BÀI GIẢNG: TỌA ĐỘ CỦA VECTO (BÀI TẬP)
CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN
MÔN: TOÁN 12 (LUYỆN THI TN THPT & ĐGTD BH BÁCH KHOA)
GIÁO VIÊN: NGÔ VĂN TOẢN

MỤC TIÊU

- ✓ *Nhận biết biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ trong không gian.*
- ✓ *Vận dụng biểu thức toạ độ của vectơ để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.*

ĐỀ BÀI

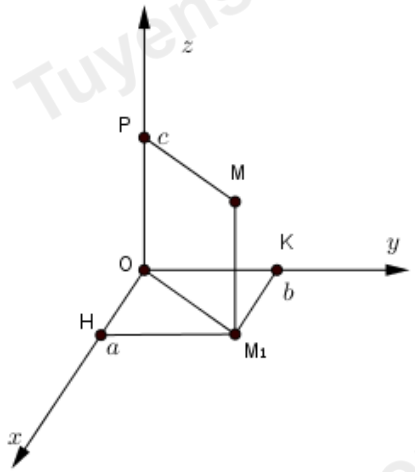
Dạng 1: Tìm hình chiếu, điểm đối xứng của điểm trên rục tọa độ, mặt phẳng tọa độ

1. Hình chiếu

"Thiếu cái nào, cho cái đó bằng 0".

Nghĩa là hình chiếu của $M(a;b;c)$ lên:

- Ox là $M_1(a;0;0)$
- Oy là $M_2(0;b;0)$
- Oz là $M_3(0;0;c)$
- Oxy là $M_4(a;b;0)$
- Oxz la $M_5(a;0;c)$
- Oyz là $M_6(0;b;c)$

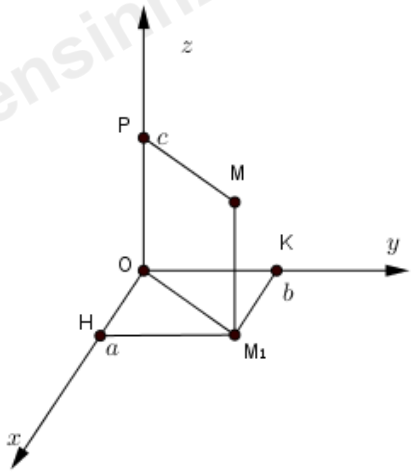


2. Đối xứng

"Thiếu cái nào đổi dấu cái đó".

Nghĩa là điểm đối xứng của $N(a;b;c)$ qua:

- Ox là $N_1(a;-b;-c)$
- Oy là $N_2(-a;b;-c)$
- Oz là $N_3(-a;-b;c)$
- Oxy là $N_4(a;b;-c)$
- Oxz là $N_5(a;-b;c)$
- Oyz là $N_6(-a;b;c)$



3. Khoảng cách

Để tìm khoảng cách từ M đến trục (hoặc mặt phẳng tọa độ), ta tìm hình chiếu vuông góc H của M lên trục (hoặc mặt phẳng tọa độ), từ đó suy ra khoảng cách cần tìm là: $d = MH$.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(-1;2;5)$.

a) Tìm hình chiếu cuaa M trên các trục tọa độ, mặt phẳng tọa độ

b) Tìm điểm đối xứng của M qua các trục tọa độ, mặt phẳng tọa độ

Dạng 2: Tìm điểm thỏa mãn đẳng thức véctơ

Phương pháp:

B1: Gọi điểmm cần tìm là $M(x,y,z)$

B2: Dùng điều kiện hai vector bằng nhau thì các thành phần tọa độ tương ứng bằng nhau để lập hệ phương trình tìm x,y,z.

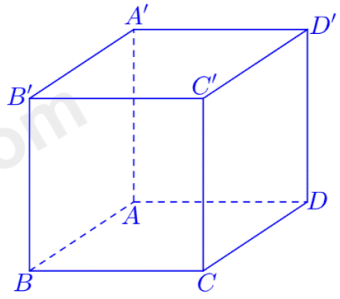
B3: Kết luận

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;2;7);\ B(5;6;3);\ C(-4;7;10)$.

a) Tìm tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$?

b) Tìm tọa độ điểm M sao cho tứ giác $ABMC$ là hình bình hành?

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ với các điểm $A(-1;1;2);\ B(-3;2;1);$ $D(0;-1;2)$ và $A'(2;1;2)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình hộp?



