạng.

**Cách giải:**

**Chú ý:** Định lí Thales: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ (1)

- Ta có: $MN \parallel BC,\ NP \parallel AB$

$$\Rightarrow \begin{cases} \angle BAC = \angle MAN & (2) \\ \angle ABC = \angle AMN \ (dong\ vi) & (3) \\ \angle ACB = \angle ANM \ (dong\ vi) & (4) \end{cases}$$

- Tứ giác $MNPB$ có $MN \parallel BP,\ MB \parallel NP$ nên $MNPB$ là hình bình hành $\Rightarrow MN = BP$

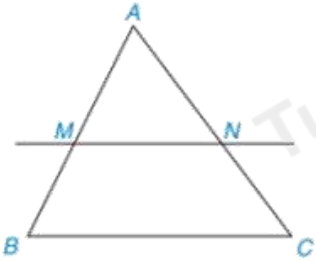
Ta có: $NP \parallel AB \Rightarrow \frac{BP}{BC} = \frac{AN}{AC}$

$\Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$ (theo 1) (5)

Từ (1), (2), (3), (4), (5) do đó $\Delta AMN \sim \Delta ABC$

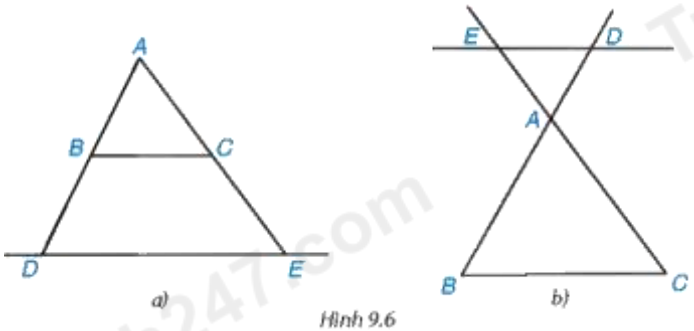
**Tổng quát, ta có định lí sau:**

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với




| | |
|---|---|
| GT | $\Delta ABC,\ MN \parallel BC\ (M \in AB,\ N \in AC)$ |
| KL | $\Delta AMN \sim \Delta ABC$ |

**Chú ý:** Định lí trên vẫn đúng nếu thay bằng đường thẳng cắt phần kéo dài của hai cạnh tam giác. Chẳng hạn, trong Hình 9.6 có $ED \parallel BC$. Khi đó, $\Delta ADE \sim \Delta ABC$



Hình 9.6

**Ví dụ 2:** Trong hình 9.7, trong đó $M, N$ lần lượt là trung điểm của $AB, AC$; $P, Q$ lần lượt là trung điểm của $AM, AN$. Hãy liệt kê tất cả các cặp tam giác (phân biệt) đồng dạng.



Hình 9.7

**Cách giải:**

$\Delta ABC$ có $M, N$ lần lượt là trung điểm của $AB, AC$

nên $MN$ là đường trung bình của $\Delta ABC$

Suy ra $MN \parallel BC \ (1)$

Do đó $\Delta AMN \sim \Delta ABC$

Tương tự $\Delta APQ \sim \Delta AMN \Rightarrow PQ \parallel MN \ (2)$

Từ (1), (2) suy ra $PQ \parallel BC$

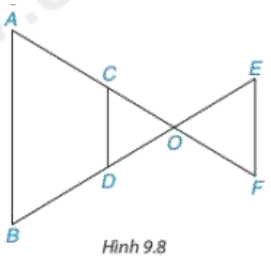
Do đó $\Delta APQ \sim \Delta ABC$

Vậy có các cặp tam giác đồng dạng là $\Delta AMN \sim \Delta ABC, \Delta APQ \sim \Delta AMN, \Delta APQ \sim \Delta ABC$

**Luyện tập 2:** Trong hình 9.8, các đường thẳng $AB, CD, EF$ song song với nhau. Hãy liệt kê ba cặp tam giác (phân biệt)

**Cách giải:**

Ta có: $\begin{cases} CD \parallel AB \Rightarrow \Delta OCD \sim \Delta OAB \\ CD \parallel EF \Rightarrow \Delta OCD \sim \Delta OFE \\ EF \parallel AB \Rightarrow \Delta OEF \sim \Delta OBA \end{cases}$



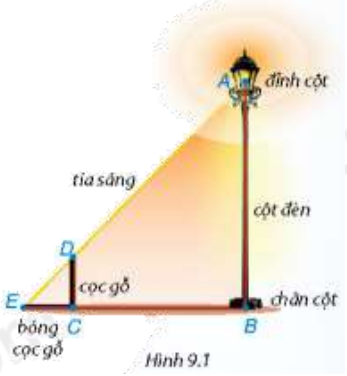
Hình 9.8

**Vận dụng:** Trở lại tình huống mở đầu, hãy giải thích bác Dương đã tính được chiều cao cột đèn như thế nào, biết cọc gỗ cao 1m, $EC = 80\text{cm}$ và $EB = 4\text{m}$.

