BÀI GIẢNG: ÔN TẬP GIỮA HỌC KÌ I – ĐỀ SỐ 1
CHUYÊN ĐỀ: ÔN TẬP GIỮA HỌC KÌ I
MÔN: TOÁN 11
GIÁO VIÊN: NGUYỄN CÔNG CHÍNH

MỤC TIÊU

- ✓ *Nắm vững công thức lượng giác, phương trình lượng giác, tổ hợp - xác suất, và dãy số.*
- ✓ *Vận dụng linh hoạt công thức và định lý để giải toán.*
- ✓ *Nhận dạng và phân loại các dạng bài để chọn phương pháp giải phù hợp.*

ĐỀ BÀI

Câu 1: Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\cos^2 a - \sin^2 a = 1$ **B.** $\cos^2 a - \sin^2 a = \sin 2a$

C. $\cos^2 a - \sin^2 a = \cos 2a$ **D.** $2\cos^2 a - 1 = \sin 2a$

Câu 2: Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\cos(x + k2\pi) = \cos x$ **B.** $\sin(\pi - x) = \sin x$ **C.** $\tan(x + k\pi) = \tan x$ **D.** $\cot(\pi - x) = \cot x$

Câu 3: Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\cos(a - b) = \sin a \sin b + \cos a \cdot \cos b$ **B.** $\cos(a + b) = \sin a \sin b - \cos a \cdot \cos b$

C. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \cdot \sin b$ **D.** $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \cdot \sin b$

Câu 4: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \tan x + \cot x$

A. $D = R \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ **B.** $D = R \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

C. $D = R \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in Z\right\}$ **D.** $D = R \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\right\}$

Câu 5: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$

A. $D = R$ **B.** $D = R \setminus \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in Z\right\}$

C. $D = R \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ **D.** $D = R \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in Z\right\}$

Câu 6: Tìm tập xác định D của hàm số $y = 3\tan^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

A. $D = R \setminus \left\{\frac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in Z\right\}$ **B.** $D = R \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in Z\right\}$

C. $D=R\setminus\left\{\frac{3\pi}{2}+k\pi,k\in Z\right\}$ **D.** $D=R\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z\right\}$

Câu 7: Trong các hàm số sau , hàm số nào là hàm số chẵn ?

A. $y=-\sin x$ **B.** $y=\cos x-\sin x$ **C.** $y=\cos x+\sin^2 x$ **D.** $y=\cos x\cdot\sin x$

Câu 8: Trong các hàm số sau , hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y=\cot 4x$ **B.** $y=\frac{1+\sin x}{\cos x}$ **C.** $y=\tan^2 x$ **D.** $y=|\cot x|$

Câu 9: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số không tuần hoàn ?

A. $y=\cos x$ **B.** $y=\cos 2x$ **C.** $y=x^2\cos x$ **D.** $y=\frac{1}{\sin 2x}$

Câu 10: Tìm chu kì tuần hoàn T của hàm số $y=\cos\left(\frac{x}{2}+2024\right)$

A. $T=4\pi$ **B.** $T=2\pi$ **C.** $T=\frac{\pi}{2}$ **D.** $T=\pi$

Câu 11: Tìm tập giá trị T của hàm số $y=3\cos 2x+5$

A. $T=[-1;1]$ **B.** $T=[-1;11]$ **C.** $T=[2;8]$ **D.** $T=[5;8]$

Câu 12: Tìm tập giá trị T của hàm số $y=\sin^6 x+\cos^6 x$

A. $T=[0;2]$ **B.** $T=\left[\frac{1}{2};1\right]$ **C.** $T=\left[\frac{1}{4};1\right]$ **D.** $T=\left[0;\frac{1}{4}\right]$

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Biết $\sin a=\frac{8}{17},\tan b=\frac{5}{12}$ và a,b là các góc nhọn. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai ?

a. $\tan a=\frac{8}{15}$

b. $\sin(a-b)=\frac{21}{221}$

c. $\cos(a+b)=\frac{14}{22}$

d. $\tan(a+b)=\frac{17}{14}$

Câu 2. Cho phương trình $\cot 3x=-\frac{1}{\sqrt{3}}$ Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai ?

a. Phương trình tương đương: $\cot 3x=\cot\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

b. Phương trình có nghiệm $x=\frac{\pi}{9}+\frac{k\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$

c. Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{2\pi}{9}$

d. Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$ bằng $-\frac{5\pi}{9}$.

