BÀI GIẢNG: MỆNH ĐỀ
CHUYÊN ĐỀ: MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP
MÔN: TOÁN 10
GIÁO VIÊN: NGUYỄN ĐỨC HIỆP

MỤC TIÊU

- ✓ *Nắm được các khái niệm mới về mệnh đề, mệnh đề đảo, mệnh đề kéo theo, mệnh đề tương đương,...*
- ✓ *Biết xác định tính đúng sai của mệnh đề.*
- ✓ *Biết viết các mệnh đề.*

I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Mệnh đề, mệnh đề chứa biến

a) Mệnh đề

Ví dụ: Xét tính đúng/sai của các phát biểu sau:

a) $1+1=2$.

b) 4 là số nguyên tố.

c) Hôm nay trời đẹp quá!

Cách giải:

a) $1+1=2$ là phát biểu đúng.

b) "4 là số nguyên tố" là phát biểu sai, vì 4 có các ước là 1; 2; 4 nên 4 là hợp số.

c) "Hôm nay trời đẹp quá!" không thể xác định được tính đúng sai.

Mệnh đề là một câu khẳng định **đúng** hoặc **sai**.

Một khẳng định đúng gọi là **mệnh đề đúng**.

Một khẳng định sai gọi là **mệnh đề sai**.

Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.

Chú ý: Người ta thường sử dụng các chữ cái in hoa A, B, C,... để biểu thị các mệnh đề.

Ví dụ: Trong các câu sau đây, câu nào là mệnh đề. Xét tính đúng/sai:

a) Bạn đã ôn bài tập chưa?

b) Phương trình $x^3-3x+2=0$ vô nghiệm.

c) Tích của hai số âm là số dương.

d) Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng có diện tich bằng nhau.

e) Số 35 chia hết cho 15.

Cách giải:

a) "Bạn đã ôn bài tập chưa?" $\Rightarrow$ Không là mệnh đề.

b) "Phương trình $x^3-3x+2=0$ vô nghiệm" $\Rightarrow$ Là mệnh đề sai.

c) "Tích của hai số âm là số dương" $\Rightarrow$ Là mệnh đề đúng.

d) "Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng có diện tích bằng nhau" $\Rightarrow$ Là mệnh đề sai.

e) "Số 35 chia hết cho 15" $\Rightarrow$ Là mệnh đề sai.

b) Mệnh đề chứa biến

Ví dụ: Xét câu sau "n chia hết cho 3" với n là số tự nhiên.

- Với $n=5$ ta được mệnh đề: "5 chia hết cho 3" => Mệnh đề sai.

- Với $n=6$ ta được mệnh đề: "6 chia hết cho 3"=> Mệnh đề đúng.

Ta nói rằng câu "n chia hết cho 3" là mệnh đề chứa biến

Mệnh đề chứa biến là một câu chứa biến, với mỗi giá trị của biến thuộc một tập nào đó, ta được một mệnh đề đúng hoặc sai.

2. Mệnh đề phủ định

Để phủ định mệnh đề P, người ta thường thêm hoặc bớt từ "không" hoặc "không phải" vào trước vị ngữ của mệnh đề P.

Kí hiệu **mệnh đề phủ định** của P là $\overline{P}$.

Mệnh đề P và mệnh đề $\overline{P}$ là hai phát biểu trái ngược nhau.

Nếu P đúng thì $\overline{P}$ sai, nếu P sai thì $\overline{P}$ đúng.

Ví dụ: Phát biểu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng – sai của mệnh đề phủ định.

+) 17 là số chính phương

+) Phương trình $x^2+1=0$ có nghiệm

+) $\sqrt{3}+\sqrt{5}\geq\sqrt{8}$

+) $\sqrt{4}.\sqrt{9}=6$

Cách giải:

Mệnh đề	Phủ định
17 là số chính phương	17 không là số chính phương => MĐ đúng
Phương trình $x^2+1=0$ có nghiệm	Phương trình $x^2+1=0$ vô nghiệm => MĐ đúng
$\sqrt{3}+\sqrt{5}\geq\sqrt{8}$	$\sqrt{3}+\sqrt{5}<\sqrt{8}$ => MĐ đúng
$\sqrt{4}.\sqrt{9}=6$	$\sqrt{4}.\sqrt{9}\neq 6$ => MĐ sai

3. Mệnh đề kéo theo

Mệnh đề "Nếu P thì Q" được gọi là một **mệnh đề kéo theo** và kí hiệu là $P\Rightarrow Q$.

Mệnh đề $P\Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng, Q sai và đúng trong các trường hợp còn lại.

Ví dụ: Cho tam giác $\triangle ABC$. Xét hai mệnh đề:

P: "$\triangle ABC$ có hai góc bằng 60^o"

Q: "$\triangle ABC$ đều"

Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và xét tính đúng sai mệnh đề đó.

