BÀI GIẢNG: BÀI TOÁN RÚT GỌN TỔNG HỢP VÀ CÂU HỎI PHỤ - TÌM X THỎA MÃN PHƯƠNG TRÌNH
CHUYÊN ĐỀ: CĂN BẬC HAI, CĂN BẬC BA
MÔN: TOÁN LỚP 9
GIÁO VIÊN: LÊ TRỌNG HIẾU

MỤC TIÊU

- ✓ *Tìm hiểu phương pháp giải dạng toán về tìm điều kiện của tham số để phương trình bậc hai có nghiệm thoả mãn hệ thức cho trước.*
- ✓ *Áp dụng giải bài tập.*

ĐỀ BÀI

Bài 1: Cho biểu thức $Q=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{2}{x+4\sqrt{x}+4}\right):\left(\dfrac{2}{x-4}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}\right)$ với $x>0, x\neq 4$.

a) Rút gọn biểu thức Q. b) Tìm x để $Q=\dfrac{2}{3}$ c) Tìm x biết $Q>\dfrac{1}{2}$

Bài 2: Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{3}{x\sqrt{x}-9\sqrt{x}}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{3\sqrt{x}-3}{x+3\sqrt{x}}\right)$ với $x>0, x\neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức P. b) Tìm x để $P=\dfrac{1}{2}$ c) Tìm x biết $P>1$.

Bài 3: Cho biểu thức $M=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}}{x-1}\right):\left(\dfrac{2}{x}-\dfrac{2-x}{x\sqrt{x}+x}\right)$ với $x>0, x\neq 1$.

a) Tìm x để $M=\dfrac{-1}{2}$. b) Tìm x biết $1-M<0$.

Bài 4: Cho biểu thức $N=\left(\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}\right).\dfrac{4\sqrt{x}}{3}$ với $x\geq 0$.

a) Tìm x để $N=\dfrac{8}{9}$. b) Tìm x biết $\dfrac{1}{N}>\dfrac{3\sqrt{x}}{4}$.

Bài 5: Cho biểu thức $B=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x\geq 0, x\neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức B. b) Giải phương trình $B=\sqrt{x}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1: Cho biểu thức $Q=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{2}{x+4\sqrt{x}+4}\right):\left(\dfrac{2}{x-4}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}\right)$ với $x>0, x\neq 4$.

a) Rút gọn biểu thức Q. b) Tìm x để $Q=\dfrac{2}{3}$ c) Tìm x biết $Q>\dfrac{1}{2}$

Cách giải:

a) $Q=\left[\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{2}{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}\right]:\left[\dfrac{2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}\right]$

$Q=\dfrac{\sqrt{x}+2-2}{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}:\dfrac{2-1.\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$

$Q=\dfrac{\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}.\dfrac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{-\sqrt{x}}$

$Q=\dfrac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

b) $Q=\dfrac{2}{3}$ tức là $\dfrac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{2}{3}$ $(x>0, x\neq 4)$

$\left(2-\sqrt{x}\right).3=2.\left(\sqrt{x}+2\right)$

$6-3\sqrt{x}=2\sqrt{x}+4$

$5\sqrt{x}=2$

$\sqrt{x}=\dfrac{2}{5}$

$x=\dfrac{4}{25}$ (tm)

Vậy để $Q=\dfrac{2}{3}$ thì $x=\dfrac{4}{25}$.

c) $Q>\dfrac{1}{2}$ tức là $\dfrac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}>\dfrac{1}{2}$ $(x>0, x\neq 4)$

$4-2\sqrt{x}>\sqrt{x}+2$

$3\sqrt{x}<2$

$\sqrt{x}<\dfrac{2}{3}$

$x<\dfrac{4}{9}$

Kết hợp điều kiên của x: $x > 0,\ x \neq 4$

Vậy $0 < x < \frac{4}{9}$ thì $Q > \frac{1}{2}$.

Bài 2: Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{3}{x\sqrt{x}-9\sqrt{x}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{3\sqrt{x}-3}{x+3\sqrt{x}}\right)$ với $x > 0,\ x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức P. b) Tìm x để $P = 1\frac{1}{2}$ c) Tìm x biết P > 1.

Cách giải:

a) $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{3\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}\right)$

$P = \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)+3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)} : \frac{\sqrt{x}.\sqrt{x}-\left(3\sqrt{x}-3\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}$

$P = \frac{x-3\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)} . \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{x-3\sqrt{x}+3}$

$P = \frac{1}{\sqrt{x}-3}$

b) $P = 1\frac{1}{2}$ tức là $\frac{1}{\sqrt{x}-3} = 1\frac{1}{2}$ $(x > 0,\ x \neq 9)$

$\frac{1}{\sqrt{x}-3} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3\sqrt{x}-9 = 2$

$\Rightarrow 3\sqrt{x} = 11 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{11}{3} \Rightarrow x = \frac{121}{9}$ (tm)

Vậy để $P = 1\frac{1}{2}$ thì $x = \frac{121}{9}$.

c) P > 1 tức là $\frac{1}{\sqrt{x}-3} > 1$ $(x > 0,\ x \neq 9)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}-3} - 1 > 0$

$\Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} > 0 \Leftrightarrow \frac{4-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} > 0$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-3} < 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-4 < 0 \\ \sqrt{x}-3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 16 \\ x > 9 \end{cases}$

Kết hợp đkxđ: $x > 0,\ x \neq 9$

Vậy để P > 1 thì 9 < x < 16.

