BÀI GIẢNG: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG (LÝ THUYẾT)
CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG
MÔN: TOÁN 10
GIÁO VIÊN: NGÔ VĂN TOẢN

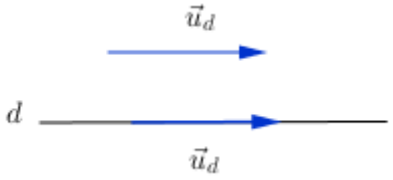
MỤC TIÊU

- ✓ *Mô tả phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng.*
- ✓ *Lập phương trình của đường thẳng khi biết một điểm và một vectơ pháp tuyến hoặc một điểm và một vectơ chỉ phương hoặc hai điểm.*

I. VÉC TƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA ĐƯỜNG THẲNG (VTCP)

Một véc tơ $\overrightarrow{u_d} \neq \vec{0}$ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng d thì $\overrightarrow{u_d}$ là một VTPT của đường thẳng d

.



Nhận xét: Một đường thẳng có vô số VTCP

Nếu $\overrightarrow{u_d}$ là VTCP của d thì $\overrightarrow{u'} = k\overrightarrow{u_d}\,(k \neq 0)$ là một VTCP của d.

VD: $\overrightarrow{u'_d} = (1;-1;2)$

Suy ra $\overrightarrow{u'} = (3;-3;6)$ hoặc $\overrightarrow{u_2} = (-1;1;-2)$ là VTCP của d.

Chú ý: Tìm VTCP của d

Cách 1 (định nghĩa): Giá véc tơ $\vec{a}$ song song hoặc trùng với đường thẳng $d \Rightarrow$ chọn $\overrightarrow{u_d} = \vec{a}$

Cách 2 (tích có hướng): $\overrightarrow{u_d} \perp \vec{a}$, $\overrightarrow{u_d} \perp \vec{b} \Rightarrow$ chọn $\overrightarrow{u_d} = \left[\vec{a};\vec{b}\right]$

Cách 3 (đặt ẩn): $\overrightarrow{u_d} = (a;b;c)$, $\left(a^2+b^2+c^2 \neq 0\right) \Rightarrow a,b,c$.

Câu 1. Cho điểm $A(1;2;1), B(3;0;1)$, mặt phẳng $(P): x+y+z-2=0$ và đường thẳng Δ có một VTCP là $\overrightarrow{u_\Delta} = (-1;0;1)$. Tìm VTCP của đường thẳng d trong các TH sau:

a) Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B

b) Đường thẳng d song song với Δ

c) Đường thẳng d vuông góc với (P)

d) Đường thẳng d nằm trong (P) và vuông góc với AB

Cách giải:

a) Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B suy ra chọn $\overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{AB} = (2;-2;0)$

b) Đường thẳng d song song với Δ suy ra giá của véc tơ $\vec{a}$ cũng song song với đường thẳng d

Suy ra chọn $\overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{u_\Delta} = (-1;0;1)$.

c) Đường thẳng d vuông góc với (P) suy ra chọn $\overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{n_P} = (1;1;1)$.

d) Đường thẳng d nằm trong (P) và vuông góc với AB

$d \subset (P) \Rightarrow \overrightarrow{u_d} \perp \overrightarrow{n_P} = (1;1;1)$

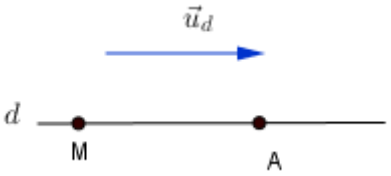
$d \perp AB \Rightarrow \overrightarrow{u_d} \perp \overrightarrow{AB} = (2;-2;0)$

Suy ra chọn $\overrightarrow{u_d} = \left[\overrightarrow{n_P}; \overrightarrow{AB}\right] = (3;2;-4)$

II. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Đường thẳng d đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ có VTCP $\overrightarrow{u_d} = (a;b;c)$.