Cách giải:

Mệnh đề $P \Rightarrow Q$: "Nếu $\triangle ABC$ có hai góc bằng 60^o thì $\triangle ABC$ đều".

Mệnh đề trên là mệnh đề đúng.

Nhận xét:

Các định lí toán học là những mệnh đề đúng và thường có dạng $P \Rightarrow Q$. Khi đó ta nói:

P là giả thiết của định lí, Q là kết luận của định lí

Hoặc:

"P là **điều kiện đủ** để có Q"

"Q là **điều kiện cần** để có P".

Ví dụ: Phát biểu lại mệnh đề: "Nếu hình bình hành ABCD có hai đường chéo bằng nhau thì ABCD là hình chữ nhật."

Cách giải:

"Hình bình hành ABCD có hai đường chéo bằng nhau là điều kiện đủ để ABCD là hình chữ nhật".

"ABCD là hình chữ nhật là điều kiện cần để ABCD là hình bình hành và có hai đường chéo bằng nhau".

4. Mệnh đề đảo, hai mệnh đề tương đương

a) Mệnh đề đảo

Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là **mệnh đề đảo** của $P \Rightarrow Q$.

b) Hai mệnh đề tương đương

Nếu cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng thì ta nói P và Q là hai **mệnh đề tương đương**.

Kí hiệu: $P \Leftrightarrow Q$

Nhận xét:

Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ có thể phát biểu ở những dạng sau:

"P tương đương Q"; "P là điều kiện cần và đủ để có Q";

"P khi và chỉ khi Q"; "P nếu và chỉ nếu Q".

5. Mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall, \exists$

Kí hiệu: $\forall$ đọc là "với mọi";

Kí hiệu: $\exists$ đọc là "tồn tại".

Ví dụ: Sử dụng kí hiệu $\forall, \exists$ viết lại các mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó đúng hay sai?

P: "Với mọi số thực $x, x^2+1>0$"

Q: "Có một số hữu tỉ mà bình phương của nó bằng 2".

Cách giải:

P: "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2+1>0$" là mệnh đề đúng.

Q: "$\exists x \in \mathbb{Q}, x^2=2$" là mệnh đề sai.

Ví dụ: Cho mệnh đề P: "Mọi số thực đều có bình phương là một số không âm".

a) Lập mệnh đề phủ định $\overline{P}$ của P.

b) Sử dụng kí hiệu $\forall, \exists$ viết lại các mệnh đề trên.

Cách giải:

a) Ta có $\overline{P}$: "Tồn tại một số thực mà bình phương của nó là một số âm".

b) P: "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$" và $\overline{P}$: "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2<0$".

Nhận xét:

Phủ định của mệnh đề "$\forall x \in X, P(x)$" là "$\exists x \in X, \overline{P(x)}$"

Phủ định của mệnh đề "$\exists x \in X, P(x)$" là "$\forall x \in X, \overline{P(x)}$".

Ví dụ: Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mệnh đề phủ định

a) "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 2x-2$"

b) "$\exists x \in \mathbb{N}, x>x+1$".

Cách giải:

a) Mệnh đề phủ định là "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2=2x-2$". Đây là mệnh đề sai.

b) Mệnh đề phủ định là "$\forall x \in \mathbb{N}, x \leq x+1$". Đây là mệnh đề đúng.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP VỀ MỆNH ĐỀ

Dạng 1. Xác định mệnh đề, mệnh đề chứa biến, phủ định mệnh đề

Câu 1. Cho các phát biểu sau, có bao nhiêu phát biểu là mệnh đề đúng?

a) "18 là số chính phương"

b) "Tam giác vuông có một đường trung tuyến bằng nửa cạnh huyền"

c) "Các em hãy cố gắng học tập thật tốt nhé!"

d) "Tứ giác nội tiếp có tổng 2 góc đối diện bằng 180^o".

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Cách giải:

a) "18 là số chính phương" là mệnh đề sai.

b) "Tam giác vuông có một đường trung tuyến bằng nửa cạnh huyền" là mệnh đề đúng.

c) "Các em hãy cố gắng học tập thật tốt nhé!" không là mệnh đề.

d) "Tứ giác nội tiếp có tổng 2 góc đối diện bằng 180^o" là mệnh đề đúng.

Chọn B.

Câu 2. Cho mệnh đề $P(x)$: "$3x+5 \le x^2$" với x là số thực. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $P(3)$ **B.** $P(4)$ **C.** $P(1)$ **D.** $P(5)$

Cách giải:

A. $P(3)$: "$3.3+5 \le 3^2$" $\Rightarrow$ Sai

B. $P(4)$: "$3.4+5 \le 4^2$" $\Rightarrow$ Sai

C. $P(1)$: "$3.1+5 \le 1^2$" $\Rightarrow$ Sai

D. $P(5)$: "$3.5+5 \le 5^2$" $\Rightarrow$ Đúng

Chọn D.