Câu 3. Cho dãy số $u_n=\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\left(n\in N^*\right)$

Các mệnh đề sau đúng hay sai ?

a. $u_1=\frac{1}{3}$

b. $u_2=\frac{1}{15}$

c. $\left(u_n\right)$ là dãy số bị chặn

d. Tổng n số hạng đầu của dãy số là $S_n=\frac{n+1}{2n+1}$

Câu 4. Cho dãy số $u_n=\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}\left(n\in N^*\right)$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a. $u_1=\frac{1}{2}$

b. $\left(u_n\right)$ là môt cấp số cộng

c. $\left(u_n\right)$ là dãy số bị chặn

d. $\lim u_n=1$

Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Cho dãy số $\left(u_n\right)$ xác định bởi: $\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=u_n+7\end{cases}$ với $n\geq 1$. Tìm u_{2020} ?

Câu 2. Giá trị thực của x để ba số $1+x,\ 9+x,\ 33+x$ theo thứ tự đó lập thành một CSN ?

Câu 3: Bà Mai gửi tiết kiệm ngân hàng số tiền 50 triền đồng với lãi suất $0,79\%$ một tháng, thep phương thức lãi kép. Tính số tiền (triệu đồng) cả vốn lẫn lãi bà Mai nhận được sau 2 năm ? (làm tròn đến phần chục)

Câu 4. Rút gọn biểu thức $M=\frac{\sin a+\sin 3a+\sin 5a}{\cos a+\cos 3a+\cos 5a}=\tan(ma)$. Giá trị m là?

Câu 5. Cho CSC $\left(u_n\right)$ thỏa mãn : $\begin{cases}u_2+u_4+u_6=36\\u_2u_3=54\end{cases}$. Tìm công sai d của CSC trên biết $d<10$.

Câu 6. Bánh xe quay được 10 vòng trong 5 giây. Biết đường kính bánh xe là 0,68 mét. Tính độ đài quãng đường đi được trong 1 phút (mét) làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, lấy $\pi=3,14$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $\cos^2 a-\sin^2 a=1$ **B.** $\cos^2 a-\sin^2 a=\sin 2a$

C. $\cos^2 a-\sin^2 a=\cos 2a$ **D.** $2\cos^2 a-1=\sin 2a$

Cách giải

Mệnh đề đúng là: $\cos^2 a-\sin^2 a=\cos 2a$

Chọn C.

Câu 2: Mệnh đề nào sau đây là sai ?

A. $\cos(x+k2\pi)=\cos x$ **B.** $\sin(\pi-x)=\sin x$ **C.** $\tan(x+k\pi)=\tan x$ **D.** $\cot(\pi-x)=\cot x$

Cách giải:

Ta có $\cot(\pi-x)=-\cot x$

Mệnh đề sai là: D

Chọn D.

Câu 3: Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\cos(a-b)=\sin a\sin b+\cos a\cdot\cos b$ **B.** $\cos(a+b)=\sin a\sin b-\cos a\cdot\cos b$

C. $\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\cdot\sin b$ **D.** $\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\cdot\sin b$

Cách giải:

Ta có công thức cộng lượng giác:

$\cos(a-b)=\sin a\sin b+\cos a\cdot\cos b \Rightarrow$ A đúng

$\sin(a-b)=\sin a\cdot\cos b-\cos a\cdot\sin b \Rightarrow$ B sai

$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\cdot\sin b \Rightarrow$ C đúng

$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\cdot\sin b \Rightarrow$ D đúng

Vậy B sai

Chọn B.

Câu 4: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\tan x+\cot x$

A. $D=R\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$ **B.** $D=R\setminus\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$

C. $D=R\setminus\left\{\frac{k\pi}{2},k\in Z\right\}$ **D.** $D=R\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z\right\}$

Cách giải:

Ta có $y=\tan x+\cot x$ xác định khi $\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}$ xác định

Khi và chỉ khi $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \sin x\neq 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \sin x \cdot \cos x \neq 0$

$\Leftrightarrow 2\sin x \cdot \cos x \neq 0$

$\Leftrightarrow \sin 2x \neq 0$

$\Leftrightarrow 2x \neq k\pi$

$\Leftrightarrow x \neq \dfrac{k\pi}{2}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = R \setminus \left\{\dfrac{k\pi}{2}, k \in Z\right\}$

Chọn C.

