BÀI GIẢNG: MỞ ĐẦU VỀ ĐƯỜNG TRÒN

CHUYÊN ĐỀ: ĐƯỜNG TRÒN

MÔN: TOÁN 9 NÂNG CAO

GIÁO VIÊN: CÔ NGUYỄN THỊ YẾN

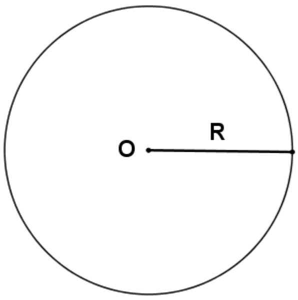
MỤC TIÊU

- ✓ *Khái niệm đường tròn.*
- ✓ *Mối liên hệ giữa điểm với đường tròn (điểm nằm trong, nằm ngoài, nằm trên đường tròn).*
- ✓ *Tính chất đối xứng của đường tròn.*
- ✓ *Các dạng toán:*
  Chứng minh các điểm cho trước cùng nằm trên một đường tròn.
  Xác định vị trí tương đối của một điểm với đường tròn.

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Đường tròn

Tập hợp các điểm cách điểm O cố định một khoảng bằng R không đổi (R> 0) là đường tròn tâm O có bán kính R. Kí hiệu: (O) hoặc (O;R).



2 Vị trí tương đối của điểm M và đường tròn (O;R)

Vị trí tương đối	Hệ thức
M nằm trên đường tròn (O;R)	OM = R
M nằm trong đường tròn (O;R)	OM < R
M nằm ngoài đường tròn (O;R)	OM > R

3 Sự xác định một đường tròn

- Một đường tròn hoàn toàn xác định khi biết tâm và xác định
- Qua ba điểm không thẳng hàng ta vẽ được một và chỉ một đường tròn.
  Đường tròn đi qua ba đỉnh của một tam giác gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác đó.

4 Tính chất đối xứng của đường tròn

- Đường tròn là hình có tâm đối xứng và trục đối xứng.
- Tâm đối xứng là tâm đường tròn.
- Trục đối xứng là bất kì đường kính nào.

B. BÀI TẬP

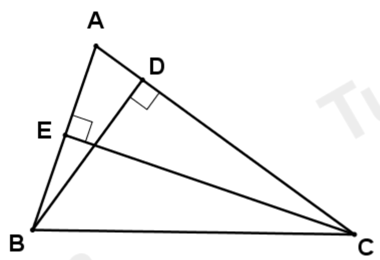
Dạng 1: Chứng minh các điểm cho trước cùng nằm trên một đường tròn

Bài 1: Chứng minh:

a) Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền trong tam giác đó.

b) Nếu trong một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông.

Bài 2: Cho tam giác ABC có các đường cao BD, CE. Chứng minh bốn điểm B, E, D, C cùng nằm trên một đường tròn. Chỉ rõ tâm và bán kính của đường tròn đó.



Bài 3: Cho tam giác ABC có đường cao AD và trực tâm H. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của HA, HB. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC, AC. Chứng minh:

a) Bốn điểm E, F. I, K cùng thuộc một đường tròn.

b) Điểm D cũng thuộc đường tròn đi qua bốn điểm E, F. I, K.

Dạng 2: Xác định vị trí tương đối của một điểm với đường tròn

Bài 4: Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, hãy xác định vị trí tương đối của các điểm A(-1;-1), B(-1;-2), $C\left(\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$ đối với đường tròn tâm O bán kính 2.

Bài 5: Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a, các đường cao là BM và CN. Gọi O là trung điểm cạnh BC.

a) Chứng minh bốn điểm B, C, M, N cùng thuộc đường tròn tâm O.

b) Gọi G là giao điểm của BM và CN. Chứng minh điểm G nằm trong đường tròn còn điểm A nằm ngoài đối với đường tròn đường kính BC.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Dạng 1: Chứng minh các điểm cho trước cùng nằm trên một đường tròn

Bài 1: Chứng minh:

a) Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền trong tam giác đó.

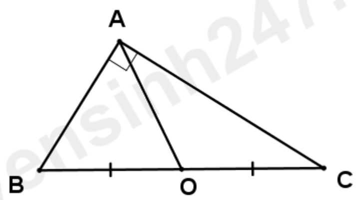
b) Nếu trong một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông.

Cách giải:

a) Xét ΔABC vuông tại A, O là trung điểm BC.

$\Rightarrow OA = OB = OC = \dfrac{BC}{2}$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

$\Rightarrow A, B, C \in \left(O; \dfrac{BC}{2}\right)$ (đpcm).



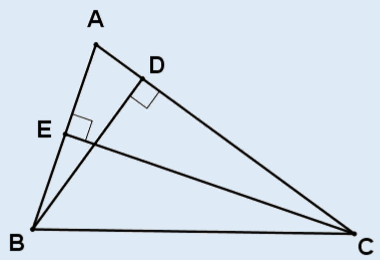
b) Xét ΔABC có $A, B, C \in \left(O; \dfrac{BC}{2}\right)$ (O là trung điểm của BC)

$\Rightarrow OA = OB = OC = \dfrac{BC}{2}$.

Mà OA là đường trung tuyến của ΔABC

$\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A (đpcm).

Bài 2: Cho tam giác ABC có các đường cao BD, CE. Chứng minh bốn điểm B, E, D, C cùng nằm trên một đường tròn. Chỉ rõ tâm và bán kính của đường tròn đó.

