BÀI GIẢNG: HÌNH TRỤ VÀ HÌNH NÓN

CHUYÊN ĐỀ: MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

MÔN: TOÁN 9 KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

GIÁO VIÊN: ĐỖ VĂN BẢO

MỤC TIÊU

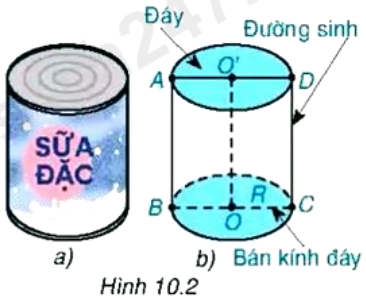
- ✓ *Mô tả hình trụ, hình nón và các khái niệm liên quan.*
- ✓ *Tạo lập hình trụ và hình nón.*
- ✓ *Tính diện tích xung quanh và thể tích hình trụ, hình nón.*
- ✓ *Áp dụng giải bài tập và các bài toán thực tế liên quan.*

1 Hình trụ

Nhận biết hình trụ

1. Hộp sữa (H.10.2a) có dạng một hình trụ.

Một số yếu tố của hình trụ được chỉ ra trên Hình 10.2b.



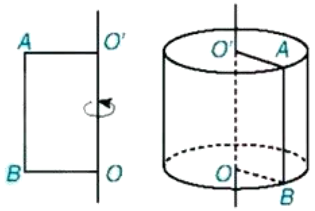
Hình 10.2

2. Khi quay hình chữ nhật O'ABO một vòng quanh OO' cố định thì ta được một hình trụ (H.10.3), trong đó:

- Hai đáy của hình trụ có hai hình tròn bằng nhau (O';O'A) và (O;OB).

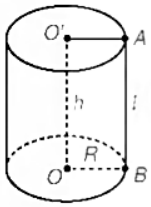
- Mỗi đường sinh là một vị trí của AB khi quay. Vậy hình trụ có vô số đường sinh. R = O'A = OB gọi là bán kính đáy của hình trụ.

- Độ dài của đoạn OO' gọi là chiều cao của hình trụ. Các đường sinh bằng nhau và bằng OO'.



Hình 10.3

Một số yếu tố của hình trụ:

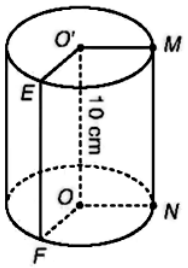


Chiều cao: h = O'O.

Bán kính đáy: R = OB.

Đường sinh: l = AB.

Ví dụ 1: Hãy kể tên một bán kính đáy và một đường sinh của hình trụ trong Hình 10.4. Cho biết chiều cao của hình trụ này.



Hình 10.4

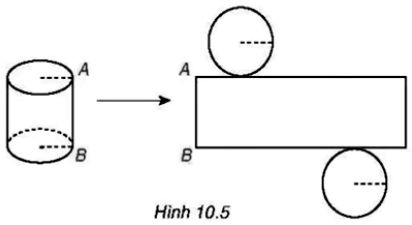
Cách giải:

O'M là một bán kính đáy của hình trụ.

EF là một đường sinh của hình trụ.

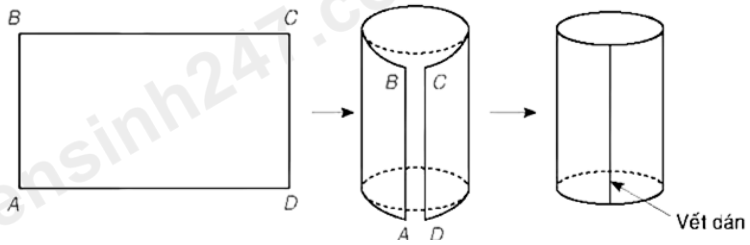
Chiều cao O'O = 10cm.

