BÀI GIẢNG: TÍCH PHÂN
CHUYÊN ĐỀ: NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN - ỨNG DỤNG
MÔN: TOÁN 12
GIÁO VIÊN: NGUYỄN HOÀNG TÙNG

MỤC TIÊU

✓ *Tính tích phân của các hàm thường gặp*

ĐỀ BÀI

Dạng 1: Sử dụng các tính chất cơ bản của tích phân

Câu 1: Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 (2+f(x))dx$ bằng

A. $\frac{23}{4}$. **B.** 7. **C.** 9. **D.** $\frac{15}{4}$.

Câu 2: Biết $\int_2^3 f(x)dx=3$, $\int_2^3 g(x)dx=1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x)+g(x)]dx$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x)dx=7$, $\int_2^6 f(x)dx=3$. Khi đó $P=\int_0^2 f(x)dx+\int_6^{10} f(x)dx$ bằng

A. 10. **B.** 4. **C.** 7. **D.** -6.

Dạng 2: Tích phân lũy thừa

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=4x^3+x$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có nguyên hàm là hàm $f(x)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\int_3^5 f(x)dx=552$

b) Biết $F(1)=4$ thì $F(2)=\frac{41}{2}$

c) $\int_0^2 (1+2x+f(x))dx=20$

d) $\int_{-2}^1 |f(x)|dx=\frac{39}{2}$

Câu 2: Tính tích phân $I=\int\limits_{1}^{e}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)dx$

A. $\frac{1}{e}$. **B.** $\frac{1}{e}+1$. **C.** 1. **D.** e.

Câu 3: Cho $\int\limits_{0}^{m}\left(3x^2-2x+1\right)dx=6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-3;1)$.

Dạng 3: Tích phân lượng giác

Câu 1: Giả sử $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\sin 3xdx=a+b\frac{\sqrt{2}}{2}$. Khi đó giá trị của $a-b$ là

A. $-\frac{1}{6}$. **B.** 0. **C.** $-\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+1,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2+16\pi-4}{16}$. **B.** $\frac{\pi^2-4}{16}$. **C.** $\frac{\pi^2+15\pi}{16}$. **D.** $\frac{\pi^2+16\pi-16}{16}$.

Câu 3: Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\tan^2 xdx$

Dạng 4: Tích phân hàm số mũ

Câu 1: Tính $I=\int\limits_{0}^{1}e^{3x+1}dx$

A. $\frac{1}{3}\left(e^4+e\right)$. **B.** e^3-e. **C.** $\frac{1}{3}\left(e^4-e\right)$. **D.** e^4-e.

Câu 2: Biết $\int\limits_{1}^{4}\sqrt{\frac{1}{4x}+\frac{\sqrt{x}+e^x}{\sqrt{x}e^{2x}}}dx=a+e^b-e^c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $T=a+b+c$

Đáp án: …

HƯỚNG DẪN GIẢI

Dạng 1: Sử dụng các tính chất cơ bản của tích phân

Câu 1: Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int\limits_1^2 (2+f(x))dx$ bằng

A. $\frac{23}{4}$. **B.** 7. **C.** 9. **D.** $\frac{15}{4}$.

Cách giải:

Ta có:

$$\int\limits_1^2 (2+f(x))dx=\int\limits_1^2 2dx+\int\limits_1^2 f(x)dx=2x\Big|_1^2+x^3\Big|_1^2=2+7=9$$

Chọn C.

Câu 2: Biết $\int\limits_2^3 f(x)dx=3, \int\limits_2^3 g(x)dx=1$. Khi đó $\int\limits_2^3 \left[f(x)+g(x)\right]dx$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 3.

Cách giải:

Ta có: $\int\limits_2^3 \left[f(x)+g(x)\right]dx=\int\limits_2^3 f(x)dx+\int\limits_2^3 g(x)dx=3+1=4$

Chọn A.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;10]$ thỏa mãn $\int\limits_0^{10} f(x)dx=7, \int\limits_2^6 f(x)dx=3$. Khi đó $P=\int\limits_0^2 f(x)dx+\int\limits_6^{10} f(x)dx$ bằng

A. 10. **B.** 4. **C.** 7. **D.** -6.

Cách giải:

Ta có:

$$\int\limits_0^{10} f(x)dx=\int\limits_0^2 f(x)dx+\int\limits_2^6 f(x)dx+\int\limits_6^{10} f(x)dx$$

$$\Rightarrow 7=3+\int\limits_2^6 f(x)dx+\int\limits_6^{10} f(x)dx$$

$$\Rightarrow \int\limits_2^6 f(x)dx+\int\limits_6^{10} f(x)dx=4$$

Chọn B.