Dạng 3: Tọa số hóa một số hình không gian

Phương pháp:

- Chọn một điểm mà từ đó có ba đường đôi một vuông góc với nhau làm gốc toạ độ
- Xây dựng toạ độ các điểm trên hình đã cho tương ứng với hệ trục vừa chọn
- Tọa độ các điểm đặc biệt

$M \in Ox \Rightarrow M(x;0;0), M \in Oy \Rightarrow M(0;y;0), M \in Oz \Rightarrow M(0;0;z)$

$M \in (Oxy) \Rightarrow M(x;y;0)$

$M \in (Oxz) \Rightarrow M(x;0;z)$

$M \in (Oyz) \Rightarrow M(0;y;z)$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 1, AD = 2, SA$ vuông góc với mặt đáy và $SA = 3$. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như sau: Gốc tọa độ O trùng với điểm A, các véc tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AS}$ lần lượt cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}$ và $\vec{k}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

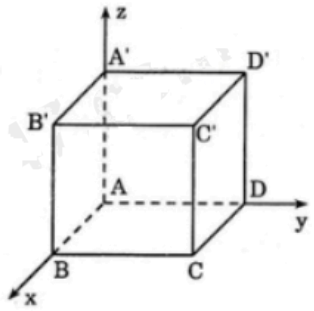
a) Tọa độ $D(0;2;0)$.

b) Tọa độ $C(1;2;3)$.

c) Tọa độ $S(2;0;0)$.

d) Tọa độ $I(1;1;0)$.

Câu 5 . Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với diểm A), tọa dộ điểm C' là

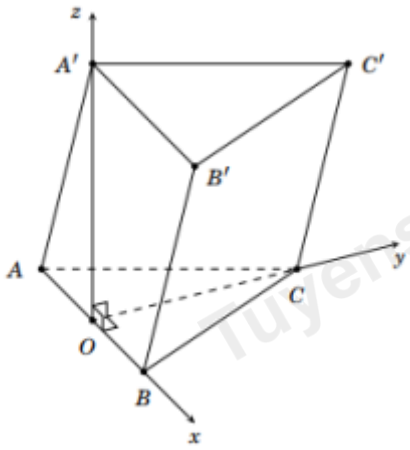


A. $C'(2;2;0)$ **B.** $C'(2;2;2)$ **C.** $C'(2;0;0)$ **D.** $C'(2;0;2)$

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với tâm hình vuông $ABCD$), tọa độ $\overrightarrow{SC}$ là:

A. $\overrightarrow{SC}=(2a;0;-2a)$ **B.** $\overrightarrow{SC}=(2a;-a;-2a)$ **C.** $\overrightarrow{SC}=(a;0;-2a)$ **D.** $\overrightarrow{SC}=(a;0;2a)$

Câu 7. Cho hình lăng trụ $ABC\cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tạm giác đều cạnh bằng 2 như hình vẽ. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trung điểm cạnh AB, góc $A'AO=60^\circ$. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với trung điểm của đoạn BC), hãy xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Tọa độ điểm $A(-1;0;0)$.

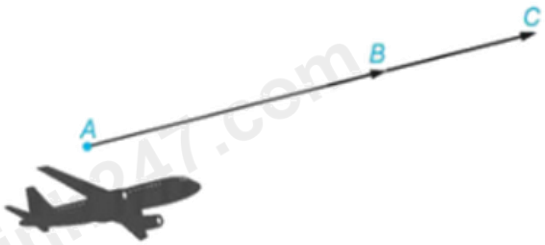
b) Tọa độ điểm $C(0;\sqrt{3};0)$.

c) Tọa độ điểm $A'(0;-1;\sqrt{3})$.

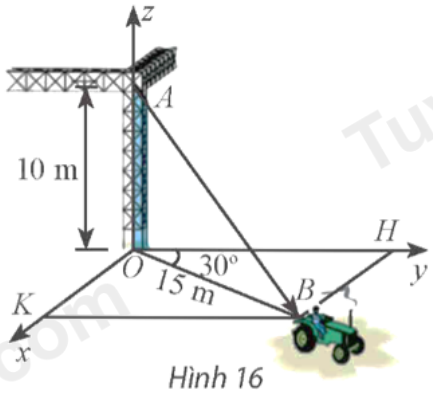
d) Tọa độ điểm $C'(1;\sqrt{3};\sqrt{3})$.

