BÀI GIẢNG: ĐƠN ĐIỆU HÀM HỢP, HÀM TRỊ TUYỆT ĐỐI (TIẾT 1)
CHUYÊN ĐỀ: HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM
MÔN: TOÁN 12
GIÁO VIÊN: NGUYỄN HOÀNG TÙNG

MỤC TIÊU

✓ *Bài toán đơn điệu hàm hợp, hàm ẩn, hàm trị tuyệt đối*

Tổng quát $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên $\left(\alpha,\beta\right)$

+ Nếu $f\left(x\right)\ge 0\forall x\in\left(\alpha,\beta\right)$ thì $y=f\left(x\right),y'=f'\left(x\right)\ge 0$

Ta giải hệ $\begin{cases}f\left(x\right)\ge 0\ \forall x\in\left(\alpha,\beta\right)\\ f'\left(x\right)\ge 0\ \forall x\in\left(\alpha,\beta\right)\end{cases}\Leftrightarrow\boxed{\begin{cases}f\left(\alpha\right)\ge 0\ \forall x\in\left(\alpha,\beta\right)\\ f'\left(x\right)\ge 0\ \forall x\in\left(\alpha,\beta\right)\end{cases}}$ (*)

+ Nếu $f\left(x\right)\le 0\forall x\in\left(\alpha,\beta\right)$ thì $y=-f\left(x\right),y'=-f'\left(x\right)\ge 0\Leftrightarrow f'\left(x\right)\le 0$

Ta giải hệ $\begin{cases}f\left(x\right)\le 0\ \forall x\in\left(\alpha,\beta\right)\\ f'\left(x\right)\le 0\ \forall x\in\left(\alpha,\beta\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\max\limits_{(\alpha,\beta)}f\left(x\right)\le 0\\ f'\left(x\right)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\boxed{\begin{cases}f\left(\alpha\right)\le 0\ \forall x\in\left(\alpha,\beta\right)\\ f'\left(x\right)\le 0\ \forall x\in\left(\alpha,\beta\right)\end{cases}}$ (**)

ĐỀ BÀI

Dạng 3: Hàm ẩn và phương pháp giả lập hàm $f'\left(x\right)$

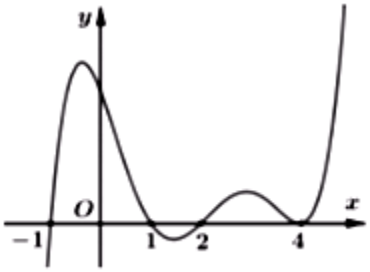
Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f\left(x\right)$		↘		↗		↗	

Tìm các khoảng nghịch biến của hàm số $y=f\left(-2x+6\right)$

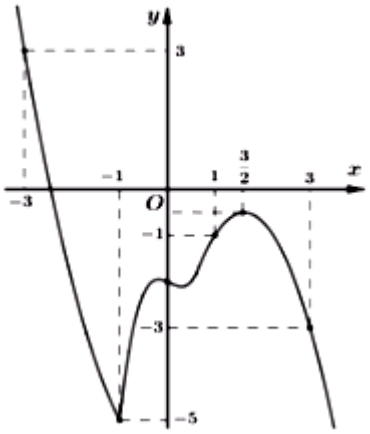
Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Hàm số $y=g(x)=f(2x-4)$ nghịch biến trên khoảng nào?



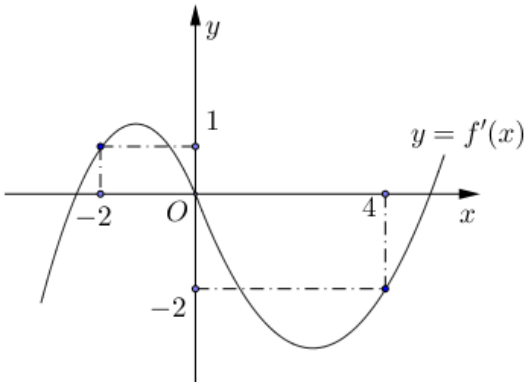
Dạng 4: Hàm ẩn và tương giao đồ thị

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên.



Tìm các khoảng đồng biến của hàm số $g(x)=2f(x)+x^2+2x-2019$.

Câu 4. (Đề Tham Khảo 2020 - Lần 1) Cho hàm số $y=f(x)$ Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x)=f(1-2x)+x^2-x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?



A. $\left(1,\frac{3}{2}\right)$ **B.** $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ **C.** $(-2,-1)$ **D.** $(2,3)$

Dạng 5. Hàm chứa dấu trị tuyệt đối

Câu 5. (DGNL) Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\left|x^3-mx^2+12x+2m\right|$ luôn đồng biến trên khoảng $(1,+\infty)$?

