BÀI GIẢNG: TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ
CHUYÊN ĐỀ: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ
MÔN: TOÁN 12
GIÁO VIÊN: NGÔ VĂN TOẢN

MỤC TIÊU

- ✓ *Phát biểu được định nghĩa hàm số đồng biến, nghịch biến trên một khoảng.*
- ✓ *Phát biểu được định lý về mối quan hệ giữa dấu của đạo hàm và tính đồng biến, nghịch biến của hàm số trên một khoảng.*
- ✓ *Từ đồ thị, bảng biến thiên của hàm số tìm được khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.*
- ✓ *Biết cách lập bảng xét dấu đạo hàm của hàm số tìm được khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.*

ÔN LẠI BÀI CŨ

Câu 1: Đạo hàm của hàm số $y = 2\log_2 x\ (x>0)$ là

A. $y' = \dfrac{1}{x\ln 2}$. **B.** $y' = \dfrac{2}{x}$. **C.** $y' = \dfrac{2}{\ln 2}$. **D.** $y' = \dfrac{2}{x\ln 2}$.

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{2x}{x-1}$ tại điểm $x=-1$

A. $f'(-1)=1$. **B.** $f'(-1) = -\dfrac{1}{2}$. **C.** $f'(-1) = -2$. **D.** $f'(-1) = 0$.

Câu 3: Tính đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{1}{x^2-2x+5}$

A. $y' = \dfrac{2x-2}{(x^2-2x+5)^2}$. **B.** $y' = \dfrac{-2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$.

C. $y' = (2x-2)(x^2-2x+5)$. **D.** $y' = \dfrac{1}{2x-2}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = 5\sin x - 7\cos(x^2-3)$ có đạo hàm bằng

A. $y' = 5\cos x + 14x.\sin(x^2-3)$.

B. $y' = 5\cos x - 14x.\sin(x^2-3)$.

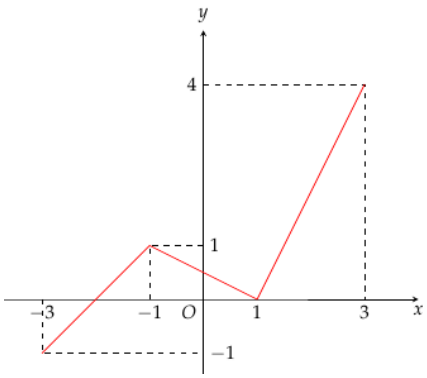
C. $y' = 5\cos x + 7\sin(x^2-3)$.

D. $y' = 5\cos x - 7\sin(x^2-3)$.

Câu 5: Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{\sin x}$

A. $y' = \cos x.e^{\sin x}$. **B.** $y' = e^{\cos x}$. **C.** $y' = \sin x.e^{\sin x - 1}$. **D.** $y' = \cos x.e^{\sin x}$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$ và $(1;4)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$.

D. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y	$-\infty$ ↗	4 ↘	2 ↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$. Khẳng định a), b), c), d) dưới đây đúng hay sai?

a) Tập giá trị của hàm số là $\mathbb{R}$

b) $y' = 2x - 4$

c) $y' > 0$ khi $x \in (2;+\infty)$, $y' < 0$ khi $x \in (-\infty;2)$

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$, hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$

I. LÝ THUYẾT

1 Định lý

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên tập $K \subset \mathbb{R}$, trong đó K là một khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng.

- Nếu $f'(x) > 0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K

- Nếu $f'(x) < 0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K

Tổng quát:

Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên tập $K\subset\mathbb{R}$, trong đó K là một khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng. Nếu $f'(x)\geq 0$ (hoặc $f'(x)\leq 0$) với mọi x thuộc K và $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm của K thì hàm số $f(x)$ đồng biến (hoặc nghịch biến) trên K

2 Cách xét dấu đạo hàm để tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số

Để xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $y=f(x)$, ta có thể thực hiện các bước sau:

Bước 1. Tìm tập xác định của hàm số $y=f(x)$

Bước 2. Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm các điểm $x_i\,(i=1,2,\ldots,n)$ mà tại đó hàm số có đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại

Bước 3. Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng xét dấu đạo hàm (bảng biến thiên)