Dạng 4: Ứng dụng thực tế

Câu 8. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo km), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo $D(x;y;z)$. Khi đó $x+y+z=?$

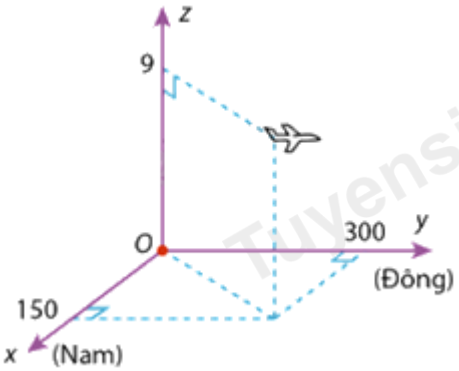


Câu 9. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1m. Tìm được tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}=(a;b;c)$. Khi đó tính $a+c$



Hình 16

Câu 10. Hình vẽ mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm máy bay bắt đầu xuất phát lúc 9 h30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km. Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?



a) Máy bay đang ở độ cao 9 km

b) Tọa độ của máy bay $(300;150;9)$.

c) Phi công để máy bay ở chế độ tự động với vận tốc theo hướng đông là $750\,\text{km/h}$, độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi với vận tốc $10\,\text{m/s}$, cùng chiều chuyển động của máy bay. Giả sử vận tốc và hướng gió không đổi thì lúc 10h30 phút thì máy bay ở tọa độ $(150;1086;9)$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Dạng 1: Tìm hình chiếu, điểm đối xứng của điểm trên trục tọa độ, mặt phẳng tọa độ

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(-1;2;5)$.

a) Tìm hình chiếu cùaa M trên các trục tọa độ, mặt phẳng tọa độ

b) Tìm điểm đối xứng của M qua các trục tọa độ, mặt phẳng tọa độ

Cách giải:

a) $M(-1;2;5)$ chiếu lên mặt phẳng

- Ox là $M_1(-1;0;0)$
- Oy là $M_2(0;2;0)$
- Oz là $M_3(0;0;5)$
- Oxy là $M_4(-1;2;0)$
- Oxz là $M_5(-1;0;5)$
- Oyz là $M_6(0;2;5)$

b) $M(-1;2;5)$ đối xứng qua

- Ox là $N_1(-1;-2;-5)$
- Oy là $N_2(1;2;-5)$
- Oz là $N_3(-1;-2;5)$
- Oxy là $N_4(-1;2;-5)$
- Oxz là $N_5(-1;-2;5)$
- Oyz là $N_6(1;2;5)$

Dạng 2: Tìm điểm thỏa mãn đẳng thức véctơ

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;2;7)$; $B(5;6;3)$; $C(-4;7;10)$.

a) Tìm tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$?

b) Tìm tọa độ điểm M sao cho tứ giác $ABMC$ là hình bình hành?

Cách giải:

a) Giả $D(x;y;z)$

+) $\overrightarrow{CD} = (x+4; y-7; z-10)$

+) $\overrightarrow{AB} = (4;8;-4)$

+) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+4=4 \\ y-7=8 \\ z-10=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=15 \\ z=6 \end{cases}$

$\Rightarrow D(0;15;6)$

b) Gọi $M(a;b;c)$

+) $\overrightarrow{AB} = (4;8;-4)$

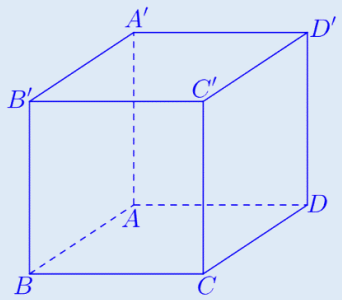
$\overrightarrow{CM} = (a+4; b-7; z-10)$

Tứ giác $ABMC$ là hình bình hành khi $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow \left(\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=15 \\ c=6 \end{cases}$

$\Rightarrow M(0;15;6)$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ với các điểm $A(-1;1;2)$; $B(-3;2;1)$; $D(0;-1;2)$ và $A'(2;1;2)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình hộp?



Cách giải:

Giả sử $C(a;b;c)$

$\overrightarrow{AD} = (1;-2;0)$

$\overrightarrow{BC} = (a+3; b-2; c-1)$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

$\Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=0 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow C(-2;0,1).$

$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} \Rightarrow B'(0;2;1)$

$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'} \Rightarrow D'(3:-1,2)$

$\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} \Rightarrow C'(1;0;1)$

Dạng 3: Tọa số hóa một số hình không gian

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=1, AD=2, SA$ vuông góc với mặt đáy và $SA=3$. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như sau: Gốc tọa độ O trùng với điểm A, các véc tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AS}$ lần lượt cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}$ và $\vec{k}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

a) Tọa độ $D(0;2;0)$.

b) Tọa độ $C(1;2;3)$.

c) Tọa độ $S(2;0;0)$.

d) Tọa độ $I(1;1;0)$.