Chú ý: Từ một hình trụ, nếu ta cắt rời hai đáy và cắt theo một đường sinh nào đó rồi trải phẳng ra thì ta được một hình phẳng (gồm hai hình tròn và một hình chữ nhật) như Hình 10.5 gọi là *hình triển khai* của *hình trụ* đã cho.



Hình 10.5

Thực hành 1: Chuẩn bị một bằng giấy cứng hình chữ nhật ABCD với AB = 8cm, BC = 15cm. Cuộn băng giấy lại sao cho hai cạnh AB và DC sát vào nhau như Hình 10.6 (dùng băng keo dán), ta được một hình trụ (không có đáy). Hãy cho biết chiều cao và chu vi đáy của hình trụ đó.



Diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ

HĐ1: Người ta coi diện tích hình chữ nhật ABCD chính là diện tích xung quanh của hình trụ được tạo thành (xem Thực hành 1). Cho hình trụ có chiều cao h = 9cm và bán kính đáy R = 5cm. Tính diện tích mặt xung quanh của hình trụ.

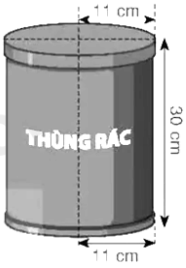
$V = S_{đáy} . h = \pi^2 Rh$

Trong đó: $S_{đáy}$ là diện tích đáy

R là bán kính đáy

h là chiều cao

Ví dụ 2: Bác Khôi dự định sơn lại một thùng rác có dạng hình trụ (sơn mặt ngoài và một đáy là nắp) có bán kính đáy bằng 11cm, chiều cao bằng 30cm (H.10.7).



a) Tính diện tích phần cần sơn của thùng rác.

b) Tính thể tích của thùng rác (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của cm^3).

Cách giải:

a) Phần cần sơn bao gồm mặt xung quanh và một đáy của hình trụ.

Theo đề bài, ta có R = 11cm và h = 30cm. Do đó:

$S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.11.30 = 660\pi \left(cm^2\right)$

$S_{đáy} = \pi R^2 = \pi.11^2 = 121\pi \left(cm^2\right)$

Vậy diện tích cần sơn là $S = S_{xq} + S_{đáy} = (660+121)\pi = 781\pi \left(cm^2\right)$.

b) Thể tích của thùng rác là: $V = S_{đáy}. h = 121\pi.30 = 3630\pi \approx 11404 \left(cm^3\right)$.

Luyện tập 2: Một thùng nước có dạng hình trụ với chiều cao bằng 1,6m và bán kính đáy bằng 0,5m.

a) Tính diện tích xung quanh của thùng nước.

b) Hỏi thùng chứa được bao nhiêu lít nước?

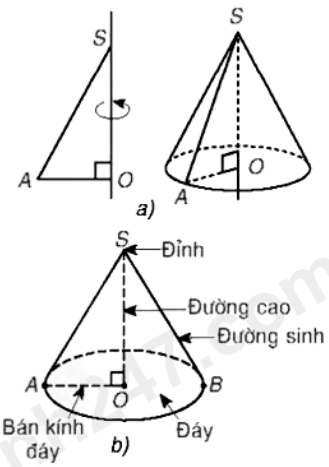
(Coi chiều dày của thùng không đáng kể và làm tròn kết quả ở câu b đến hàng đơn vị của lít).

Cách giải:

a) Diện tích xung quanh là: $2.3,14.0,5.1,6 = 5,024$ (m^2).

b) Thể tích nước thùng chứa được là: $3,14.0,5^2.1,6 = 1,256$ (m^3).

2 Hình nón



2. Khi quay tam giác vuông SOA (vuông ở O) một vòng quanh SO cố định thì ta được một hình nón đỉnh S (H.10.9a), trong đó:

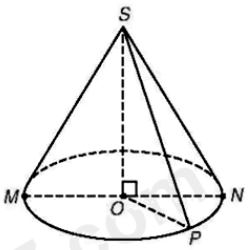
- Đáy của hình nón (O;OA), R = OA gọi là bán kính đáy của hình nón.