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

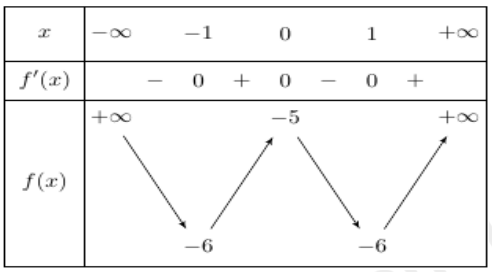
1 Dạng 1. Đọc đồ thị, bảng biến thiên của hàm số chỉ ra khoảng đơn điệu

Phương pháp:

- Cho bảng biến thiên hàm số, bảng xét dấu đạo hàm, ta dựa vào dấu của đạo hàm để xác định khoảng đồng biến, nghịch biến

- Cho đồ thị hàm số, ta nhìn từ trái sang phải để xác định vùng đồ thị "đi lên, đi xuống" để tìm khoảng đồng biến nghịch biến

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$	$+\infty$	↘	4	↗ $+\infty$

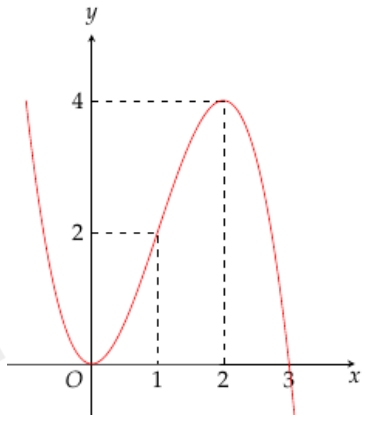
A. $(-1;1)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$	

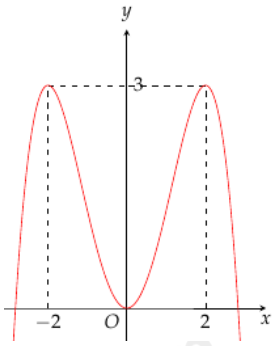
A. $(-1;1)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



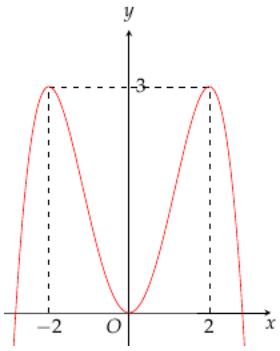
A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(0;2)$.

2 Dạng 2. Cho đồ thị của $f'(x)$. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số $f(x)$

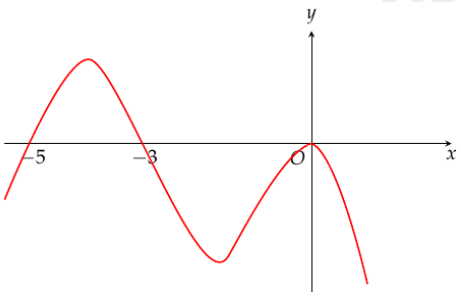
Phương pháp: Từ đồ thị của đạo hàm, ta lập bảng xét dấu đạo hàm:

1) Nghiệm của $f'(x)=0$ là hoành độ giao điểm của đồ thị đạo hàm và trục Ox

2) Xác định dấu của đạo hàm (đồ thị nằm trên Ox thì đạo hàm nhận dấu dương, đồ thị nằm dưới Ox thì đạo hàm nhận dấu âm)

3) Kết luận

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

3 Dạng 3. Cho công thức của $f(x)$, $f'(x)$ tìm khoảng đơn điệu

Bước 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = f(x)$

Bước 2: Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm các điểm $x_i (i = 1, 2, \ldots, n)$ mà tại đó hàm số có đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại

Bước 3: Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng xét dấu đạo hàm (bảng biến thiên)

Bước 4: Căn cứ vào bảng biến thiên, nêu kết luận về các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số

Câu 17: Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số sau:

a) $y = x^4 - 2x^2$

b) $y = -x^3 - 3x + 5$

c) $y = -x^3 + 5$

d) $y = x - \sin x$

Câu 18: Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số sau:

a) $y = \dfrac{x+1}{x-1}$

b) $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

c) $y = \sqrt{4 - x^2}$

d) $y = e^{x^2 - 2x}$

e) $y = \ln\left(x^2 + 2x\right)$

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = (x+1)(x-2)^2(x-3)^3$. Xác định khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số

Câu 20: Giả sử số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 2000 được mô tả bởi hàm số

$$N(t) = \frac{25t + 10}{t + 5},\ t \geq 0$$

Trong đó $N(t)$ được tính bằng nghìn người.

a) Tính số dân của thị trấn đó vào các năm 2000 và 2015.

b) Tính đạo hàm $N'(t)$ và $\lim\limits_{t \to +\infty} N(t)$. Từ đó, giải thích tại sao số dân của thị trấn đó luôn tăng nhưng sẽ không vượt quá một ngưỡng nào đó.