Bài 3: Cho biểu thức $M=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}}{x-1}\right):\left(\dfrac{2}{x}-\dfrac{2-x}{x\sqrt{x}+x}\right)$ với $x>0,\ x\neq 1$.

a) Tìm x để $M=\dfrac{-1}{2}$.

b) Tìm x biết $1-M<0$.

Cách giải:

a) Trước hết, ta có:

$$M=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}\right):\left(\frac{2}{x}-\frac{2-x}{x\left(\sqrt{x}+1\right)}\right)$$

$$M=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)+\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}:\frac{2\left(\sqrt{x}+1\right)-(2-x)}{x\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$M=\frac{x+2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}.\frac{x\left(\sqrt{x}+1\right)}{2\sqrt{x}+x}$$

$$M=\frac{x}{\sqrt{x}-1}$$

Để $M=\dfrac{-1}{2}$ tức là $\dfrac{x}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{-1}{2}\ (x>0,\ x\neq 1)$

$$2x=-\sqrt{x}+1\Leftrightarrow 2x+\sqrt{x}-1=0$$

$$\left(2x+2\sqrt{x}\right)-\left(\sqrt{x}+1\right)=0$$

$$2\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)-(\sqrt{x}+1)=0$$

$$(\sqrt{x}+1)(2\sqrt{x}-1)=0$$

Nhận xét: $\sqrt{x}+1>0$

Suy ra $2\sqrt{x}-1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{4}$ (tm)

Vậy để $M=\dfrac{-1}{2}$ thì $x=\dfrac{1}{4}$.

b) $1-M<0$ tức là $\dfrac{x}{\sqrt{x}-1}-1>0\ (x>0,\ x\neq 1)$

$$\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}>0\Leftrightarrow\frac{\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}{\sqrt{x}-1}>0$$

NX: Vì $\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0$ nên suy ra $\sqrt{x}-1>0$ hay $x>1$

Kết hợp điều kiện của x: $x>0,\ x\neq 1$.

Vậy $x>1$ thì $1-M<0$.

Bài 4: Cho biểu thức $N=\left(\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}\right).\dfrac{4\sqrt{x}}{3}$ với $x\ge 0$.

a) Tìm x để $N=\dfrac{8}{9}$.

b) Tìm x biết $\dfrac{1}{N}>\dfrac{3\sqrt{x}}{4}$.

Cách giải:

a) $N=\left(\dfrac{x+2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}-\dfrac{1}{\left(\sqrt{x}+1\right)}\right).\dfrac{4\sqrt{x}}{3}$

$N=\dfrac{x+2-\left(x-\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}.\dfrac{4\sqrt{x}}{3}$

$N=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}.\dfrac{4\sqrt{x}}{3}$

$N=\dfrac{4\sqrt{x}}{3\left(x-\sqrt{x}+1\right)}$

Để $N=\dfrac{8}{9}$ tức là $\dfrac{3x-3\sqrt{x}+3}{4\sqrt{x}}=\dfrac{8}{9}\left(x\ge 0\right)$

$\Rightarrow x-\sqrt{x}+1>x\Rightarrow 1-\sqrt{x}>0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}<1\Rightarrow x<1$

Kết hợp đk $x>0$, vậy $0<x<1$ thoả mãn yêu cầu đề bài.

$24x-24\sqrt{x}+24-36\sqrt{x}=0$

$24x-60\sqrt{x}+24=0$

$2x-5\sqrt{x}+2=0$

$\left(2x-4\sqrt{x}\right)-\left(\sqrt{x}-2\right)=0$

$2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)-\left(\sqrt{x}-2\right)=0$

$\left(\sqrt{x}-2\right)\left(2\sqrt{x}-1\right)=0$

Suy ra $\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}-2=0\Rightarrow x=4\ \ (tm)\\ 2\sqrt{x}-1=0\Rightarrow x=\dfrac{1}{4}\ (tm)\end{array}\right.$

Vậy $x\in\left\{4;\dfrac{1}{4}\right\}$ thì $N=\dfrac{8}{9}$.

b) Để $\dfrac{1}{N}>\dfrac{3\sqrt{x}}{4}\Rightarrow\dfrac{4\sqrt{x}}{3\left(x-\sqrt{x}+1\right)}>\dfrac{3\sqrt{x}}{4}\left(x>0\right)$

Bài 5: Cho biểu thức $B=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x\geq 0,\ x\neq 1.$

a) Rút gọn biểu thức B. b) Giải phương trình $B=\sqrt{x}$.

Cách giải:

a) $B=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right).\dfrac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$

$B=\dfrac{\sqrt{x}+x+\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}.\dfrac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$

$B=\dfrac{(\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}.\dfrac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$

$B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

b) $B=\sqrt{x}\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=\sqrt{x}\ (x\geq 0,\ x\neq 1)$

$\sqrt{x}+1=x-\sqrt{x}$

$x-2\sqrt{x}-1=0$

$(x-2\sqrt{x}+1)=2$

$(\sqrt{x}-1)^2=(\sqrt{2})^2$

Suy ra $\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}-1=\sqrt{2}\\ \sqrt{x}-1=-\sqrt{2}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=\sqrt{2}+1\Rightarrow x=3+2\sqrt{2}\ (\text{tm})\\ \sqrt{x}=1-\sqrt{2}\ (\text{Loai})\end{array}\right.$

Vậy nghiệm của phương trình $B=\sqrt{x}$ là $x=3+2\sqrt{2}$.