- Mỗi đường sinh là một vị trí của SA khi quay. Vậy hình nón có vô số đường sinh bằng nhau.

- SO gọi là đường cao của hình nón. Độ dài đoạn SO được gọi là chiều cao của hình nón.

Ví dụ 3: Hãy kể tên đỉnh, đường cao, một bán kính đáy và một đường sinh của hình nón trong Hình 10.10.

Cách giải:



Hình 10.10

Đỉnh: S

Đường cao: SO

Một bán kính đáy: OM

Một đường sinh: SM

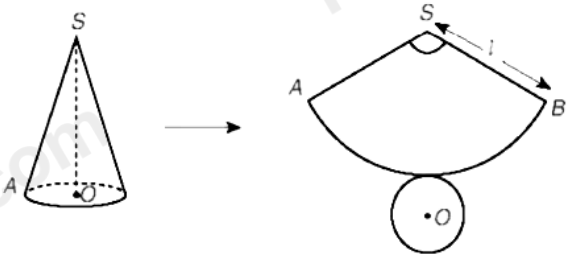
Luyện tập 3: Kể tên các bán kính đáy và các đường sinh còn lại của hình nón trong Hình 10.10.

Cách giải:

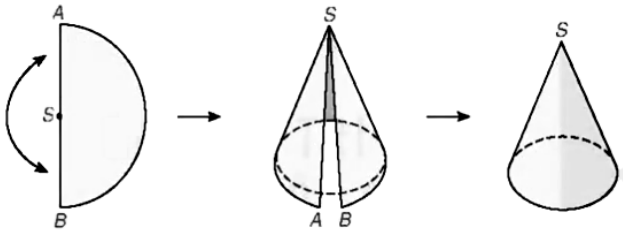
Bán kính đáy còn lại: ON, OP.

Các đường sinh còn lại: SN, SP.

Chú ý: Cho một hình nón. Nếu ta cắt rời đáy và cắt mặt xung quanh của nó theo đường sinh SA rồi trải phẳng ra thì được một hình phẳng (gồm một hình trụ và một hình quạt tròn) như Hình 10.11 g0oji là *hình triển khai* của *hình nón* đã cho.



Thực hành 2: Cắt một nửa hình tròn bằng giấy cứng, có đường kính AB = 20cm và tâm là S. Cuộn nửa hình tròn đó lại sao cho SA và SB sát vào nhau như Hình 10.12 (dùng băng keo dán), ta được một hình nón đỉnh S. Hãy cho biết độ dài đường sinh và chu vi đáy của hình nón đó.



Diện tích xung quanh và thể tích của hình nón

HĐ3: Người ta coi diện tích của hình quạt tròn SAB (xem Thực hành 2) chính là diện tích xung quanh của hình nón được tạo thành. Cho hình nón có đường sinh l = 9cm và bán kính đáy r = 5cm. Tính diện tích mặt xung quanh của hình nón.

Một cách tổng quát, ta có công thức *diện tích mặt xung quanh* (gọi tắt là *diện tích xung quanh*, kí hiệu là S_{xq}) của hình nón như sau:

$S_{xq} = \pi r l$

Trong đó: r là bán kính đáy

l là độ dài đường sinh

HĐ4: Hãy nhắc lại công thức tính thể tích của hình chóp tam giác đều (hoặc hình chóp tứ giác đều) có diện tích S và chiều cao h.

Tương tự, ta có công thức tính thể tích của hình nón như sau:

$$V = \frac{1}{3} S_{đáy}.h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

Trong đó: $S_{đáy}$ là diện tích đáy

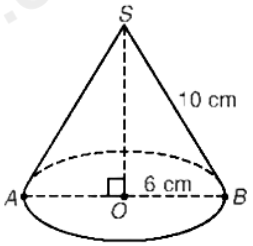
r là bán kính đáy

h là chiều cao

Ví dụ 4: Cho một hình nón có độ dài đường sinh bằng 10cm, bán kính đáy bằng 6cm (H.10.13).

a) Tính diện tích xung quanh của hình nón.

b) Tính thể tích của hình nón.



