BÀI GIẢNG: CÁC KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU
CHUYÊN ĐỀ: VECTƠ
MÔN: TOÁN 10
GIÁO VIÊN: NGUYỄN ĐỨC HIỆP

MỤC TIÊU

- ✓ *Nhận biết khái niệm vectơ, hai vectơ cùng phương, hai vectơ cùng hướng, hai vectơ bằng nhau, vectơ không.*
- ✓ *Biểu thị một số đại lượng như lực, vận tốc bằng vectơ.*

I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Khái niệm vectơ

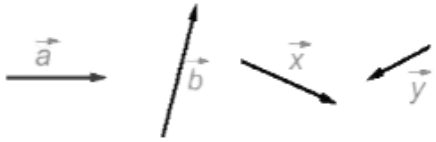
Vectơ là một **đoạn thẳng có hướng**.

Chú ý:



Vectơ có điểm đầu A và điểm cuối B kí hiệu là $\overrightarrow{AB}$

Vectơ còn được kí hiệu là $\vec{a},\vec{b},\vec{x},\vec{y},\ldots$



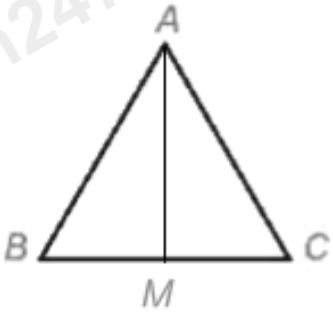
Độ dài của vectơ là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB}, \vec{a}$ tương ứng được kí hiệu là $|\overrightarrow{AB}|, |\vec{a}|$.

Ví dụ 1: Cho $\triangle ABC$ đều cạnh bằng 1.

a) Hãy viết các vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai điểm phân biệt và lấy từ các đỉnh của tam giác

b) Gọi M là trung điểm BC . Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{AM}$.

Cách giải:



a) Các vectơ: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB}$.

b) M là trung điểm BC, ta có: $|\overrightarrow{BM}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{BC}|=\frac{1}{2}$

Có $\triangle ABC$ đều, M là trung điểm $BC \Rightarrow AM \perp BC$.

Xét $\triangle ABM$ vuông tại M , có:

$$AM=\sqrt{AB^2-BM^2}=\sqrt{1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \left|\overrightarrow{AM}\right|=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

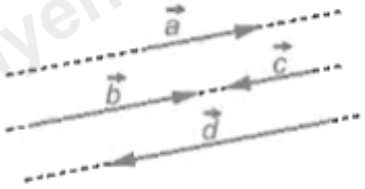
2. Hai vectơ cùng phương, cùng hướng, bằng nhau

a) Hai vectơ cùng phương, cùng hướng

Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của một vectơ được gọi là **giá của vectơ** đó.

Hai vectơ được gọi là **cùng phương** nếu chúng có giá song song hoặc trùng nhau.

Nếu hai vectơ cùng phương thì chúng có thể **cùng hướng** hoặc **ngược hướng**.



b) Hai vectơ bằng nhau

Hai vectơ $\vec{a}$ **và** $\vec{b}$ **được gọi là bằng nhau**, kí hiệu $\vec{a}=\vec{b}$, nếu chúng có **cùng độ dài** và **cùng hướng**.

$$\vec{a}=\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} |\vec{a}|=|\vec{b}| \\ \vec{a},\vec{b} \text{ cung huong} \end{cases}$$

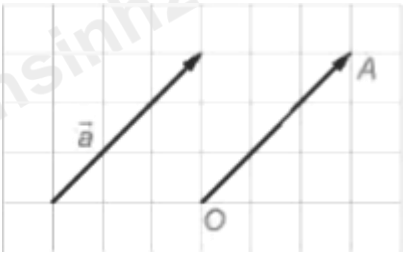
Nhận xét:

- Xét các vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau (chẳng hạn $\overrightarrow{AA},\overrightarrow{BB},\overrightarrow{MM}$), gọi là các **vectơ-không**.

Kí hiệu: $\vec{0}$.

- Quy ước vectơ-không có độ dài bằng 0, cùng hướng (do đó cùng phương) với mọi vectơ.