Câu 5: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \dfrac{1}{\sin x - \cos x}$

A. $D = R$

B. $D = R \setminus \left\{-\dfrac{\pi}{4} + k\pi, k \in Z\right\}$

C. $D = R \setminus \left\{\dfrac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

D. $D = R \setminus \left\{\dfrac{\pi}{4} + k\pi, k \in Z\right\}$

Cách giải:

Ta có: $y = \dfrac{1}{\sin x - \cos x}$ xác định khi và chỉ khi:

$\sin x - \cos x \neq 0$

$\Leftrightarrow \sin x \neq \cos x$

$\Leftrightarrow \tan x \neq 1$

$\Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{4} + k\pi$

Vậy tập xác định của hàm số $D = R \setminus \left\{\dfrac{\pi}{4} + k\pi, k \in Z\right\}$

Chọn D.

Câu 6: Tìm tập xác định D của hàm số $y = 3\tan^2\left(\dfrac{x}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)$

A. $D = R \setminus \left\{\dfrac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in Z\right\}$

B. $D = R \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in Z\right\}$

C. $D = R \setminus \left\{\dfrac{3\pi}{2} + k\pi, k \in Z\right\}$

D. $D = R \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\right\}$

Cách giải:

Ta có $y = 3\tan^2\left(\dfrac{x}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)$ xác định khi $1 - \dfrac{1}{\cos^2\left(\dfrac{x}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)}$ xác định khi và chỉ khi:

$\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\neq 0$

$\Leftrightarrow \frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\neq \frac{\pi}{2}+k\pi$

$\Leftrightarrow \frac{x}{2}\neq \frac{2\pi}{4}+\frac{\pi}{4}+k\pi$

$\Leftrightarrow \frac{x}{2}\neq \frac{3\pi}{4}+k\pi$

$\Leftrightarrow x\neq \frac{3\pi}{2}+k2\pi$

Vậy tập xác định hàm số $D=R\setminus\left\{\frac{3\pi}{2}+k2\pi, k\in Z\right\}$

Chọn A.

Câu 7: Trong các hàm số sau , hàm số nào là hàm số chẵn ?

A. $y=-\sin x$ **B.** $y=\cos x-\sin x$ **C.** $y=\cos x+\sin^2 x$ **D.** $y=\cos x\cdot\sin x$

Cách giải:

Điều kiện để 1 hàm là hàm số chẵn là $\forall x\in D\to -x\in D$ thì $f(-x)=f(x)$.

Hàm cos là hàm chẵn và sin, tan, cot là hàm lẻ

A. Hàm sin là hàm lẻ

B. Hàm không chẵn không lẻ

C. cos là hàm chẵn + $\sin^2$ là hàm chẵn $\to$ Tổng là hàm chẵn

D. Tích 1 hàm chẵn và 1 hàm lẻ $\to$ Hàm lẻ

Chọn C.

Câu 8: Trong các hàm số sau , hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y=\cot 4x$ **B.** $y=\frac{1+\sin x}{\cos x}$ **C.** $y=\tan^2 x$ **D.** $y=|\cot x|$

Cách giải:

Hàm cos là hàm chẵn và sin, tan, cot là hàm lẻ

Vậy $y=\cot 4x$ là hàm lẻ.

Chọn A.

Câu 9: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số không tuần hoàn ?

A. $y=\cos x$ **B.** $y=\cos 2x$ **C.** $y=x^2\cos x$ **D.** $y=\frac{1}{\sin 2x}$

Cách giải:

Ta có các hàm số lượng giác đều là hàm tuần hoàn

Vậy $y=x^2\cos x$ không phải là hàm số lượng giác $\to$ không là hàm tuần hoàn

Chọn C.

Câu 10: Tìm chu kì tuần hoàn T của hàm số $y=\cos\left(\frac{x}{2}+2024\right)$

A. $T=4\pi$ **B.** $T=2\pi$ **C.** $T=\frac{\pi}{2}$ **D.** $T=\pi$

Cách giải:

Chu kỳ tuần hoàn của $y=\cos\left(\frac{x}{2}+2024\right)$ là:

$$T=\frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|}=4\pi$$

Vậy chu kỳ hàm số $T=4\pi$

Chọn A.