+) Điểm $A(x;y;z) \in d \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{u_d}$ cùng phương



$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = t\overrightarrow{u_d} \Leftrightarrow \begin{cases} x - x_0 = at \\ y - y_0 = bt \\ z - z_0 = ct \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

Khi đó $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ là phương trình tham số của đường thẳng d

+) Nếu $\overrightarrow{u_d} = (a;b;c)$ thỏa mãn $a \neq 0, b \neq, c \neq 0$

$\overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{u_d}$ cùng phương $\overrightarrow{u_d} \Leftrightarrow \dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} = \dfrac{z - z_0}{c}$

Khi đó $\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} = \dfrac{z - z_0}{c}$ là phương trình chính tắc của đường thẳng d

Kết luận:

Một đường thẳng $d: \begin{cases} \text{đi qua } M(x_0;y_0;z_0) \\ VTCP \ \overrightarrow{u_d} = (a;b;c) \end{cases}$ khi đó ta có

+) phương trình tham số $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

+) phương trình chính tắc $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$ $(a \neq 0, b \neq, c \neq 0)$.

Ví dụ: Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d đi qua $A(1;0;-2)$ và VTCP $\vec{u} = (1;-4;3)$.

Cách giải:

Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = x_0 + at = 1 + t \\ y = y_0 + bt = 0 - 4t \\ z = z_0 + ct = -2 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Phương trình chính tắc của d: $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - y_0}{c} \Leftrightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-4} = \frac{z+2}{3}$.

Nhận xét:

	$d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$	$d: \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$
Tìm 1 VTCP	$\overrightarrow{u_d} = (a;b;c)$ "hệ số t" $\overrightarrow{u'} = (ka;kb;kc)$, $k \neq 0$	$\overrightarrow{u_d} = (a;b;c)$ "lấy mẫu" $\overrightarrow{u'} = (ka;kb;kc)$, $k \neq 0$
Lấy 1 điểm tùy ý thuộc d	$M(x_0;y_0;z_0)$ "hệ số tự do"	$M(x_0;y_0;z_0)$ " đổi dấu hệ số tự do trên tử"
Kiểm tra $A(x_A;y_A;z_A) \in d$?	Thay tọa độ A vào phương trình: $\begin{cases} x_A = x_0 + at \\ y_A = y_0 + bt \\ z_A = z_0 + ct \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \\ t = \\ t = \end{cases}$ +) Ra 1 t $\Rightarrow A \in d$ +) Ra nhiều t $\Rightarrow A \notin d$	Thay tọa độ A vào phương trình: $\frac{x_A - x_0}{a} = \frac{y_A - y_0}{b} = \frac{z_A - z_0}{c}$ (*) +) (*) đúng $\Rightarrow A \in d$ +) (*) sai $\Rightarrow A \notin d$

Câu 2. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$ và đường thẳng

$$\Delta: \frac{x-4}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{-1}$$

a) Tìm 1 điểm nằm trên d và 1 VTCP của d

b) Tìm một điểm nằm trên Δ và một VTCP của Δ

c) Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d

d) Viết phương trình tham số của Δ.

e) Kiểm tra $A(5;-2;9), B(6;-3;-2)$ có lhuộc Δ, d không?

Cách giải:

a) $d:\begin{cases} đi\ qua\ \ M(1;3;1) \\ VTCP\ \ \overrightarrow{u_d}=(2;-1;4) \end{cases} \Rightarrow$ phương trình chính tắc $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{4}$

b) $\triangle:\begin{cases} đi\ qua\ \ N(4;0;-1) \\ VTCP\ \overrightarrow{u_\Delta}=(2;-3;-1) \end{cases} \Rightarrow$ phương trình tham số $\Delta:\begin{cases} x=4+2t \\ y=0-3t \\ z=-1-t \end{cases}$

c) Xét d

+) Thay tọa độ A vào phương trình $d:\begin{cases} 5=1+2t \\ -2=3-t \\ 9=1+4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=5 \\ t=2 \end{cases}$ (vô lý) $\Rightarrow A\notin d$

+) Thay tọa độ B vào phương trình $d:\begin{cases} 6=1+2t \\ -3=3-t \\ -2=1+4t \end{cases} \begin{cases} t=\dfrac{5}{2} \\ t=6 \\ t=-\dfrac{3}{4} \end{cases}$ (vô lý) $\Rightarrow B\notin d$

Xét $\triangle$

+) Thay tọa độ A vào phương trình $\triangle:\dfrac{5-4}{2}=\dfrac{-2}{-3}=\dfrac{9+1}{-1} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{3}=-10 \Rightarrow A\notin\Delta$

+) Thay tọa độ B vào phương trình $\triangle:\dfrac{6-4}{2}=\dfrac{-3}{-2}=\dfrac{-2+1}{-1} \Leftrightarrow 1=1=1$ (luôn đúng) $\Rightarrow B\in\Delta$