BÀI GIẢNG: PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN
CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN
MÔN: TOÁN 9 NÂNG CAO
GIÁO VIÊN: NGUYỄN THỊ YẾN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Phương trình bậc nhất một ẩn

Phương trình bậc nhất một ẩn là phương trình có dạng $ax+b=0\ (a\neq 0)$. Thông thường để giải phương trình này ta chuyển những đơn thức có chứa biến về một vế, những đơn thức không chứa biến về một vế.

2 Phương trinh quy về phương trình bậc nhất

Dùng các phép biến đổi như: nhân đa thức, quy đồng mẫu số, chuyển vế... để đưa phương trình đã cho về dạng $ax+b=0$.

2. 1. Phương trình tích là những phương trình sau khi biến đổi có dạng:

$A(x)\cdot B(x)=0 \Leftrightarrow A(x)=0$ hoặc $B(x)=0$

2. 1. Phương trình chứa ẩn ở mẫu: ngoài những phương trình có cách giải đặc biệt, đa số các phương trình đều giải theo các bước sau:

- Tìm điều kiện xác định (ĐKXĐ).
- Quy đồng mẫu thức và bỏ mẫu.
- Giải phương trình sau khi bỏ mẫu.
- Kiểm tra xem các nghiệm vừa tìm được có thỏa mãn ĐKXĐ không. Chú ý chỉ rõ nghiệm nào thỏa mãn, nghiệm nào không thỏa mãn. Kết luận số nghiệm cuia phương trình đã cho là những giả trị thỏa mãn ĐKXĐ.

B. BÀI TẬP

Bài 1: Giải phương trình:

a) $5-(x-6)=4(3-2x)\ (1)$

b) $2x(x+2)^2-8x^2=2(x-2)(x^2+2x+4)(2)$

c) $\frac{2x-8}{6}-\frac{3x+1}{4}=\frac{9x-2}{8}+\frac{3x-1}{12}\ (3)$

Bài 2: Giải phương trình:

a) $x(x-16)-297=0\ (1)$

b) $4x^2-1=(2x+1)(3x-5)\ (2)$

c) $x^3-4x^2=3x^2-12x\ (3)$

Bài 3: Giải phương trình:

a) $\left(x^2-5x\right)^2+10\left(x^2-5x\right)+24=0$ (1)

b) $x\left(x+1\right)\left(x^2+x+1\right)=42$ (2)

Bài 4: Giải phương trình:

a) $\frac{x^2-x}{x+3}-\frac{x^2}{x-3}=\frac{7x^2-3x}{9-x^2}$ (1)

b) $2+\frac{1}{x}=\left(\frac{1}{x}+2\right)\left(x^2+1\right)$ (2)

c) $\left(x+1+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-1-\frac{1}{x}\right)^2$ (3)

Bài 5: Cho phương trình ẩn $x:\frac{x+2m}{x-5}-1=\frac{x+5}{2m-x}+1$ (với m là tham số) (1)

a) Giải phương trình với $m=5$;

b) Tìm m để phương trình có nghiệm $x=10$;

c) Giải phương trình với tham số m.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1: Giải phương trình:

a) $5-\left(x-6\right)=4\left(3-2x\right)$ (1)

b) $2x\left(x+2\right)^2-8x^2=2\left(x-2\right)\left(x^2+2x+4\right)$ (2)

c) $\frac{2x-8}{6}-\frac{3x+1}{4}=\frac{9x-2}{8}+\frac{3x-1}{12}$ (3)

Cách giải:

a) (1) $\Leftrightarrow 5-x+6=12-8x$

$\Leftrightarrow -x+8x=12-5-6$

$\Leftrightarrow 7x=1$

$\Leftrightarrow x=\frac{1}{7}$

Vậy (1) có nghiệm duy nhất $x=\frac{1}{7}$.

b) (2) $\Leftrightarrow 2x\left(x^2+4x+4\right)-8x^2=2\left(x^3-2^3\right)$

$\Leftrightarrow 2x^3+8x^2+8x-8x^2=2x^3-16$

$\Leftrightarrow 8x=-16$

$\Leftrightarrow x=-2$

Vậy (2) có nghiệm duy nhất $x=-2$.

c) (3) $\Leftrightarrow \dfrac{4(2x-8)}{24}-\dfrac{6(3x+1)}{24}=\dfrac{3(9x-2)}{24}+\dfrac{2(3x-1)}{24}$

$\Leftrightarrow 8x-32-18x-6=27x-6+6x-2$

$\Leftrightarrow -10x-38=33x-8$

$\Leftrightarrow -10x-33x=-8+38$

$\Leftrightarrow -43x=30$

$\Leftrightarrow x=-\dfrac{30}{43}$

Vậy (2) có nghiệm duy nhất $x=-\dfrac{30}{43}$.