Câu 11: Tìm tập giá trị T của hàm số $y=3\cos 2x+5$

A. $T=[-1;1]$ **B.** $T=[-1;11]$ **C.** $T=[2;8]$ **D.** $T=[5;8]$

Cách giải:

Ta có: $-1\le\cos 2x\le 1$

$\Rightarrow -3\le 3\cos 2x\le 3$

$\Rightarrow 2\le 3\cos 2x+5\le 8$

$\Rightarrow 2\le y\le 8$

Vậy tập giá trị $T=[2;8]$.

Chọn C.

Câu 12: Tìm tập giá trị T của hàm số $y=\sin^6 x+\cos^6 x$

A. $T=[0;2]$ **B.** $T=\left[\frac{1}{2};1\right]$ **C.** $T=\left[\frac{1}{4};1\right]$ **D.** $T=\left[0;\frac{1}{4}\right]$

Cách giải:

Ta có $y=\sin^6 x+\cos^6 x$

$=\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)\cdot\left(\sin^4 x-\sin^2 x\cos^2 x+\cos^4 x\right)$

$=1.\left[\left(\sin^2 x\right)^2+2\sin^2 x.\cos^2 x+\left(\cos^2 x\right)-3\sin^2 x\cdot\cos^2 x\right]$

$=\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^2-3(\sin x.\cos x)^2$

Mà $\sin 2x=2\sin x\cdot\cos x\rightarrow\sin x.\cos x=\frac{1}{2}\sin 2x$

$\Rightarrow y=1-3\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)^2$

$=1-\frac{3}{4}\sin^2 2x$

Ta có: $0 \le \sin^2 2x \le 1$

$\Leftrightarrow 0 \ge -\frac{3}{4}\sin^2 2x \ge -\frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow 1 \ge 1-\frac{3}{4}\sin^2 2x \ge \frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow 1 \ge y \ge \frac{1}{4}$

Vậy tập giá trị $T = \left[\frac{1}{4};1\right]$

Chọn C.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Biết $\sin a = \frac{8}{17}, \tan b = \frac{5}{12}$ và a,b là các góc nhọn. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai ?

a. $\tan a = \frac{8}{15}$

b. $\sin(a-b) = \frac{21}{221}$

c. $\cos(a+b) = \frac{14}{22}$

d. $\tan(a+b) = \frac{17}{14}$

Cách giải:

Ta có: $0 < a;b < \frac{\pi}{2}, (a;b \in I) \to \cos a > 0; \cos b > 0$

a. $\cos a = \sqrt{1-\sin^2 a} = \sqrt{1-\left(\frac{8}{17}\right)^2} = \frac{15}{17}$

$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{\frac{8}{17}}{\frac{15}{17}} = \frac{8}{15}$

Vậy a. Đúng

b. Ta có: $\frac{1}{\cos^2 b} = 1+\tan^2 b = 1+\left(\frac{5}{12}\right)^2$

$\to \frac{1}{\cos^2 b} = \frac{169}{144} \to \cos^2 b = \frac{144}{169}$

$\to \cos b = \frac{12}{13}$

Ta có: $\tan b = \frac{\sin b}{\cos b} \to \sin b = \tan b \cdot \cos b$

$\Rightarrow \sin b = \frac{5}{12}.\frac{12}{13} = \frac{5}{13}$

Ta có: $\sin(a-b) = \sin a.\cos b - \cos a.\sin b$

$= \frac{8}{17}.\frac{12}{13} - \frac{15}{17}.\frac{5}{13} = \frac{21}{221}$

Vậy b. Đúng

c. Ta có: $\cos(a+b) = \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$

$= \frac{15}{17}.\frac{12}{13} - \frac{8}{17}.\frac{5}{13} = \frac{140}{221}$

Vậy c. Sai

d.

Ta có: $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$

$= \frac{\frac{8}{15} + \frac{5}{12}}{1 - \frac{8}{15}.\frac{5}{12}} = \frac{171}{140}$

Vậy d. Sai

Câu 2. Cho phương trình $\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai ?

a. Phương trình tương đương: $\cot 3x = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

b. Phương trình có nghiệm $x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

c. Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{2\pi}{9}$

d. Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ bằng $-\frac{5\pi}{9}$.