- Với mỗi điểm O và vectơ $\vec{a}$ cho trước, có duy nhất điểm A sao cho $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$



II. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Câu 1. Cho hình bình hành ABCD. Viết các vectơ khác $\vec{0}$, lấy điểm đầu và điểm cuối từ các điểm A, B, C, D thỏa mãn:

a) Vectơ có điểm đầu là A

b) Cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}$.

c) Bằng vectơ $\overrightarrow{BC}$.

Cách giải:

a) Các vectơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu là A và điểm cuối là các điểm còn lại trong hình bình hành ABCD là: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$

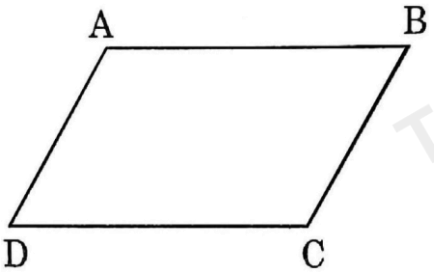
b) Vì ABCD là hình bình hành, nên AB song song với CD.

Do đó các vectơ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ là:

+) $\overrightarrow{BA}$ (ngược hướng với $\overrightarrow{AB}$)

+) $\overrightarrow{DC}$ (cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$)

+) $\overrightarrow{CD}$ (ngược hướng với $\overrightarrow{AB}$)

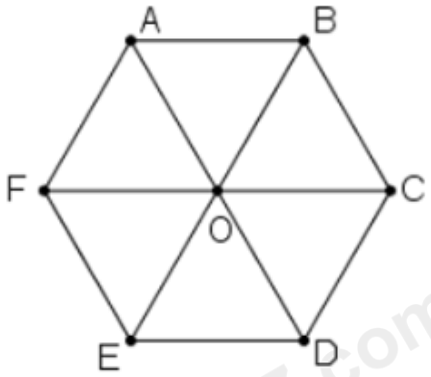


c) Trong hình bình hành ABCD, ta có các cạnh đối song song và bằng nhau. Vectơ $\overrightarrow{BC}$ có cùng độ lớn và cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AD}$. Do đó: $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$.

Câu 2. Cho lục giác đều ABCDEF có tâm O. Viết các vectơ khác $\vec{0}$, lấy điểm đầu và điểm cuối từ các điểm O, A, B, C, D, E, F thỏa mãn:

a) Cùng phương với vectơ $\overrightarrow{OA}$.

b) Bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$.



Cách giải:

a) Các vectơ cùng phương với $\overrightarrow{OA}$ là: $\overrightarrow{AO}$ (ngược hướng với $\overrightarrow{OA}$);

$\overrightarrow{OD}$ (cùng hướng với $\overrightarrow{OA}$); $\overrightarrow{DO}$ (ngược hướng với $\overrightarrow{OA}$);

$\overrightarrow{AD}$ (ngược hướng với $\overrightarrow{OA}$); $\overrightarrow{DA}$ (cùng hướng với $\overrightarrow{OA}$);

$\overrightarrow{EF}$ (cùng hướng với $\overrightarrow{OA}$); $\overrightarrow{FE}$ (ngược hướng với $\overrightarrow{OA}$);

$\overrightarrow{CB}$ (cùng hướng với $\overrightarrow{OA}$); $\overrightarrow{BC}$ (ngược hướng với $\overrightarrow{OA}$).

b) Trong lục giác đều, các cạnh bằng nhau và các đoạn thẳng từ tâm đến đỉnh cũng có độ dài bằng nhau và bằng độ dài cạnh. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ là một cạnh của lục giác.

Vậy các vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là: $\overrightarrow{FO}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{ED}$.

Câu 3. Cho ba điểm M, N, P phân biệt và thẳng hàng, trong đó N nằm giữa hai điểm M và P. Khi đó, cặp vectơ nào cùng hướng?

A. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$. **B.** $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$. **C.** $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$. **D.** $\overrightarrow{NP}$ và $\overrightarrow{NM}$.

Cách giải:

$\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ là hai vectơ cùng hướng.

Đáp án: A.