Bài 2: Giải phương trình:

a) $x(x-16)-297=0$ (1)

b) $4x^2-1=(2x+1)(3x-5)$ (2)

c) $x^3-4x^2=3x^2-12x$ (3)

Cách giải:

a) (1) $\Leftrightarrow x^2-16x-297=0$

$\Leftrightarrow x^2-27x+11x-297=0$

$\Leftrightarrow x(x-27)+11(x-27)=0$

$\Leftrightarrow (x-27)(x+11)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-27=0 \\ x+11=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=27 \\ x=-11 \end{array}\right.$

Vậy (1) có 2 nghiệm là: $x\in\{27;-11\}$.

b) (2) $\Leftrightarrow (2x-1)(2x+1)=(2x+1)(3x-5)$

$\Leftrightarrow (2x+1)(2x-1-3x+5)=0$

$\Leftrightarrow (2x+1)(-x+4)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+1=0 \\ -x+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{1}{2} \\ x=4 \end{array}\right.$

Vậy (2) có 2 nghiệm là: $x\in\left\{-\dfrac{1}{2};4\right\}$.

c) (3) $\Leftrightarrow x^3-7x^2+12x=0$

$\Leftrightarrow x^3-7x^2+12x=0$

$\Leftrightarrow x(x^2-7x+12)=0$

$\Leftrightarrow x(x^2-3x-4x+12)=0$

$\Leftrightarrow x[x(x-3)-4(x-3)]=0$

$\Leftrightarrow x(x-3)(x-4)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x-3=0 \\ x-4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \\ x=4 \end{array}\right.$

Vậy (3) có 3 nghiệm là: $x \in \{0;3;4\}$.

Bài 3: Giải phương trình:

a) $\left(x^2-5x\right)^2+10\left(x^2-5x\right)+24=0$ (1)

b) $x(x+1)\left(x^2+x+1\right)=42$ (2)

Cách giải:

a) Đặt $t=x^2-5x$ (1) trở thành:

$t^2+10t+24=0$

$\Leftrightarrow t^2+4t+6t+24=0$

$\Leftrightarrow t(t+4)+6(t+4)=0$

$\Leftrightarrow (t+4)(t+6)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t+4=0 \\ t+6=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-4 \\ t=-6 \end{array}\right.$

Với $t=-4 \Rightarrow x^2-5x=-4$

$\Leftrightarrow x^2-5x+4=0$

$\Leftrightarrow x^2-x-4x+4=0$

$\Leftrightarrow x(x-1)-4(x-1)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x-4)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x-4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \end{array}\right.$

Với $t=-6 \Rightarrow x^2-5x=-6$

$\Leftrightarrow x^2-5x+6=0$

$\Leftrightarrow x^2-2x-3x+6=0$

$\Leftrightarrow x(x-2)-3(x-2)=0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x-3)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$

Vậy (1) có 4 nghiệm là: $x \in \{1;2;3;4\}$.

b) (2) $\Leftrightarrow \left(x^2+x\right)\left(x^2+x+1\right)=42$

Đặt $x^2+x=t$, (2) trở thành:

$\Leftrightarrow t.(t+1)=42$

$\Leftrightarrow t^2+t-42=0$

$\Leftrightarrow t^2+7t-6t-42=0$

$\Leftrightarrow t(t+7)-6(t+7)=0$

$\Leftrightarrow (t+7)(t-6)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-7 \\ t=6 \end{array}\right.$

Với $t=6 \Rightarrow x^2+x=6$

$\Leftrightarrow x^2+x-6=0$

$\Leftrightarrow x^2+3x-2x-6=0$

$\Leftrightarrow x(x+3)-2(x+3)=0$

$\Leftrightarrow (x+3)(x-2)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+3=0 \\ x-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=2 \end{array}\right.$

Với $t=-7 \Rightarrow x^2+x=-7 \Rightarrow 7x^2+x+7=0$ (*)

Có: $x^2+x+7=x^2+x+\frac{1}{4}+\frac{27}{4}=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{27}{4} \geq \frac{27}{4}>0, \forall x$

$\Rightarrow$ (*) vô nghiệm

Vậy (2) có 2 nghiệm là $x \in \{-3;2\}$

Bài 4: Giải phương trình:

a) $\frac{x^2-x}{x+3}-\frac{x^2}{x-3}=\frac{7x^2-3x}{9-x^2}$ (1)

b) $2+\frac{1}{x}=\left(\frac{1}{x}+2\right)\left(x^2+1\right)$ (2)

c) $\left(x+1+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-1-\frac{1}{x}\right)^2$ (3)

Cách giải:

a) ĐKXĐ: $x \neq \pm 3$

(1) $\Leftrightarrow \frac{x^2-x}{x+3}-\frac{x^2}{x-3}+\frac{7x^2-3x}{x^2-9}=0$

$\Rightarrow \left(x^2-x\right)(x-3)-x^2(x+3)+7x^2-3x=0$

$\Leftrightarrow x^3-3x^2-x^2+3x-x^3-3x^2+7x^2-3x=0$

$\Leftrightarrow 0x=0$ (luôn đúng)

Vậy (1) có vô số nghiệm $x \in \mathbb{R}$ và $x \neq \pm 3$.

b) ĐKXĐ: $x \neq 0$.