Cách giải:

Điểm A trùng gốc tọa độ $\Rightarrow A(0;0;0)$

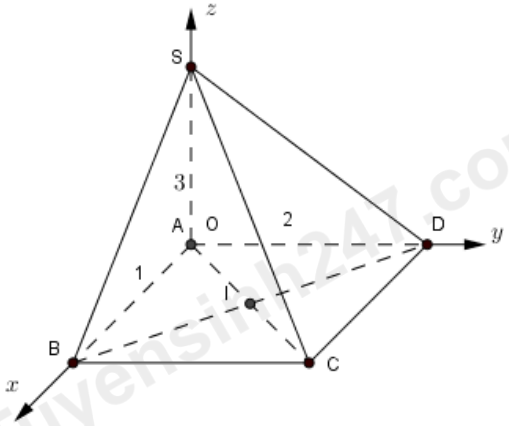
+) $B(1,0;0)$

+) $D(0;2;0)$

+) $S(0;0;3)$

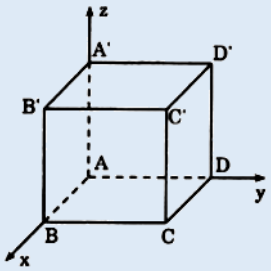
+) $C(1;2;0)$

+) $I\left(\frac{1}{2};1;0\right)$



Vậy khẳng định đúng là a. Khẳng định sai là b,c,d.

Câu 5 . Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với điểm A), tọa độ điểm C' là



A. $C'(2;2;0)$ **B.** $C'(2;2;2)$ **C.** $C'(2;0;0)$ **D.** $C'(2;0;2)$

Cách giải:

Ta có $AB=AD=AA'=2$

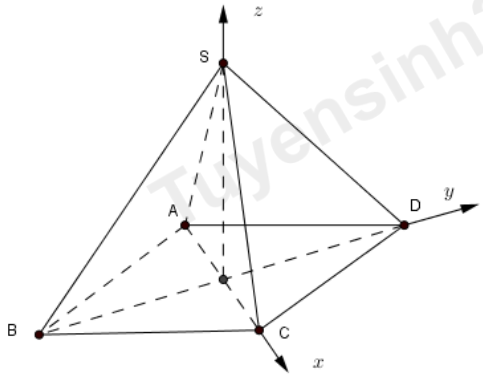
$\Rightarrow C'(2;2;2)$

Chọn B.

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với tâm hình vuông $ABCD$), tọa độ $\overrightarrow{SC}$ là:

A. $\overrightarrow{SC}=(2a;0;-2a)$ **B.** $\overrightarrow{SC}=(2a;-a;-2a)$ **C.** $\overrightarrow{SC}=(a;0;-2a)$ **D.** $\overrightarrow{SC}=(a;0;2a)$

Cách giải:



+) $OC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = a$

$\Rightarrow C(a;0;0)$

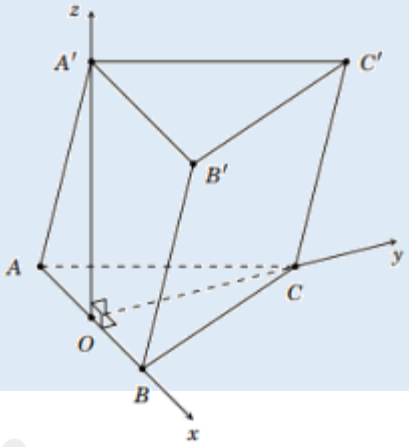
+) $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = 2a$

$\Rightarrow S(0;0;2a)$

$\Rightarrow \overrightarrow{SC} = (a;0;-2a)$

Chọn C.

Câu 7. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tạm giác đều cạnh bằng 2 như hình vẽ. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trung điểm cạnh AB, góc $A'AO = 60^\circ$. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với trung điểm của đoạn BC), hãy xét tính dúng sai của các khẳng định sau:



a) Tọa độ điểm $A(-1;0;0)$.

b) Tọa độ điểm $C(0;\sqrt{3};0)$.

c) Tọa độ điểm $A'(0;-1;\sqrt{3})$.

d) Tọa độ điểm $C'(1;\sqrt{3};\sqrt{3})$.