Cách giải:

Ta có: $\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \tan 3x = -\sqrt{3}$

a. Phương trình tương đương $\cot 3x = \cot\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

Vậy a. Sai

b. Ta có: $\cot 3x = \cot\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

$\Leftrightarrow 3x=-\frac{\pi}{3}+k\pi$

$\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{9}+\frac{k\pi}{3}$

Vậy b. Sai

c. Ta có: $x=-\frac{\pi}{9}+\frac{k\pi}{3}>0$

$\Rightarrow \frac{k\pi}{3}>\frac{\pi}{9}\Rightarrow k>\frac{1}{3}$

Chọn $k\in Z$ gần nhất $\Rightarrow k=1$

$\Rightarrow x=-\frac{\pi}{9}+\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{9}$

Vậy c. Đúng

d.

$-\frac{\pi}{2}<-\frac{\pi}{9}+\frac{k\pi}{3}<0$

$\Rightarrow -\frac{7\pi}{18}<\frac{k\pi}{3}<\frac{\pi}{9}$

$\Rightarrow -\frac{7}{6}<k<\frac{1}{3}$

Vì $k\in Z\Rightarrow \left[\begin{array}{l}k=-1\\k=0\end{array}\right.\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x_1=-\frac{4\pi}{9}\\x_2=-\frac{\pi}{9}\end{array}\right.$

$\Rightarrow x_1+x_2=-\frac{4\pi}{9}-\frac{\pi}{9}=-\frac{5\pi}{9}$

Vậy d. Đúng

Câu 3. Cho dãy số $u_n=\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\left(n\in N^*\right)$

Các mệnh đề sau đúng hay sai ?

a. $u_1=\frac{1}{3}$

b. $u_2=\frac{1}{15}$

c. $\left(u_n\right)$ là dãy số bị chặn

d. Tổng n số hạng đầu của dãy số là $S_n=\frac{n+1}{2n+1}$

Cách giải:

a. Ta có: $u_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \Rightarrow u_1 = \frac{1}{1\cdot 3} = \frac{1}{3}$

Vậy a. Đúng

b. Tương tự a, ta có: $u_2 = \frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} = \frac{2}{5}$

Vậy b. Sai

c. Theo đề bài ta có: $\frac{1}{3} \le u_n < a$

Ta có: $u_n = \frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 5} + \ldots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

$\Rightarrow u_n = \frac{1}{2}\left[\frac{3-1}{1\cdot 3} + \frac{5-3}{3\cdot 5} + \ldots + \frac{(2n+1)-(2n-1)}{(2n-1)(2n+1)}\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right]$

$= \frac{1}{2}\left[1 - \frac{1}{2n+1}\right]$

Khi n càng lớn thì $\frac{1}{2n+1}$ càng nhỏ $\Rightarrow 0 < 1 - \frac{1}{2n+1} < 1$

$\Rightarrow \frac{1}{3} \le u_n < \frac{1}{2}$

$\Rightarrow u_n$ là dãy số bị chặn

Vậy c. Đúng

d. Ta có: $u_n = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{1}{2n+1}\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{2n+1-1}{2n+1}\right] = \frac{n}{2n+1}$

Vậy $S_n = \frac{n}{2n+1}$

Vậy d. Sai

Câu 4. Cho dãy số $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} \left(n \in N^*\right)$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a. $u_1 = \frac{1}{2}$

b. $\left(u_n\right)$ là môt cấp số cộng

c. $\left(u_n\right)$ là dãy số bị chặn

d. $\lim u_n = 1$

Cách giải:

a. Ta có: $u_1 = \frac{1}{1.2} = \frac{1}{2}$

Vậy a. Đúng

b. Tương tự ta có: $u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = \frac{3}{4}$

Ta thấy $\frac{u_1 + u_3}{2} \neq u_2$

$\Rightarrow u_n$ không là cấp số cộng

Vậy b. Sai

c. Ta có: $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)}$

$\Rightarrow u_n = \frac{2-1}{1.2} + \frac{3-2}{2.3} + \ldots + \frac{(n+1)-n}{n.(n+1)}$

$= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

$= 1 - \frac{1}{n+1}$

Khi n càng lớn thì $\frac{1}{n+1}$ càng nhỏ

$\Rightarrow 0 < 1 - \frac{1}{n+1} < 1 \Rightarrow 0 < u_n < 1 \Rightarrow u_n$ là dãy số bị chặn

Vậy c. Đúng

d. Chứng minh trên $\Rightarrow \lim u_n = 1$

Vậy d. Đúng

Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 7 \end{cases}$ với $n \geq 1$. Tìm u_{2020} ?

