BÀI GIẢNG: MỞ ĐẦU VỀ ĐƯỜNG TRÒN

CHUYÊN ĐỀ: ĐƯỜNG TRÒN

MÔN: TOÁN 9 KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

GIÁO VIÊN: THẦY ĐỖ VĂN BẢO

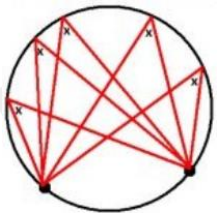
MỤC TIÊU

- ✓ *Phát biểu khái niệm đường tròn.*
- ✓ *Nhận biết một điểm thuộc hai không thuộc đường tròn.*
- ✓ *Nhận biết hai điểm đối xứng nhau qua một tâm, qua một trục.*
- ✓ *Nhận biết tâm đối xứng và trục đối xứng.*
- ✓ *Áp dụng giải bài tập và một số bài toán thực tế.*

Ứng dụng của hình tròn trong thực tế

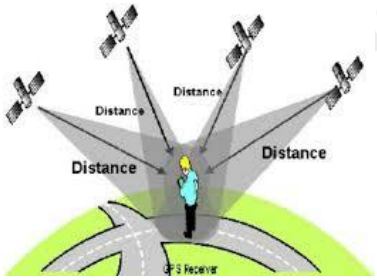


THE OPERA HOUSE THEOREM: *All Periphral angles subtendrd from the same arc have the same measure.*





The Global Positioning System (GPS)



Làm thế nào để xác định được tâm của một hình tròn?



1 Đường tròn

Đường tròn, điểm thuộc đường tròn

Ở lớp dưới các em đã biết cách dùng compa để vẽ đường tròn. Vậy đường tròn là gì? Ta định nghĩa:

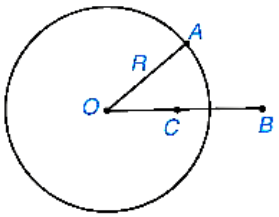


Đường tròn tâm O bán kính R (R > 0), kí hiệu là (O;R) là hình gồm tất cả các điểm cách O một khoảng bằng R.

- Khi không cần để ý đến bán kính ta kí hiệu đường tròn tâm O là (O).
- Nếu A là một điểm của đường tròn (O) thì ta viết $A \in (O)$. Khi đó, ta còn nói đường tròn (O) ***đi qua*** điểm A, hay điểm A ***nằm trên*** đường tròn (O).

Nhận xét:

1) Trên Hình 5.1, ta thấy điểm A nằm trên, điểm C nằm trong và điểm B nằm ngoài đường tròn (O). Một cách tổng quát, ta có:

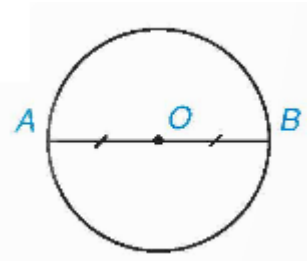


Hình 5.1

- Điểm M nằm trên đường tròn (O;R) nếu OM = R;
- Điểm M nằm trên đường tròn (O;R) nếu OM < R;
- Điểm M nằm ngoài đường tròn (O;R) nếu OM > R.

2) Hình tròn tâm O bán kính R là hình gồm các điểm nằm trên và nằm trong đường tròn (O;R).

Ví dụ 1: Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng AB. Chứng minh rằng đường tròn (O;OA) đi qua B.

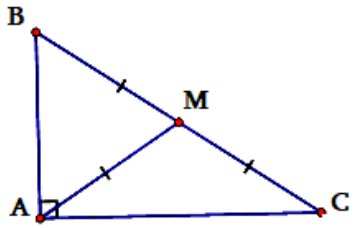


Cách giải:

Vì O là trung điểm của đoạn thẳng AB nên OB = OA. Do đó $B \in (O;OA)$, nói cách khác, đường tròn (O;OA) đi qua B.