Câu 21: Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau:

$$v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$$

(v được tính bằng $ft/s, 1 feet = 0,3048m$)

Hỏi gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian nào tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi?

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Đạo hàm của hàm số $y = 2\log_2 x\ (x>0)$ là

A. $y' = \dfrac{1}{x\ln 2}$. **B.** $y' = \dfrac{2}{x}$. **C.** $y' = \dfrac{2}{\ln 2}$. **D.** $y' = \dfrac{2}{x\ln 2}$.

Cách giải:

Áp dụng công thức tính đạo hàm: $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x\ln a}$

Suy ra $y' = 2.\dfrac{1}{x\ln 2} = \dfrac{2}{x\ln 2}$

Chọn D.

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{2x}{x-1}$ tại điểm $x=-1$

A. $f'(-1) = 1$. **B.** $f'(-1) = -\dfrac{1}{2}$. **C.** $f'(-1) = -2$. **D.** $f'(-1) = 0$.

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có: $f'(x) = \dfrac{-2}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(-1) = -\dfrac{1}{2}$

Chọn B.

Câu 3: Tính đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{1}{x^2-2x+5}$

A. $y' = \dfrac{2x-2}{(x^2-2x+5)^2}$. **B.** $y' = \dfrac{-2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$.

C. $y' = (2x-2)(x^2-2x+5)$. **D.** $y' = \dfrac{1}{2x-2}$.

Cách giải:

Ta có: $y' = \dfrac{-(x^2-2x+5)'}{(x^2-2x+5)^2} = \dfrac{-2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$

Chọn B.

Câu 4: Cho hàm số $y=5\sin x-7\cos\left(x^2-3\right)$ có đạo hàm bằng

A. $y'=5\cos x+14x.\sin\left(x^2-3\right)$.

B. $y'=5\cos x-14x.\sin\left(x^2-3\right)$.

C. $y'=5\cos x+7\sin\left(x^2-3\right)$.

D. $y'=5\cos x-7\sin\left(x^2-3\right)$.

Cách giải:

Ta có: $y=5\sin x-7\cos\left(x^2-3\right)$

$\Rightarrow y'=5\cos x+7\left(x^2-3\right)'\sin\left(x^2-3\right)=5\cos x+14x\sin\left(x^2-3\right)$

Chọn A.

Câu 5: Tính đạo hàm của hàm số $y=e^{\sin x}$

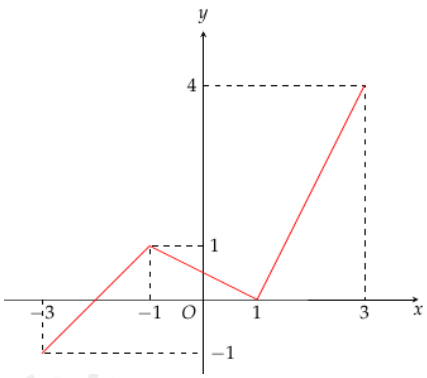
A. $y'=\cos x.e^{\sin x}$. **B.** $y'=e^{\cos x}$. **C.** $y'=\sin x.e^{\sin x-1}$. **D.** $y'=\cos x.e^{\sin x}$.

Cách giải:

Ta có: $y'=(\sin x)'.e^{\sin x}=\cos x.e^{\sin x}$

Chọn D.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $[-3;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$ và $(1;4)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$.

D. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$.

Chọn C.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow 2$	$\nearrow +\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Chọn C.