Dạng 2: Tích phân lũy thừa

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=4x^3+x$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có nguyên hàm là hàm $f(x)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\int_3^5 f(x)dx=552$

b) Biết $F(1)=4$ thì $F(2)=\frac{41}{2}$

c) $\int_0^2 \left(1+2x+f(x)\right)dx=20$

d) $\int_{-2}^1 \left|f(x)\right|dx=\frac{39}{2}$

Cách giải:

a) $\int_3^5 \left(4x^3+x\right)dx=\left(x^4+\frac{x^2}{2}\right)\Big|_3^5=552$

b) Ta có:

$\int_1^2 f(x)dx=F(x)\Big|_1^2=F(2)-F(1)$

$\Rightarrow \frac{33}{2}=F(2)-4$

$\Rightarrow F(2)=\frac{41}{2}$

c) Ta có: $\int_0^2 \left(1+2x+f(x)\right)dx=\int_0^2 (1+2x)dx+\int_0^2 f(x)dx=24$

d) Ta có:

$\int_{-2}^1 \left|f(x)\right|dx=\int_{-2}^1 \left|4x^3+x\right|dx$

$=-\int_{-2}^0 \left(4x^3+x\right)dx+\int_0^1 \left(4x^3+x\right)dx$

$=-\left(x^4+\frac{x^2}{2}\right)\Big|_{-2}^0+\left(x^4+\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1$

$=\frac{39}{2}$

Đáp án: a đúng| b đúng| c sai| d đúng

Câu 2: Tính tích phân $I=\int_1^e \left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)dx$

A. $\frac{1}{e}$. **B.** $\frac{1}{e}+1$. **C.** 1. **D.** e.

Cách giải:

Ta có: $I=\int\limits_1^e \frac{1}{x}dx+\int\limits_1^e -\frac{1}{x\text{^}2}dx=\ln|x|\Big\|_1^e+\frac{1}{x}\Big|_1^e=1-0+\frac{1}{e}-1=\frac{1}{e}$

Chọn A.

Câu 3: Cho $\int\limits_0^m \left(3x^2-2x+1\right)dx=6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-3;1)$.

Cách giải:

Ta có: $6=\int\limits_0^m \left(3x^2-2x+1\right)dx=\left(x^3-x^2+x\right)\Big|_0^m=m^3-m^2+m$

$\Leftrightarrow m^3-m^2+m-6=0$

$\Leftrightarrow m=2$

Chọn C.

Dạng 3: Tích phân lượng giác

Câu 1: Giả sử $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3xdx=a+b\frac{\sqrt{2}}{2}$. Khi đó giá trị của $a-b$ là

A. $-\frac{1}{6}$. **B.** 0. **C.** $-\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Cách giải:

Ta có: $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3xdx=-\frac{\cos 3x}{3}\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{3}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy $a-b=0$

Chọn B.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+1,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2+16\pi-4}{16}$. **B.** $\frac{\pi^2-4}{16}$. **C.** $\frac{\pi^2+15\pi}{16}$. **D.** $\frac{\pi^2+16\pi-16}{16}$.

Cách giải:

Ta có:

$$f(x)=\int f'(x)dx=\int\left(2\sin^2 x+1\right)dx$$
$$=\int\left(1-\cos 2x+1\right)dx$$
$$=\int\left(2-\cos 2x\right)dx$$
$$=2x-\frac{\sin 2x}{2}+C$$

Do $f(0)=4$ nên $C=4$

Khi đó $f(x)=2x-\frac{\sin 2x}{2}+4$

Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(2x-\frac{\sin 2x}{2}+4\right)dx=\left(x^2+\frac{\cos 2x}{4}+4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\left(\frac{\pi^2}{16}+\pi\right)-\frac{1}{4}=\frac{\pi^2+16\pi-4}{16}$

Câu 3: Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^2 x dx$

Cách giải:

Ta có: $\int\frac{1}{\cos^2 x}dx=\int\left(1+\tan^2 x\right)dx=\tan x$

Khi đó $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\tan^2 x+1\right)dx-\int_0^{\frac{\pi}{4}}1dx=\tan x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=1-\frac{\pi}{4}$

Dạng 4: Tích phân hàm số mũ

Câu 1: Tính $I=\int_0^1 e^{3x+1}dx$

A. $\frac{1}{3}\left(e^4+e\right)$. **B.** e^3-e. **C.** $\frac{1}{3}\left(e^4-e\right)$. **D.** e^4-e.

Cách giải:

Ta có: $I=\int_0^1 e^{3x+1}dx=\frac{e^{3x+1}}{3}\Big|_0^1=\frac{e^4-e}{3}$

Chọn C.

Câu 2: Biết $\int_1^4\sqrt{\frac{1}{4x}+\frac{\sqrt{x}+e^x}{\sqrt{x}e^{2x}}}dx=a+e^b-e^c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $T=a+b+c$

Đáp án: …

Cách giải:

Ta có: $\frac{1}{4x}+\frac{\sqrt{x}+e^x}{\sqrt{x}e^{2x}}=\frac{1}{\left(2\sqrt{x}\right)^2}+\frac{1}{\sqrt{x}e^x}+\frac{1}{e^{2x}}=\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2+2.\frac{1}{2\sqrt{x}e^x}+\frac{1}{e^{2x}}=\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{e^x}\right)^2$

Khi đó $I=\int\limits_1^4\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{e^x}\right)dx=\left(\sqrt{x}-\frac{1}{e^x}\right)\Big|_1^4=(2-1)-\left(\frac{1}{e^2}-\frac{1}{e}\right)=1+\frac{1}{e}-\frac{1}{e^4}$

Vậy $T=a+b+c=1-1-4=-4$