Cách giải:

a) Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi r l = \pi.6.10 = 60\pi \left(cm^2\right)$

b) Tam giác SOB vuông tại O nên theo định lí Pythagore ta có:

$OB^2 + SO^2 = SB^2$

$6^2 + SO^2 = 10^2$

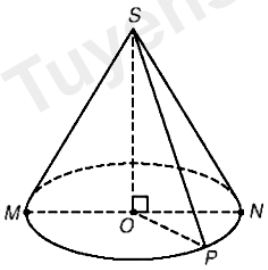
$SO^2 = 100 - 36 = 64$

$SO = 8cm$

Thể tích của hình nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.6^2.8 = 96\pi \left(cm^3\right)$.

Luyện tập 4: Tính diện tích xung quanh và thể tích của một hình nón có độ dài đường sinh bằng 13cm và chiều cao bằng 12cm.

Cách giải:



a) Bán kính đáy là: $r = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$

Diện tích xung quanh là: $S_{xq} = 3{,}14.5.13 = 204{,}1\ (cm^2)$

b) Thể tích hình nón là: $3{,}14.5^2.12 = 942\ (cm^3)$

Vận dụng: Người ta đổ muối thu hoạch được trên cánh đồng muối thành từng đống có dạng hình nón với chiều cao khoảng 0,9m và đường kính đáy khoảng 1,6m. Hỏi mỗi đống muối có bao nhiêu đèximét khối muối? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

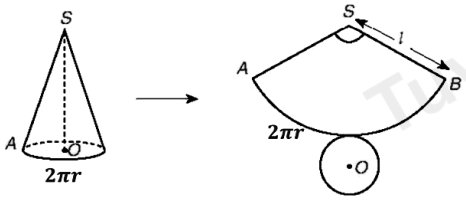


Cách giải:

Bán kính đáy đống muối là: 1,6 : 2 = 0,8 (m)

Thể tích đống muối là: V = 3,14 . $0{,}8^2$. 0,9. 1000 = 1808 (dm^3)

Hình nón – Chứng minh công thức tính diện tích xung quanh

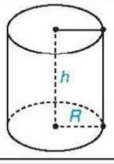


Diện tích hình tròn bán kính l là: $S = \pi l^2$ (cung có độ dài $2\pi l$)

Diện tích hình quạt SAB có độ dài cung $AB = 2\pi r$ là: $S_q = \pi l^2 . \dfrac{2\pi r}{2\pi l} = \pi r l$

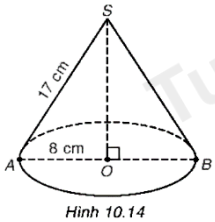
B. BÀI TẬP

10.1: Thay dấu "?" bằng giá trị thích hợp và hoàn thành bảng sau vào vở:

Hình	Bán kính đáy (cm)	Chiều cao (cm)	Diện tích xung quanh (cm^2)	Thể tích (cm^3)
	4	6	?	?
	3	5	?	?
	?	10	?	50π
	8	?	192π	?

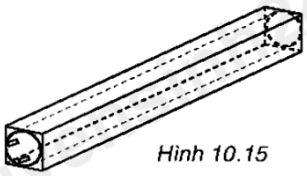
10.2: Cho hình chữ nhật ABCD có AB = 3cm, BC = 4cm. Quay hình chữ nhật quanh cạnh AB một vòng, ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ tạo thành.

10.3: Khi cho tam giác SOA vuông tại O quay quanh cạnh SO một vòng, ta được một hình nón. Biết OA = 8cm, SA = 17cm (H.10.14). Tính diện tích xung quanh và thể tích.