Câu 8: Cho hàm số $y=x^2-4x+3$. Khẳng định a), b), c), d) dưới đây đúng hay sai?

a) Tập giá trị của hàm số là $\mathbb{R}$

b) $y'=2x-4$

c) $y'>0$ khi $x\in(2;+\infty)$, $y'<0$ khi $x\in(-\infty;2)$

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$, hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$

Cách giải:

Ta có: $y'=2x-4$ nên b) Đúng

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Do đó tập giá trị của hàm số là $(-1;+\infty)$

Suy ra a) đúng

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$, hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$ nên d) đúng

Ta có: $y'>0\Leftrightarrow 2x-4>0\Leftrightarrow x>2$

$y'<0\Leftrightarrow 2x-4<0\Leftrightarrow x<2$

Do đó c) đúng

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-6	$\nearrow$	-5	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

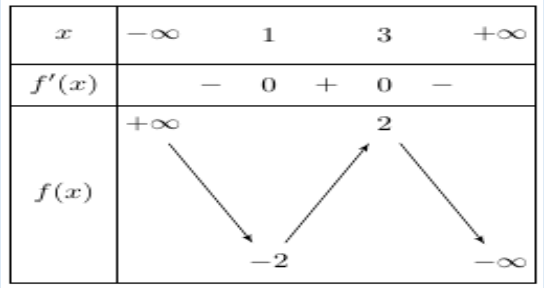
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Cách giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Chọn B.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



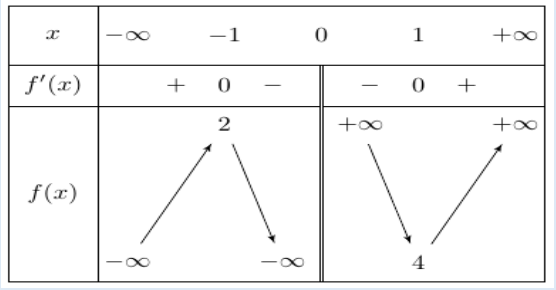
A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(1;3)$.

Cách giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

Chọn D.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



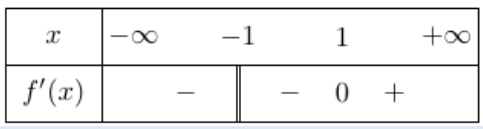
A. $(-1;1)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(0;1)$.

Cách giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

Chọn D.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



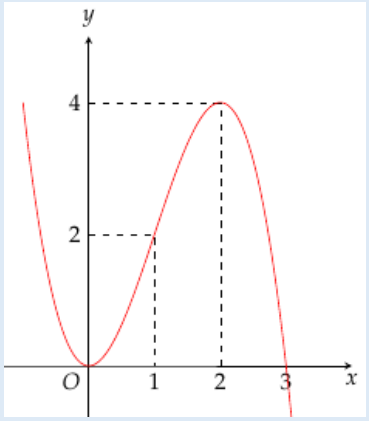
A. $(-1;1)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(0;1)$.

Cách giải:

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;1)$.

Chọn D.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



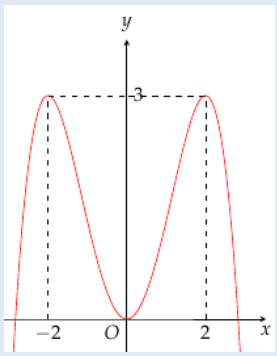
A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Chọn D.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



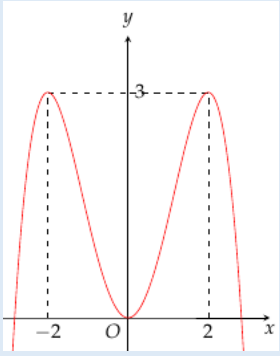
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Chọn C.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



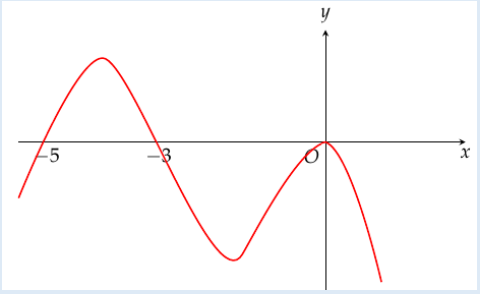
A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(0;2)$.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Chọn A.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Cách giải:

Bảng xét dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$		-5		-3		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-5)$ và $(-3;+\infty)$

Hàm số đồng biến trên $(-5;-3)$

Chọn C.