A. 19 **B.** 20 **C.** 21. **D.** 18

Câu 6. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-8,8)$ sao cho hàm số $y=\left|-2x^3+3mx-2\right|$ đồng biến trên khoảng $(1,+\infty)$?

A. 10 . **B.** 9 . **C.** 8 . **D.** 11 .

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f\left(x\right)$		↘		↗		↗	

Tìm các khoảng nghịch biến của hàm số $y=f\left(-2x+6\right)$

Cách giải:

$y=f(-2x+6)$

$y'=-2.f'(-2x+6)\le 0$

$\Leftrightarrow f'(-2x+6)\ge 0$

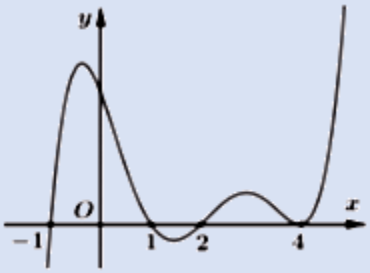
Ta có $f'\left(x\right)=x\left(x-2\right)^2$

$\Rightarrow f'(-2x+6)=(-2x+6).(-2x+6-2)^2=(-2x+6).(-2x+4)^2$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f'\left(-2x+6\right)$		$+$	0	$-$	

Vậy hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty,3\right)$

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=g(x)=f(2x-4)$ nghịch biến trên khoảng nào?

Cách giải:

$g'\left(x\right)=2f'\left(2x-4\right)\le 0\Leftrightarrow f'\left(2x-4\right)\le 0$

Ta có $f'(x)=(x+1)(x-1)(x-2)$

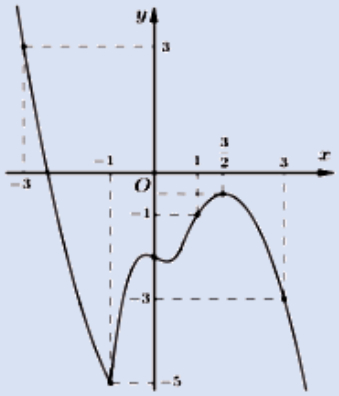
$\Rightarrow f'(2x-4)=(2x-3)(2x-5)(2x-6)$

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{2}$		3		$+\infty$
$f'(2x-4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty,\frac{3}{2}\right),\left(\frac{5}{2},3\right)$

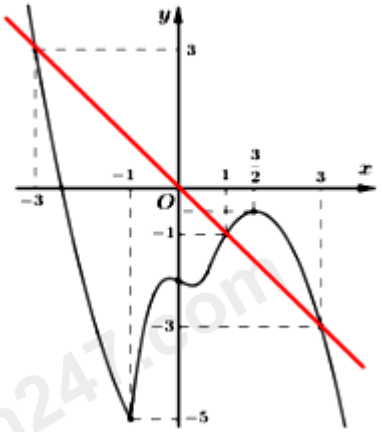
Dạng 4: Hàm ẩn và tương giao đồ thị

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên.



Tìm các khoảng đồng biến của hàm số $g(x)=2f(x)+x^2+2x-2019$.

Cách giải:



$g(x)=2f(x)+x^2+2x-2019$

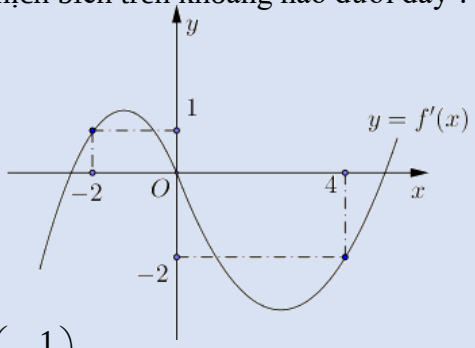
$\Rightarrow g'(x)=2f'(x)+2x+2\geq 0$

$\Leftrightarrow f'(x)\geq -x-1 \quad (1)$

Bài toán quy về tương giao giữa $(C): y=f(x)$ và $y=-x-1$

Quan sát đồ thị ta có $(1)\Leftrightarrow x\in(-\infty,-3)\cup(1,3)$

Câu 4. (Đề Tham Khảo 2020 - Lần 1) Cho hàm số $y=f(x)$ Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x)=f(1-2x)+x^2-x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?