Luyện tập 1: Cho tam giác ABC vuông tại A. Chúng minh rằng điểm A thuộc đường tròn đường kính BC.

Cách giải:



Gọi M là trung điểm của BC.

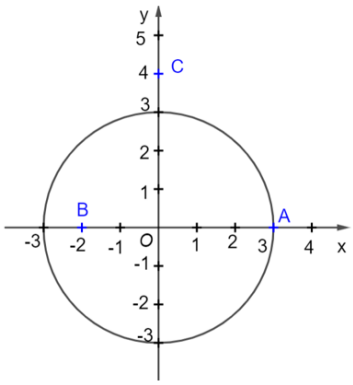
Vì trong tam giác vuông đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền nên MA = MB = MC

Do vậy, đường tròn đường kính BC chính là (M; MB).

Vì MA = MB nên A thuộc (M; MB) hay A thuộc đường tròn đường kính BC.

Vận dụng 1: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các điểm A(3;0), B(-2;0). C(0;4). Vẽ hình và cho biết trong các điểm đã cho, điểm nào nằm trên, điểm nào nằm trong, điểm nào nằm ngoài đường tròn (O;3).

Cách giải:



Điểm A nằm trên đường tròn (O;3) vì OA = 3.

Điểm B nằm trong đường tròn (O;3) vì OB = 2 < 3.

Điểm C nằm ngoài đường tròn (O;3) vì OC = 4 > 3.

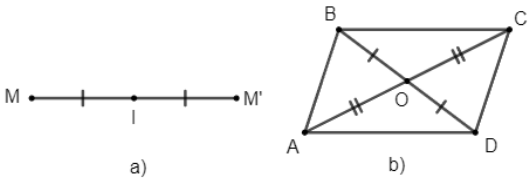
2 Tính đối xứng của đường tròn

Đối xứng tâm và đối xứng trục

1) Đối xứng tâm (H.5.3).

Hai điểm M và M' gọi là đối xứng với nhau qua điểm I (hay qua tâm I) nếu I là trung điểm của đoạn MM'.

Chẳng hạn, nếu O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành ABCD thì OA = OC nên A và C đối xứng nhau qua O. Tương tự, B và d đối xứng với nhau qua O.

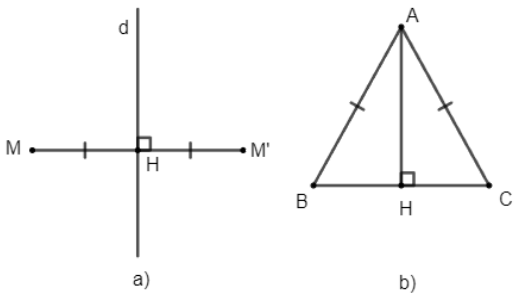


Hình 5.3

2) Đối xứng trục (H.5.4)

Hai điểm M và M' gọi là đối xứng với nhau qua đường thẳng d (hay qua trục d) nếu d là ***đường trung trực*** của đoạn thẳng MM'.

Chẳng hạn, nếu AH là đường cao trong tam giác ABC cân tại A thì AH cũng là đường trung trực của BC, nên B và C đối xứng nhau qua AH.



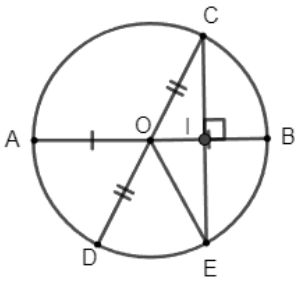
Hình 5.4

HĐ: Chứng minh rằng nếu một điểm thuộc đường tròn (O) thì:

a) Điểm đối xứng với nó qua tâm O cũng thuộc (O).

b) Điểm đối xứng với nó qua một đường thẳng d tuỳ ý đi qua O cũng thuộc (O).

Cách giải:



Gọi $C \in (O)$.

a) Gọi D là điểm đối xứng C qua D $\Rightarrow OC = OD = R$ nên D cũng thuộc (O).

b) Gọi E là điểm đối xứng C qua AB, I là giao điểm của CE và AB.