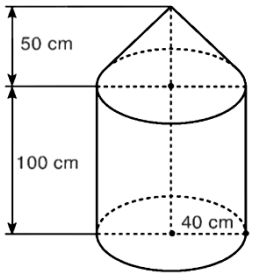
Hình 10.14

10.4: Một bóng đèn huỳnh quang có dạng hình trụ được đặt khít vào một hộp giấy cứng dạng hình hộp chữ nhật. Hộp giấy có chiều dài bằng 0,6m, đáy là hình vuông cạnh 4cm. Tính diện tích xung quanh và thể tích của bóng đèn.



Hình 10.15

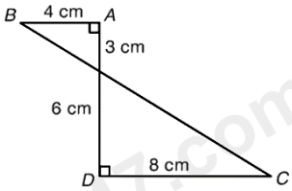
10.5: Một dụng cụ gồm một phần có dạng hình tụ và một phần có dạng hình nón với các kích thước như hình vẽ.



a) Tính thể tích của dụng cụ này.

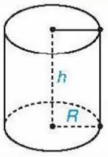
b) Tính diện tích mặt ngoài của dụng cụ (không tính đáy của dụng cụ).

10.6: Tính thể tích của hình tạo thành khi cho hình ABCD quay quanh AD một vòng.



HƯỚNG DẪN GIẢI

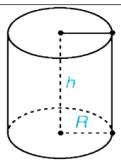
10.1: Thay dấu "?" bằng giá trị thích hợp và hoàn thành bảng sau vào vở:

Hình	Bán kính đáy (cm)	Chiều cao (cm)	Diện tích xung quanh (cm^2)	Thể tích (cm^3)
	4	6	?	?
	3	5	?	?
	?	10	?	50π
	8	?	192π	?

Cách giải:

Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi rh \Rightarrow h = \dfrac{S_{xq}}{2\pi r} \Rightarrow r = \dfrac{S_{xq}}{2\pi h}$

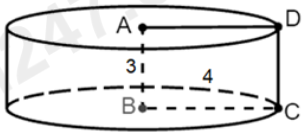
Thể tích: $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \dfrac{V}{\pi r^2} \Rightarrow r = \sqrt{\dfrac{V}{\pi h}}$

Hình	Bán kính đáy (cm)	Chiều cao (cm)	Diện tích xung quanh (cm^2)	Thể tích (cm^3)
	4	6	48π	96π
	3	5	30π	45π
	$\sqrt{5}$	10	$20\sqrt{5}\pi$	50π
	8	12	192π	768π

10.2: Cho hình chữ nhật ABCD có AB = 3cm, BC = 4cm. Quay hình chữ nhật quanh cạnh AB một vòng, ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ tạo thành.

Cách giải:

Quay quanh AB nên $h = AB = 3cm,\ R = BC = 4cm$



Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.4.3 = 24\pi\ (cm^2)$

Thể tích của hình trụ là: $V = S_{đáy}.h = \pi R^2 h = \pi.4^2.3 = 48\pi\ (cm^3)$

10.3: Khi cho tam giác SOA vuông tại O quay quanh cạnh SO một vòng, ta được một hình nón.

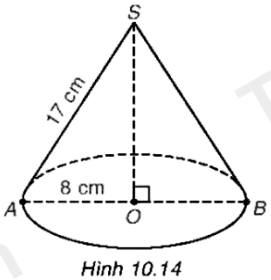
Biết OA = 8cm, SA = 17cm (H.10.14). Tính diện tích xung quanh và thể tích.