Câu 3. Nêu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai cùa mỗi mệnh đề phủ định đó

a) A: "Hai đường chéo của hình thoi vuông góc với nhau"

b) B: "Tổng hai cạnh của một tam giác nhỏ hơn hoặc bằng cạnh còn lại".

c) C: "Nghiệm của phương trình $x^2-3=0$ là số hữu tỉ.

Cách giải:

Ta có:

a) $\overline{A}$: "Hai đường chéo của hình thoi không vuông góc với nhau" là mệnh đề sai.

b) $\overline{B}$:"Tổng hai cạnh của một tam giác lớn hơn cạnh còn lại" là mệnh đề đúng.

c) $\overline{C}$: "Nghiệm của phương trình $x^2-3=0$ không là số hữu tỉ" là mệnh đề đúng.

Dạng 2. Mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo, hai mệnh đề tương đương

Câu 4. Cho mệnh đề kéo theo có dạng $P \Rightarrow Q$: "Vì 120 chia hết cho 6 nên 120 chia hết cho 9".

a) Mệnh đề trên đúng hay sai?

b) Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề trên và xét tính đúng sai của mệnh đề đảo đó.

c) Hai mệnh đề P và Q có là hai mệnh đề tương đương hay không?

Cách giải:

a) $P \Rightarrow Q$: "Vì 120 chia hết cho 6 nên 120 chia hết cho 9" là mệnh đề sai.

b) Mệnh đề đảo: $Q \Rightarrow P$: 'Vì 120 chia hết cho 9 nên 120 chia hết cho 6" là mệnh đề đúng.

c) P và Q không là hai mệnh đề tương đương.

Câu 5. Tại Tiger Cup 98 có bốn đội được lọt vào vòng bán kết:

Việt Nam, Thái Lan, Singapor, Indonexia. Trước khi thi đấu vòng bán kết, ba bạn Dung, Quang, Trung dự đoán kết quả như sau:

Dung: Singapor nhì, còn Thái Lan ba

Quang: Việt Nam nhì, còn Thái Lan tư

Trung: Singapor nhất, còn Indonexia nhì

Kết quả, mỗi bạn dự đoán đúng một đội và sai một đội. Hỏi mỗi đội đã đạt giải mấy?

Cách giải:

Dung: Giả sử "Singapor nhì" là mệnh đề đúng và "Thái Lan ba" là sai.

$\Rightarrow$ Trung: "Singapor nhất" là sai và "Indonexia nhì" là đúng.

Suy ra có 2 đội nhì (mẫu thuẫn).

$\Rightarrow$ **Dung:** "Singapor nhì" là mệnh đề sai và "Thái Lan ba" là đúng.

$\Rightarrow$ **Quang:** "Việt Nam nhì" là đúng và "Thái Lan tư" là sai.

$\Rightarrow$ **Trung:** "Singapor nhất" là đúng và "Indonexia nhì" là sai.

Vậy Singapor nhất, Việt Nam nhì, Thái Lan ba, Indonexia tư.

Dạng 3. Mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall, \exists$

Câu 6. Kí hiệu X là tập hợp các cầu thủ x trong đội tuyển bóng rổ, $P(x)$ là mệnh đề chứa biến: "x cao trên 180cm". Mệnh đề "$\forall x \in X, P(x)$" khẳng định rằng

A. Mọi cầu thủ trong đội tuyển bóng rổ đều cao trên 180cm.

B. Trong số các cầu thủ của đội tuyển bóng rổ, có một cầu thù cao trên 180cm.

C. Bất cứ ai cao trên 180cm đều là cầu thủ của đội tuyển bóng rổ.

D. Trong số các cều thủ của đội tuyển bóng rổ, có it nhát một càu thư cao trên 180cm.

Cách giải:

Mệnh đề "$\forall x \in X, P(x)$" khẳng định rằng: Mọi cầu thủ trong đội tuyển bóng rổ đều cao trên 180cm.

Chọn A.

Câu 7. Mệnh đề nào sau đây là phủ định của mệnh đề: "Mọi động vật đều di chuyển".

A. Mọi động vật đều không di chuyển.

B. Mọi động vật đều đứng yên.

C. Có ít nhất một động vật không di chuyển.

D. Có ít nhất một động vật di chuyển.

Cách giải:

Mệnh đề phủ định của mệnh đề: "Mọi động vật đều di chuyển" là mệnh đề: "Có ít nhất một động vật không di chuyển".

Chọn C.

Câu 8. Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề phủ định đó:

a) "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \le 2x-1$"

b) "$\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)$ chia hết cho 2"

Cách giải:

a) "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 2x-1$" là mệnh đề sai.

b) "$\exists n \in \mathbb{N}, n(n+1)$ không chia hết cho 2" là mệnh đề sai.