Suy ra AB là đường trung trực của CE nên OC = OE = R.

Vậy $E \in (O)$.



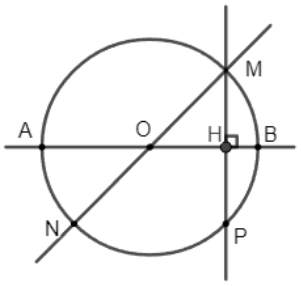
Đường tròn là hình có tâm đối xứng; tâm của đường tròn là tâm đối xứng của nó. Đường tròn là hình có trục đối xứng, mỗi đường thẳng qua tâm tâm của đường tròn là một trục đối xứng của nó.

Ví dụ 2: Cho điểm M nằm trên đường tròn (O) đường kính AB. Sử dụng tính chất đối xứng của (O) hãy nêu cách tìm:

a) Điểm N đối xứng với điểm M qua tâm O;

b) Điểm P đối xứng với điểm M qua đường thẳng AB.

Cách giải:



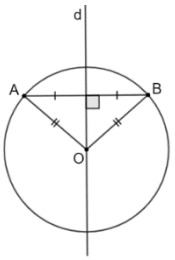
Hình 5.5

a) Do O là tâm đối xứng của (O) nên điểm N đối xứng với điểm M qua tâm O phải vừa thuộc (O), vừa thuộc đường thẳng OM. Vậy N là giao điểm (khác M) của (O) với đường thẳng OM.

b) Do AB là trục đối xứng của (O) nên điểm P đối xứng với điểm M qua AB phải vừa thuộc (O), vừa thuộc đường vuông góc hạ từ M xuống AB. Vậy P là giao điểm (khác M) của (O) với đường thẳng đi qua M và vuông góc với AB.

Luyện tập 2: Cho đường tròn O và hai điểm A, B thuộc (O). Gọi d là đường trung trực của đoạn AB. Chứng minh rằng d là một trục đối xứng của (O).

Cách giải:



Ta có OA = OB = R

Suy ra $O \in d \Rightarrow$ d là trục đối xứng của (O).

3 Bài tập áp dụng

5.1. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các điểm M(0;2), N(0;-3) và P(2;-1). Vẽ hình và cho biết trong các điểm đã cho, điểm nào nằm trên, điểm nào nằm trong, điểm nào nằm ngoài đường tròn $(O;\sqrt{5})$? Vì sao?

5.2. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 3cm, AC = 4cm. Chứng minh rằng các điểm A, B, C cùng thuộc một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

5.3. Cho đường tròn (O), đường thẳng d đi qua O và điểm A thuộc (O) nhưng không thuộc d. Gọi B là điểm đối xứng với A qua d, C và D lần lượt là điểm đối xứng với A và B qua O.

a) Ba điểm B, C và D có thuộc (O) không? Vì sao?

b) Chứng minh tứ giác ABCD là hình chữ nhật.

c) Chứng minh rằng C và D đối xứng với nhau qua d.

5.4. Cho hình vuông ABCD có E là giao điểm hai đường chéo.

a) Chứng minh rằng có một đường tròn đi qua bốn điểm A, B, C và D. Xác định tâm đối xứng và chỉ ra hai trục đối xứng của đường tròn đó.

b) Tính bán kính của đường tròn ở câu a, biết rằng hình vuông có cạnh bằng 3cm.

HƯỚNG DẪN GIẢI

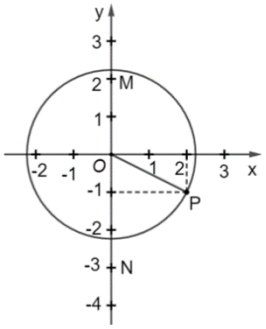
5.1. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các điểm M(0;2), N(0;-3) và P(2;-1). Vẽ hình và cho biết trong các điểm đã cho, điểm nào nằm trên, điểm nào nằm trong, điểm nào nằm ngoài đường tròn $(O;\sqrt{5})$? Vì sao?