Cách giải:

a) Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi.OA.SA = \pi.8.17 = 136\pi\ (cm^2)$

b) Áp dụng định lí Pythagore ΔSAO: $OS^2 + OA^2 = AS^2 \Rightarrow SO = 15\ (cm)$

Thể tích của hình nón là: $V = \dfrac{1}{3}\pi.OA^2.SO = \dfrac{1}{3}\pi.8^2.15 = 320\pi\ (cm^3)$



Hình 10.14

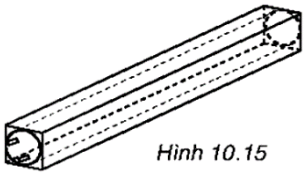
10.4: Một bóng đèn huỳnh quang có dạng hình trụ được đặt khít vào một hộp giấy cứng dạng hình hộp chữ nhật. Hộp giấy có chiều dài bằng 0,6m, đáy là hình vuông cạnh 4cm. Tính diện tích xung quanh và thể tích của bóng đèn.

Cách giải:

Bóng đèn huỳnh quang đó có chiều cao h = 0,6m = 60cm, đường kính đáy 4cm nên bán kính đáy là R = 2cm.

Diện tích xung quanh của bóng đèn là:

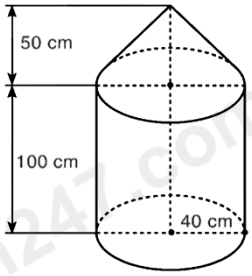
$$S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.60.2 = 240\pi \left(cm^2\right)$$



Hình 10.15

Thể tích của bóng đèn là: $V = S_{đáy}.h = \pi R^2 h = \pi.2^2.60 = 240\pi \left(cm^3\right)$

10.5: Một dụng cụ gồm một phần có dạng hình tụ và một phần có dạng hình nón với các kích thước như hình vẽ.



a) Tính thể tích của dụng cụ này.

b) Tính diện tích mặt ngoài của dụng cụ (không tính đáy của dụng cụ).

Cách giải:

Dụng cụ bao gồm:

- Hình nón có chiều cao là 50cm, bán kính đáy bằng 40cm.

- Hình trụ có chiều cao là 100cm, bán kính đáy là 40cm.

a) Thể tích của hình nón là:

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi.40^2.50 = \frac{80000}{3}\pi \left(cm^3\right)$$

Thể tích của hình trụ là:

$$V_2 = \pi.40^2.100 = 160000\pi \left(cm^3\right)$$

Thể tích của dụng cụ là:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{80000}{3}\pi + 160000\pi = \frac{560000}{3}\pi \left(cm^3\right)$$

b) Đường sinh của hình nón là: $\sqrt{40^2 + 50^2} = 10\sqrt{41}$

Diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_1 = \pi.40.10\sqrt{41} = 400\sqrt{41}\pi \left(cm^2\right)$$

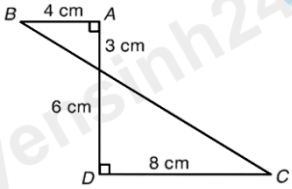
Diện tích xung quanh của hình trụ là

$$S_2 = 2\pi.40.100 = 8000\pi \left(cm^2\right)$$

Diện tích mặt ngoài của dụng cụ (không tính đáy của dụng cụ) là:

$$S = S_1 + S_2 = 400\sqrt{41}\pi + 8000\pi = 400\left(\sqrt{41} + 20\right)\pi \left(cm^2\right)$$

10.6: Tính thể tích của hình tạo thành khi cho hình ABCD quay quanh AD một vòng.

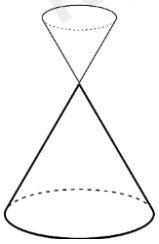


Cách giải:

Khi quay hình ABCD quanh cạnh AD một vòng thì ta được một hình gồm hai hình nón có:

- Hình nón thứ nhất có chiều cao bằng 3cm, bán kính đáy bằng 4cm.

- Hình nón thứ hai có chiều cao bằng 6cm, bán kính đáy bằng 8cm.



$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{3}\pi.4^2.3 + \frac{1}{3}\pi.8^2.6 = 16\pi + 128\pi = 144\pi \left(cm^3\right)$$