(2) $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{x}+2\right)\left(x^2+1-1\right)=0$.

$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{x}+2\right)x^2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \text{ (KTMĐK)} \\ \frac{1}{x}+2=0 \end{array}\right.$

$\Rightarrow 1+2x=0$ hay $x=\frac{-1}{2}$ (TMĐK)

Vậy (2) có nghiệm duy nhất $x=\frac{-1}{2}$.

c) ĐKXĐ: $x \neq 0$

(3) $\Leftrightarrow \left(x+1+\frac{1}{x}\right)^2-\left(x-1-\frac{1}{x}\right)^2=0$

$\Leftrightarrow \left(2+\frac{2}{x}\right)\cdot 2x=0.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 (\text{KTMĐK}) \\ 2+\frac{2}{x}=0 \Rightarrow 2x+2=0 \text{ hay } x=-1 \end{array}\right.$

Vậy (3) có nghiệm duy nhất $x=-1$.

Bài 5: Cho phương trình ẩn $x: \frac{x+2m}{x-5}-1=\frac{x+5}{2m-x}+1$ (với m là tham số) (1)

a) Giải phương trình với $m=5$;

b) Tìm m để phương trình có nghiệm $x=10$;

c) Giải phương trình với tham số m.

Cách giải:

a) Với $m=5$ thì (1) trở thành: $\frac{x+10}{x-5}-1=\frac{x+5}{10-x}+1$(*)

ĐKXĐ: $x \neq 5$; $x \neq 10$.

(*) $\Leftrightarrow \frac{x+10}{x-5}+\frac{x+5}{x-10}-2=0$

$\Rightarrow (x+10)(x-10)+(x+5)(x-5)-2(x-5)(x-10)=0$

$\Leftrightarrow x^2-100+x^2-25-2\left(x^2-15x+50\right)=0$

$\Leftrightarrow 30x=225$

$\Leftrightarrow x=7,5$ (TMĐK)

Vậy với $m=5$ thì (1) có nghiệm duy nhất $x=7,5$.

b) Vì $x=10$ là nghiệm của (1) nên $\frac{10+2m}{5}-1=\frac{15}{2m-10}+1\ (m\neq 5)$

$\Leftrightarrow \frac{10+2m}{5}-\frac{15}{2m-10}-2=0$

$\Leftrightarrow (10+2m)(2m-10)-75-10(2m-10)=0$

$\Leftrightarrow 4m^2-20m-75=0$

$\Leftrightarrow 4m^2-30m+10m-75=0$

$\Leftrightarrow 2m(2m-15)+5(2m-15)=0$

$\Leftrightarrow (2m-15)(2m+5)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2m-15=0\\2m+5=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=7,5\\m=-2,5\end{array}\right. (\text{TMĐK})$

Vậy $m\in\{7,5;-2,5\}$.

c) ĐKXĐ: $x\neq 5; x\neq 2m$

$(1)\Leftrightarrow \frac{x+2m}{x-5}+\frac{x+5}{x-2m}-2=0$

$\Rightarrow (x+2m)(x-2m)+(x+5)(x-5)-2(x-5)(x-2m)=0$

$\Rightarrow x^2-4m^2+x^2-25-2\left(x^2-2mx-5x+10m\right)=0$

$\Leftrightarrow 2(2m+5)x=4m^2+20m+25$

$\Leftrightarrow 2(2m+5)x=(2m+5)^2\ (2)$

Nếu $2m+5=0\Leftrightarrow m=-2,5$ thì (2) trở thành: $0x=0$ (luôn đúng)

$\Rightarrow (*)$ có vô số nghiệm $x\neq\pm 5$

+) Nếu $2m+5\neq 0\Leftrightarrow m\neq -2,5$ thì (2) có nghiệm $x=\frac{2m+5}{2}$

Xét $\begin{cases}\frac{2m+5}{2}\neq 5\\ \frac{2m+5}{2}\neq 2m\end{cases}\Leftrightarrow m\neq 2,5$

$\Rightarrow m\neq\pm 2,5$ thì (*) có nghiệm $x=\frac{2m+5}{2}$

Xét $m=2,5$ thì $x=\frac{2m+5}{2}$ (KTMĐK)

$\Rightarrow (*)$ vô nghiệm

Vậy $m=-2,5$ thì (*) có vô số nghiệm $x\neq\pm 5$;

$m=2,5$ thì (*) vô nghiệm; $m\neq\pm 2,5$ thì (*) có nghiệm $x=\frac{2m+5}{2}$.