Cách giải:

+) $OB = OA = 1 \Rightarrow B(1;0;0)$; $A(-1;0;0)$ (do A,B đối xứng) $\rightarrow$ a đúng

+) $OC = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow C(0;0;\sqrt{3})$ $\rightarrow$ b đúng

+) Xét $\Delta OAA'$ vuông tại O, $A'AO = 60^\circ$

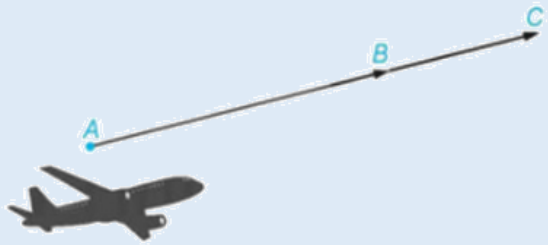
$\Rightarrow OA' = \tan 60^\circ \cdot OA = \sqrt{3}$

$\Rightarrow A'(0;0;\sqrt{3})$ $\rightarrow$ c sai

+) $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'} \Rightarrow C'(1;\sqrt{3};\sqrt{3}) \rightarrow$ d đúng

Dạng 4: Ứng dụng thực tế

Câu 8. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo km), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo $D(x;y;z)$. Khi đó $x+y+z=?$



Cách giải:

Từ giả thuyết suy ra B là trung điểm của $AD \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD}$

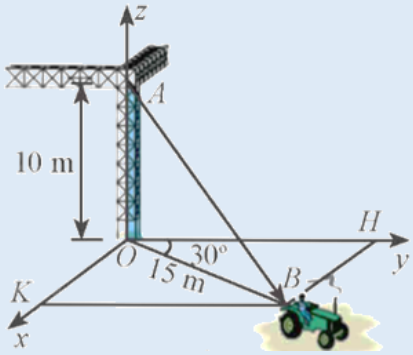
Gọi $D(x;y;z)$

Có $\overrightarrow{AB} = (140;50;1)$

$\overrightarrow{BD} = (x-940; y-550; z-8)$

$\Rightarrow D(1080;600;9) \Rightarrow x+y+z = 1689$.

Câu 9. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1m. Tìm được tọa độ của vecto $\overrightarrow{AB} = (a;b;c)$. Khi đó tính $a+c$



Cách giải:

+) $OA = 10 \Rightarrow A(0;0;10)$

+) $OH = \cos 30^\circ \cdot OB = \dfrac{15\sqrt{3}}{2}$

$OK = BH = \sin 30^\circ \cdot OB = \dfrac{15}{2}$

$\Rightarrow B\left(\dfrac{15}{2}, \dfrac{15\sqrt{3}}{2}; 0\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(\dfrac{15}{2}; \dfrac{15\sqrt{3}}{2}; -10\right)$

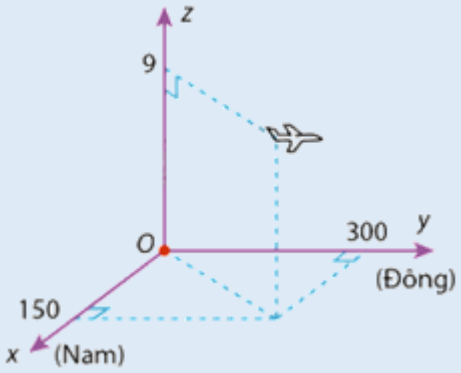
$\Rightarrow a+c = 7,5+(-10) = -2,5$

Câu 10. Hình vẽ mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm máy bay bắt đầu xuất phát lúc 9 h30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km. Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a) Máy bay đang ở độ cao 9 km

b) Tọa độ của máy bay $(300;150;9)$.

c) Phi công để máy bay ở chế độ tự động với vận tốc theo hướng đông là $750\,km/h$, độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi vối vận tốc $10\,m/s$, cùng chiều chuyển động của máy bay. Giả sử vận tốc và hướng gió không đổi thì lúc 10h30 phút thì máy bay ở tọa độ $(150;1086;9)$



Cách giải:

a) Vào thời điểm máy bay bắt đầu xuất phát lúc 9 h30 phút, máy bay đang ở độ cao 9 km $\rightarrow$ a đúng

b) Tọa độ ban đầu của máy bay tại thời điểm 9h30 sáng: $A(150;300;9)$ $\rightarrow$ b sai

c) Ta có vận tốc gió bằng 10m/s=36km/h

Vận tốc của máy bay là $750+36=786$ km/h

Quãng đường máy bay đi được từ thời điểm 9h30 đến 10h30 là:

$$S=786\cdot 1=786 \text{ km}$$

Quãng đường máy bay đi được tới thời điểm 10h30 là $786+300=1086$ km

Máy bay đi một hướng không đổi và độ cao không đổi

Suy ra tại thời điểm 10h30 phút thì máy bay ở tọa độ $B(150;1086;9)$ $\rightarrow$ c đúng