A. $\left(1,\frac{3}{2}\right)$ **B.** $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ **C.** $(-2,-1)$ **D.** $(2,3)$

Cách giải:

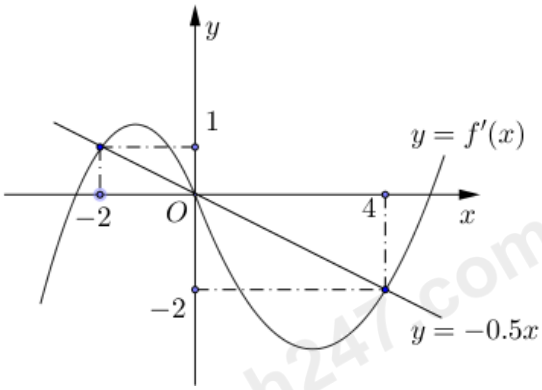
$g(x)=f(1-2x)+x^2-x$

$\Rightarrow g'(x)=f'(1-2x).(-2)+2x-1\le 0$

$\Leftrightarrow f'(1-2x)\ge \dfrac{1-2x}{2}$

Đặt $t=1-2x\Rightarrow f'(t)\ge -\dfrac{t}{2}=h(t)$

Ta được bài toán tương giao của $y=f(x)$ và $(d):y=h(t)=-\dfrac{t}{2}$



Vậy $t\in(-2,0)\cup(4,+\infty)\Rightarrow(1-2x)\in(-2,0)\cup(4,+\infty)$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}-2<1-2x<0\\1-2x>4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{2}<x<\dfrac{3}{2}\\x<-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$

Dạng 5. Hàm chứa dấu trị tuyệt đối

Câu 5. (DGNL) Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\left|x^3-mx^2+12x+2m\right|$ luôn đồng biến trên khoảng $(1,+\infty)$?

A. 19 **B.** 20 **C.** 21. **D.** 18

Cách giải:

$f(x)=x^3-mx^2+12x+2m$

$f'(x)=3x^2-2mx+12$

$f(1)=m+13$

TH1: $\left\{\begin{array}{l}m+12\ge 0\\3x^2-2mx+12\ge 0\ \forall x\in(1,+\infty)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m\ge -13\\2mx\le 3x^2+12\ \forall x\in(1,+\infty)\end{array}\right.$ (1)

Ta có $2mx\le 3x^2+12\ \forall x\in(1,+\infty)$

$\Leftrightarrow m\le\dfrac{3x^2+12}{x}\ \forall x\in(1,+\infty)$

$\Leftrightarrow m\le\min\limits_{(1,+\infty)}h(x)$ với $h(x)=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{6}{x}\Rightarrow h'(x)=\dfrac{3}{2}-\dfrac{6}{x^2}$

$h'(x)=0\Leftrightarrow x=2$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$h'(x)$			$-\ 0\ +$	
$h(x)$			6	

$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -13 \\ m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow -13 \leq m \leq 6$ nên có 20 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

TH2: $\begin{cases} m+13 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -13 \\ 3x^2 - 2mx + 12 \leq 0 \ \forall x \in (1,+\infty) \end{cases}$

Ta có $3x^2 - 2mx + 12 \leq 0 \ \forall x \in (1,+\infty) \Leftrightarrow m \geq \dfrac{3x^2+12}{2x} = h(x) \Rightarrow m \geq \max\limits_{(1,+\infty)} h(x)$

$h(x) = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{6}{x} \Rightarrow h'(x) = \dfrac{3}{2} - \dfrac{6}{x^2} \Rightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$
$h(x)$		$\searrow$	6	$\nearrow$

$\Rightarrow m \leq \infty \Rightarrow$ vô lý

Vậy có tất cả 20 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 6. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-8,8)$ sao cho hàm số $y = \left|-2x^3 + 3mx - 2\right|$ đồng biến trên khoảng $(1,+\infty)$?

A. 10 . **B.** 9 . **C.** 8 . **D.** 11 .

Cách giải:

TH1: $\begin{cases} 3m - 4 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \dfrac{4}{3} \\ -6x^2 + 3m \geq 0 \ \forall x \in (1,+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2x^2 = h(x) \ \forall x \in (1,+\infty) \Rightarrow m \geq +\infty$ (vô lý)

TH2: $\begin{cases} 3m - 4 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \dfrac{1}{3} \\ -6x^2 + 3m \leq 0 \ \forall x \in (1,+2) \end{cases} \Rightarrow m \leq 2x^2 = h(x) \quad \forall x \in (1;+\infty)$

$\Rightarrow m \leq \min\limits_{x \in (1;+\infty)} h(x)$

$\Rightarrow m \leq 2$

Kết hợp $m \leq \dfrac{4}{3} \Rightarrow m \leq \dfrac{4}{3}$

Vậy có 10 giá trị nguyên của m thỏa mãn.