Cách giải:

Ta có $u_{n+1} = u_n + 7$

$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = 7 = d$

Áp dụng cấp số cộng, ta được:

$u_n = u_1 + (n-1)d$

$\Leftrightarrow u_n = 1 + (n-1)\cdot 7$

$\Leftrightarrow u_n = 7n - 6 (n \geq 1)$

$\Rightarrow u_{2020} = 7.2020 - 6 = 14134$

Vậy $u_{2020} = 14134$

Câu 2. Giá trị thực của x để ba số $1+x,\ 9+x,\ 33+x$ theo thứ tự đó lập thành một CSN ?

Cách giải:

Dựa vào tính chất cấp số nhân, ta được: $(1+x).(33+x) = (9+x)^2$

Giải phương trình ta tìm được $x = 3$

Vậy $x = 3$ thì 3 số tạo thành CSN.

Câu 3. Bà Mai gửi tiết kiệm ngân hàng số tiền 50 triền đồng với lãi suất $0,79\%$ một tháng, thep phương thức lãi kép. Tính số tiền (triệu đồng) cả vốn lẫn lãi bà Mai nhận được sau 2 năm ? (làm tròn đến phần chục)

Cách giải:

Đây là bài toán lãi kép với kỳ hạn là 1 tháng, ta áp dụng $S_n = A(1+r)^n$ với $A = 50$ triệu đồng, $r = 0,79\%$ và $n = 2.12 = 24$ tháng.

Ta có: $50(1+0,79\%)^{24} \approx 60,4$ (triệu đồng).

Câu 4. Rút gọn biểu thức $M = \dfrac{\sin a + \sin 3a + \sin 5a}{\cos a + \cos 3a + \cos 5a} = \tan(ma)$. Giá trị m là?

Cách giải:

Ta có: $M = \dfrac{\sin a + \sin 3a + \sin 5a}{\cos a + \cos 3a + \cos 5a}$

$\Leftrightarrow M = \dfrac{(\sin 5a + \sin a) + \sin 3a}{(\cos 5a + \cos a) + \cos 3a}$

$= \dfrac{2\sin 3a \cdot \cos 2a + \sin 3a}{2\cos 3a \cdot \cos 2a + \cos 3a}$

$= \dfrac{\sin 3a(2\cos 2a + 1)}{\cos 3a(2\cos 3a + 1)} = \tan 3a$

Vậy $m = 3$

Câu 5. Cho CSC (u_n) thỏa mãn : $\begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = 36 \\ u_2 u_3 = 54 \end{cases}$. Tìm công sai d của CSC trên biết $d < 10$.

Cách giải:

Theo công thức cấp số cộng: $u_n = u_1 + (n-1)\ d$

Ta có: $\begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = 36 \\ u_2 u_3 = 54 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1+d+u_1+3d+u_1+5d=36 \\ (u_1+d)(u_1+2d)=54 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1+3d=12 \\ (u_1+d)(u_1+2d)=54 \end{cases}$$

Thế $u_1=12-3d$ vào phương trình dưới tìm d. Sử dụng chức năng SOLVE. Nhập vào máy ta được

$$\left[\begin{array}{l} d=3(tm) \\ d=15(L) \end{array}\right.$$

Vậy công sai $d=3$

Câu 6. Bánh xe quay được 10 vòng trong 5 giây. Biết đường kính bánh xe là 0,68 mét. Tính độ đài quãng đường đi được trong 1 phút (mét) làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, lấy $\pi=3,14$.

Cách giải:

Chu vi đường tròn $C=2\pi R$

Theo đề bài, ta có: 10 vòng trong 5 giây

Vậy 1 phút đi được 120 vòng

Vậy quảng đường đi được là $120.2\pi.\dfrac{0,68}{2}=256(m)$