**Cách giải:**

Vì $DC \parallel AB (CD \perp EB; AB \perp EB) \Rightarrow \Delta EDC \sim \Delta EBA \Rightarrow \dfrac{CD}{BA} = \dfrac{EC}{EB}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{BA} = \dfrac{0,8}{4} \Rightarrow BA = \dfrac{4.1}{0,8} = 5(\text{m})$



Hình 9.1

## ĐỀ BÀI

**Câu 1:** Cho $\Delta ABC \sim \Delta MNP$, khẳng định nào sau đây **không đúng**?

**A.** $\Delta MNP \sim \Delta ABC$. **B.** $\Delta BCA \sim \Delta NPM$. **C.** $\Delta CAB \sim \Delta PMN$. **D.** $\Delta ACB \sim \Delta MNP$.

**Câu 2:** Khẳng định nào sau đây đúng?

**a.** Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng với nhau.

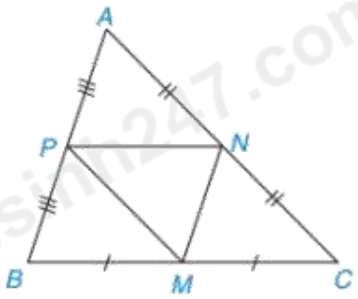
**b.** Hai tam giác bất kì đồng dạng với nhau.

**c.** Hai tam giác đều bất kì đồng dạng với nhau.

**d.** Hai tam giác vuông bất kì đồng dạng với nhau.

**e.** Hai tam giác đồng dạng thì bằng nhau.

**Câu 3:** Trong hình 9.9, $ABC$ là tam giác không cân; $M$, $N$, $P$ lần lượt là trung điểm của $BC, CA, AB$. Hãy tìm trong hình năm tam giác khác nhau mà chúng đôi một đồng dạng với nhau. Giải thích vì sao chúng đồng dạng.



Hình 9.9

**Câu 4:** Cho tam giác $ABC$ cân tại đỉnh $A$ và tam giác $MNP$ cân tại đỉnh $M$. Biết rằng $\angle BAC = \angle PMN$, $AB = 2MN$. Chứng minh $\Delta MNP \sim \Delta ABC$ và tìm tỉ số đồng dạng.

**Câu 5:** Tam giác vuông $ABC$ vuông tại $A$ và $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$. Biết $AB = 4cm,\ AC = 6cm,\ A'B' = 6cm$

a) Tìm tỉ số đồng dạng

b) Tính $A'C'$

c) Tính tỉ số diện tích $\Delta ABC, \Delta A'B'C'$ và nhận xét liên hệ với tỉ số đồng dạng

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1:** Cho $\Delta ABC \sim \Delta MNP$, khẳng định nào sau đây **không đúng**?

**A.** $\Delta MNP \sim \Delta ABC$. **B.** $\Delta BCA \sim \Delta NPM$. **C.** $\Delta CAB \sim \Delta PMN$. **D.** $\Delta ACB \sim \Delta MNP$.

**Cách giải:**

Rõ ràng $\Delta ABC \sim \Delta MNP$ nên đáp án D là sai.

**Chọn D.**

**Câu 2:** Khẳng định nào sau đây đúng?

**a.** Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng với nhau.

**b.** Hai tam giác bất kì đồng dạng với nhau.

**c.** Hai tam giác đều bất kì đồng dạng với nhau

**d.** Hai tam giác vuông bất kì đồng dạng với nhau.

**e.** Hai tam giác đồng dạng thì bằng nhau.

**Cách giải:**

Các khẳng định đúng là:

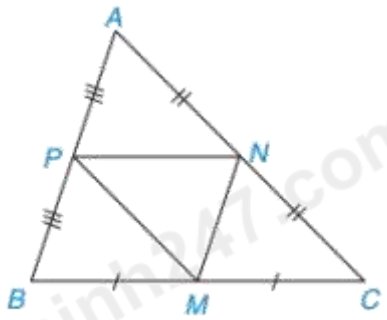
Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng với nhau.

Hai tam giác đều bất kì bằng nhau.

**Câu 3:** Trong hình 9.9, $ABC$ là tam giác không cân; $M$, $N$, $P$ lần lượt là trung điểm của $BC, CA, AB$. Hãy tìm trong hình năm tam giác khác nhau mà chúng đôi một đồng dạng với nhau. Giải thích vì sao chúng đồng dạng.