Câu 4. Cho ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{CB}$ cùng hướng

C. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ ngược hướng. **D.** $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương

Cách giải:

$\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương là mệnh đề đúng.

Đáp án: D.

Câu 5. Cho hình vuông ABCD, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$ **B.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ **C.** $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BD}|$ **D.** $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AD}|$.

Cách giải:

Cho hình vuông ABCD, ta có $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AD}|$.

Đáp án: D.

Câu 6. Cho vectơ $\overrightarrow{AB}$ khác $\vec{0}$ và điểm C, có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{CD}|$?

A. Duy nhất 1 điểm. **B.** Vô số điểm. **C.** Hai điểm. **D.** Không có điểm nào.

Cách giải:

Có vô số điểm D thỏa mãn $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{CD}|$, vì D thuộc đường tròn tâm C, bán kính $R=AB$.

Đáp án: B.

Câu 7. Cho hình thoi ABCD tâm O, cạnh a và $\hat{A}=60^{\circ}$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $|\overrightarrow{OA}|=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $|\overrightarrow{AC}|=a$ **C.** $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|$ **D.** $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}|$.

Cách giải:

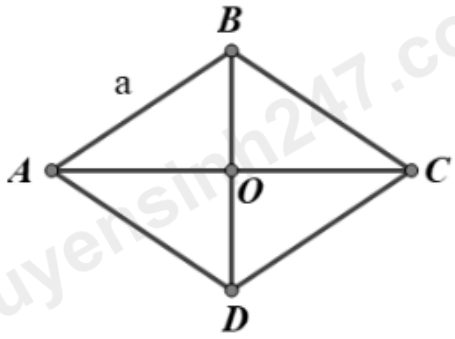
Vì ABCD là hình thoi nên $AB=AD$.

Do đó tam giác ABD cân tại A. Mà tam giác ABD có $\hat{A}=60^{\circ}$.

Do đó tam giác ABD là tam giác đều.

Tam giác ABD đều cạnh bằng a có AO là đường trung tuyến (vì O là tâm của hình thoi ABCD nên O là trung điểm BD).

Suy ra AO cũng là đường cao của tam giác ABD .



Vì O là trung điểm BD nên $BO=\dfrac{BD}{2}=\dfrac{a}{2}$.

Tam giác ABO vuông tại 0 : $OA^2=AB^2-BO^2$ (Định lý Pytago)

$$\Leftrightarrow OA^2=a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{3a^2}{4}\Rightarrow OA=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow\left|\overrightarrow{OA}\right|=\frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Đáp án: A.

Câu 8. Cho $\triangle ABC$ có M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Lấy điểm P đối xứng với điểm M qua N. Khi đó:

a) $MN=BC$.

b) $|\overrightarrow{MP}|=|\overrightarrow{BC}|$.

c) $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BC}$ ngược hướng

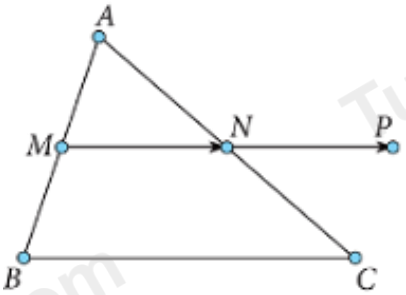
d) $\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{BC}$.

Cách giải:

a) Sai: Do MN là đường trung bình của tam giác ABC nên

$MN=\dfrac{1}{2}BC$ và $MN//BC$.

b) Đúng: Điểm P đối xứng với điểm M qua N nên $MP=2MN=BC$.



Do đó $|\overrightarrow{MP}|=|\overrightarrow{BC}|$ (1).

c) Sai: Xét nửa mặt phẳng bờ AB chứa C, ta có N là trung điểm AC nên N và C cùng phía AB hay cùng phía MB, mà $MN//BC$, do đó hai vectơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng.

d) Đúng: Ta có P đối xứng M qua N nên hai vectơ $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng.

Có $\overrightarrow{MN}\neq\vec{0}$ nên hai vectơ $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{BC}$.

Đáp án: S|Đ|S|Đ.