Cách giải:

$OM = 2 < R$ nên M nằm trong (O)

$ON = 3 > R$ nên N nằm ngoài (O)

$OP = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5} = R$ nên P nằm trên (O).



5.2. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 3cm, AC = 4cm. Chứng minh rằng các điểm A, B, C cùng thuộc một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

Cách giải:

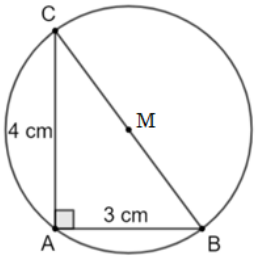
Theo định lí Phythagore trong tam giác ABC vuông tại A:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 3^2 + 4^2$

$BC^2 = 25$

$BC = 5$ (cm)



Gọi M là trung điểm của BC.

Theo tính chất trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền nên MA = MB = MC = 2,5 (cm).

Vậy 3 điểm A, B, C cùng nằm trên đường tròn (M;2,5)

5.3. Cho đường tròn (O), đường thẳng d đi qua O và điểm A thuộc (O) nhưng không thuộc d. Gọi B là điểm đối xứng với A qua d, C và D lần lượt là điểm đối xứng với A và B qua O.

a) Ba điểm B, C và D có thuộc (O) không? Vì sao?

b) Chứng minh tứ giác ABCD là hình chữ nhật.

c) Chứng minh rằng C và D đối xứng với nhau qua d.

Cách giải:

a) Vì B đối xứng A qua d nên OB = OA = R nên $B \in (O;R)$

Vì D đối xứng B qua O nên OB = OD = R nên $D \in (O;R)$

Vì C đối xứng A qua O nên OC = OA = R nên $C \in (O;R)$

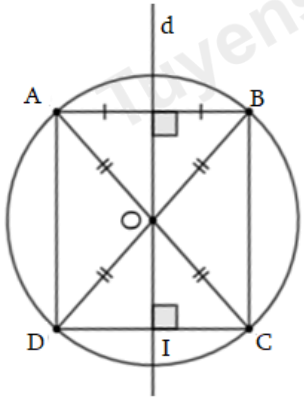
Vậy ba điểm B, C, D thuộc (O).

b) Ta có OA = OB = OC = OD = R

Suy ra ABCD là hình bình hành

Vì AC = BD = 2R

Vậy ABCD là hình chữ nhật.



c) OC = OD

CD // AB, mà $AB \perp d$

$\Rightarrow CD \perp d$.

Gọi I là giao điểm của d và CD.

Xét ΔOID và ΔOIC có:

$OID = OID = 90^0$

$OD = OC$

OI chung

$\Rightarrow \Delta OID = \Delta OIC$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

Suy ra ID = IC nên I là trung điểm của CD.

Vậy d là trung trực của CD nên C và D đối xứng với nhau qua d.

5.4. Cho hình vuông ABCD có E là giao điểm hai đường chéo.

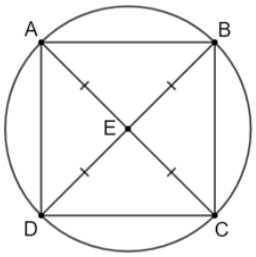
a) Chứng minh rằng có một đường tròn đi qua bốn điểm A, B, C và D. Xác định tâm đối xứng và chỉ ra hai trục đối xứng của đường tròn đó.

b) Tính bán kính của đường tròn ở câu a, biết rằng hình vuông có cạnh bằng 3cm.

Cách giải:

a) Vì ABCD là hình vuông E là giao điểm 2 đường chéo nên EA = EB = EC = ED.

Vậy $A, B, C, D \in (E; EA)$.



b) Đặt EA = EB = R.

Trong ΔABE: $R^2 + R^2 = 3^2$

$\Rightarrow R^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow R = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ (cm).