**Cách giải:**

Ta có: $MN$, $NP$, $PM$ là các đường trung bình của $\Delta ABC \Rightarrow \begin{cases} MN \parallel AB \\ PN \parallel BC \\ MP \parallel CA \end{cases}$



Hình 9.9

Lại có: $\begin{cases} MN \parallel AB \Rightarrow \Delta CMN \sim \Delta CBA \\ PN \parallel BC \Rightarrow \Delta APN \sim \Delta ABC \\ MP \parallel CA \Rightarrow \Delta BMP \sim \Delta BCA \end{cases}$

Tứ giác $MPBN$ là hình bình hành nên $\Delta PBM = \Delta MNP \left(c.c.c\right)$

$\Rightarrow \Delta PBM \sim \Delta MNP$

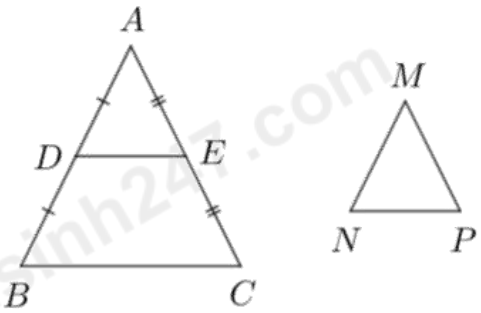
Tương tự ta có: $\Delta PBM = \Delta NMC \left(c.g.c\right) \Rightarrow \Delta PBM \sim \Delta NMC$

**Câu 4:** Cho tam giác $ABC$ cân tại đỉnh $A$ và tam giác $MNP$ cân tại đỉnh $M$. Biết rằng $\angle BAC = \angle PMN$, $AB = 2MN$. Chứng minh $\Delta MNP \sim \Delta ABC$ và tìm tỉ số đồng dạng.

**Cách giải:**

Ta có: $\Delta ABC$ cân tại $A$ nên $\angle B = \angle C = \dfrac{180^0 - \angle A}{2}$

$\Delta MNP$ cân tại $M$ nên $\angle N = \angle P = \dfrac{180^0 - \angle M}{2}$




Mà $\angle A = \angle M \Rightarrow \angle B = \angle C = \angle N = \angle P$

Ngoài ra, $AB = AC$, $MP = MN$, $AB = 2MN$ (1)

Mà $AB = AC \Rightarrow AC = 2MP$ (2)

Vẽ $D \in AB, DA = DB, E \in AC, EA = EC$

$\Rightarrow DE$ là đường trung bình của $\Delta ABC \Rightarrow \Delta ADE \sim \Delta ABC$ (định lý)

Ta có: $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{DE}{BC} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow BC = 2DE$

Xét $\Delta ADE$ và $\Delta MNP$ có: $\begin{cases} \angle A = \angle M \ (gt) \\ AD = MN = \dfrac{1}{2}AB \Rightarrow \Delta ADE = \Delta MNP \ (c.g.c) \\ AE = MP = \dfrac{1}{2}AC \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta ADE \sim \Delta MNP \Rightarrow DE = NP$

$\Rightarrow BC = 2DE = 2NP \ (3)$

Từ (1), (2), (3) suy ra $\Delta MNP \sim \Delta ABC$ theo tỉ số đồng dạng $k = \dfrac{MN}{AB} = \dfrac{1}{2}$

**Câu 5:** Tam giác vuông $ABC$ vuông tại $A$ và $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$. Biết $AB = 4cm,\ AC = 6cm,\ A'B' = 6cm$

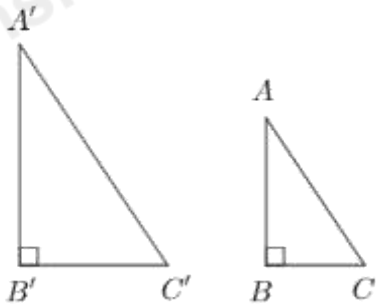
a) Tìm tỉ số đồng dạng

b) Tính $A'C'$

c) Tính tỉ số diện tích $\Delta ABC,\ \Delta A'B'C'$ và nhận xét liên hệ với tỉ số đồng dạng

**Cách giải:**

a) Ta có: $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C',\ k = \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$




b) Ta có: $\dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'} \Rightarrow \dfrac{4}{6} = \dfrac{6}{A'C'} \Rightarrow A'C' = \dfrac{6 \times 6}{4} = 9 \ (cm)$

c) Ta có:

$S_{ABC} = \dfrac{4.6}{2} = 12 \ (cm^2)$

$S_{A'B'C'} = \dfrac{6.9}{2} = 27 \ (cm^2)$

$\Rightarrow \dfrac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \dfrac{12}{27} = \dfrac{4}{9} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^2$