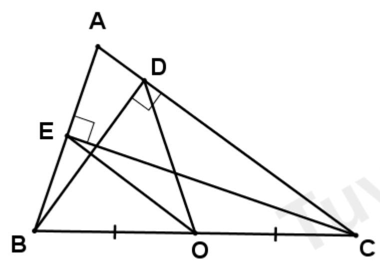


Cách giải:

Gọi O là trung điểm của BC.

Xét ΔEBC vuông tại E có EO là đường trung tuyến.

$\Rightarrow OE = OB = OC = \dfrac{BC}{2}$ (1)



Xét ΔDBC vuông tại D có DO là đường trung tuyến.

$\Rightarrow OD = OB = OC = \dfrac{BC}{2}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow OB = OC = OD = OE = \dfrac{BC}{2}$

$\Rightarrow B, E, D, C \in \left(O; \dfrac{BC}{2}\right)$ (đpcm).

Bài 3: Cho tam giác ABC có đường cao AD và trực tâm H. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của HA, HB. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC, AC. Chứng minh:

a) Bốn điểm E, F. I, K cùng thuộc một đường tròn.

b) Điểm D cũng thuộc đường tròn đi qua bốn điểm E, F. I, K.

Cách giải:

a) Dễ thấy IK // EF (IK // EF // AB)

$IK = EF$ ($IK = EF = \dfrac{AB}{2}$)

(đường trung bình của tam giác)

$\Rightarrow EFIK$ là hình bình hành (1)

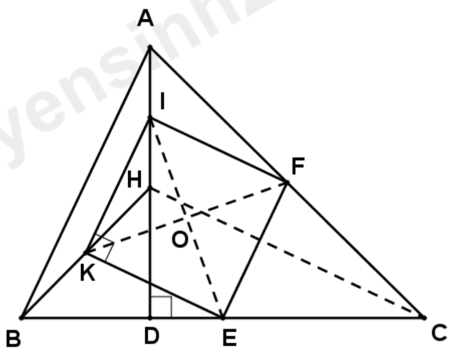
Mặt khác: KE // CH (đường trung bình của ΔBHC)

$CH \perp AB$ (tính chất 3 đường cao của tam giác)

$\Rightarrow KE \perp AB$

Mà IK // AB

$\Rightarrow KE \perp IK$ hay $IKE = 90^0$ (2)



Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ EFIK là hình chữ nhật.

$\Rightarrow$ IE và KF cắt nhau tại O là trung điểm mỗi đường và IE = KF.

$\Rightarrow OI = OK = OE = OF$

$\Rightarrow$ E, F, I, K $\in \left(O; \dfrac{IE}{2}\right)$.

b) ΔDIE vuông tại D

O là trung điểm của IE (cmt)

$\Rightarrow DO = OI = OE = \dfrac{IE}{2}$

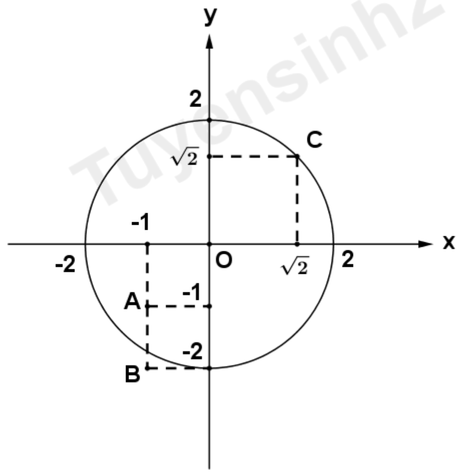
$\Rightarrow D \in \left(O; \dfrac{IE}{2}\right)$ (đpcm).

Dạng 2: Xác định vị trí tương đối của một điểm với đường tròn

Bài 4: Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, hãy xác định vị trí tương đối của các điểm A(-1;-1), B(-1;-2), $C\left(\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$ đối với đường tròn tâm O bán kính 2.

Cách giải:

Tính OA, OB, OC



$OA = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} < 2$

$\Rightarrow A$ nằm trong (O;2)

$OB = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} > 2$

$\Rightarrow B$ nằm ngoài (O;2).

$OC = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{4} = 2$

$\Rightarrow C \in (O;2)$.

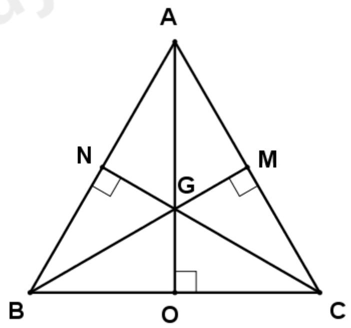
Bài 5: Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a, các đường cao là BM và CN. Gọi O là trung điểm cạnh BC.

a) Chứng minh bốn điểm B, C, M, N cùng thuộc đường tròn tâm O.

b) Gọi G là giao điểm của BM và CN. Chứng minh điểm G nằm trong đường tròn còn điểm A nằm ngoài đối với đường tròn đường kính BC.

Cách giải:

a) $B, C, M, N \in \left(O; \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}\right)$



b) Xét ΔAOB vuông tại O

$\Rightarrow OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\frac{a\sqrt{3}}{2} > \frac{a}{2} \Rightarrow OA > \frac{BC}{2}$

$\Rightarrow A$ nằm ngoài $\left(O; \frac{BC}{2}\right)$ (đpcm)

$OG = \frac{1}{3}OA = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6} < \frac{a.3}{6} = \frac{a}{2}$

$\Rightarrow OG < \frac{BC}{2} \Rightarrow G$ nằm trong $\left(O; \frac{BC}{2}\right)$ (đpcm)