Câu 17: Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số sau:

a) $y=x^4-2x^2$

b) $y=-x^3-3x+5$

c) $y=-x^3+5$

d) $y=x-\sin x$

Cách giải:

a) TXĐ $D=\mathbb{R}$

$y'=4x^3-4x$

$y'=0\Leftrightarrow 4x\left(x^2-1\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$

b) TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y'=-3x^2-3<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Do đó hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

c) TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y'=-3x^2\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$

Dấu "=" xảy ra tại $x=0$

Do đó hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

d) TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y'=1-\cos x\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Dấu "=" xảy ra khi $\cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

Do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 18: Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số sau:

a) $y=\dfrac{x+1}{x-1}$

b) $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$

c) $y=\sqrt{4-x^2}$

d) $y=e^{x^2-2x}$

e) $y=\ln\left(x^2+2x\right)$

Cách giải:

a) TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

$y'=\dfrac{-2}{(x-1)^2}<0,\ \forall x\ne 1$

Do đó hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

b) TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

$y' = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right. (TM)$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-1	↘	$-\infty$	↗	3	↘	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$

Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$ và $(1;2)$

c) TXĐ: $D = [-2;2]$

$y' = \dfrac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}}$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \ (TM)$

Bảng xét dấu:

x	-2		0		2
y'		$+$	0	$-$	

Hàm số đồng biến trên $(-2;0)$ và nghịch biến trên $(0;2)$

d) TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$y' = e^{x^2-2x}(x^2-2x)' = (2x-2)e^{x^2-2x}$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và đồng biến trên $(1;+\infty)$

e) ĐKXĐ: $x^2 + 2x > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 0 \\ x < -2 \end{array}\right.$

$D = (-\infty;-2) \cup (0;+\infty)$

$$y' = \frac{\left(x^2+2x\right)'}{x^2+2x} = \frac{2x+2}{x^2+2x}$$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \notin D$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	‖		‖	$+$	

Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;-2)$

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = (x+1)(x-2)^2(x-3)^3$. Xác định khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số

Cách giải:

a) TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$

Hàm số nghịch biến trên $(-1;3)$.

Câu 20: Giả sử số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 2000 được mô tả bởi hàm số

$$N(t) = \frac{25t+10}{t+5},\ t \geq 0$$

Trong đó $N(t)$ được tính bằng nghìn người.

a) Tính số dân của thị trấn đó vào các năm 2000 và 2015.

b) Tính đạo hàm $N'(t)$ và $\lim\limits_{t\to+\infty} N(t)$. Từ đó, giải thích tại sao số dân của thị trấn đó luôn tăng nhưng sẽ không vượt quá một ngưỡng nào đó.

Cách giải:

a) Ta có: $N(2000) = \frac{25.2000+10}{2000+5} \approx 24,93$ (nghìn người)

$N(2015) = \frac{25.2015+10}{2015+5} \approx 24,94$ (nghìn người)

b) Ta có: $N'(t) = \frac{115}{(t+5)^2}$

$$\lim_{t\to+\infty} N(t) = \lim_{t\to+\infty} \frac{25t+10}{t+5} = \lim_{t\to+\infty} \frac{25+\frac{10}{t}}{1+\frac{5}{t}} = 25$$

Do đó $N'(t) > 0,\ \forall t \geq 0$

Suy ra hàm số $N(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$

Do đó số dân của thị trấn luôn tăng

Bảng biến thiên của $N(t)$:

t	0		$+\infty$
$N'(t)$		$+$	
$N(t)$	2	↗	$+\infty$

Suy ra $N(t) < 25$ (nghìn người)

Câu 21: Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau:

$$v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$$

(v được tính bằng ft/s, $1\,feet = 0,3048m$)

Hỏi gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian nào tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi?

Cách giải:

a) Ta có: $a(t) = v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t\ (0 < t < 126)$

$a'(t) = 0,007812t - 0,18058 = 0 \Leftrightarrow t \approx 23,11$

Bảng xét dấu:

t	0		23.11		$+\infty$
$a'(t)$		$-$	0	$+$	

Do đó $a(t)$ đồng biến trên $(23,11;126)$ hay gia tốc của tàu tăng từ $23,11(s)$ đến $126(s)$