BÀI GIẢNG: VECTƠ VÀ CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN
CHUYÊN ĐỀ: VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN. TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN
MÔN: TOÁN 12

GIÁO VIÊN: ĐOÀN NGỌC DUY TRÌNH

MỤC TIÊU

- ✓ *Nắm vững Kiến thức cơ bản: Định nghĩa và tính chất của vectơ trong không gian; các phép toán cộng, trừ, nhân vô hướng, nhân có hướng; cấu trúc của hệ tọa độ Oxyz.*
- ✓ *Sử dụng phương pháp vectơ và tọa độ để giải quyết các bài toán hình học về quan hệ vuông góc, song song, và đồng phẳng trong không gian.*

I. VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

1 Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số

Tương tự như vectơ trong mặt phẳng, vectơ trong không gian là một đoạn thẳng có hướng.

Kí hiệu $\overrightarrow{AB}$ chỉ vectơ có điểm đầu là A, điểm cuối là B.

Nếu không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối thì vectơ còn được kí hiệu là $\vec{a},\vec{b},\vec{u},\vec{n},\ldots$

Nhận xét: Trong không gian, các khái niệm có liên quan đến vectơ như giá của vectơ, độ dài vectơ, vectơ không, hai vectơ cùng phương, cùng hướng, ngược hướng, bằng nhau, đối nhau được định nghĩa tương tự như trong mặt phẳng

Ví dụ 1: Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Tìm các vectơ (khác vectơ $\vec{0}$):

a) Cùng phương với $\overrightarrow{AB}$;

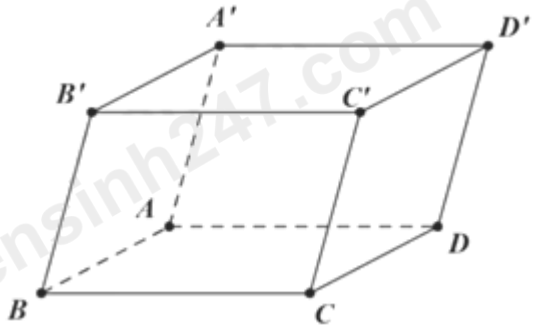
b) Ngược hướng với $\overrightarrow{AB}$;

c) Là vectơ đối của $\overrightarrow{AC}$;

d) Cùng giá với $\overrightarrow{A'C'}$;

e) Cùng độ dài với $\overrightarrow{BD}$;

f) Bằng $\overrightarrow{CB}$.



Cách giải:

a) Vectơ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ là: $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{A'B'}$, $\overrightarrow{B'A'}$, $\overrightarrow{C'D'}$, $\overrightarrow{D'C'}$

b) Vectơ ngược hướng với $\overrightarrow{AB}$ là: $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{B'A'}$, $\overrightarrow{C'D'}$, $\overrightarrow{CD}$

c) Vectơ là vectơ đối của $\overrightarrow{AC}$ là: $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{C'A'}$

d) Vectơ cùng giá với $\overrightarrow{A'C'}$ là: $\overrightarrow{C'A'}$

e) Vectơ cùng độ dài với $\overrightarrow{BD}$ là: $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{B'D'}$, $\overrightarrow{D'B'}$

f) Vectơ bằng $\overrightarrow{CB}$ là: $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{C'B'}$, $\overrightarrow{D'A'}$

II. TỔNG, HIỆU CỦA HAI VECTƠ

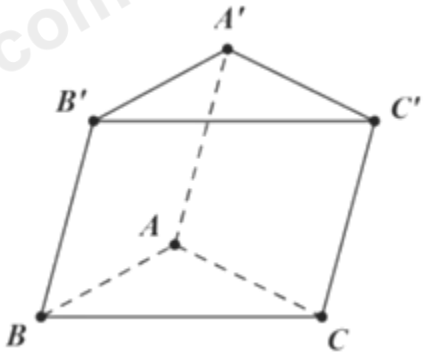
1 Tổng của hai vectơ

Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Lấy điểm O bất kì và hai điểm A, B sao cho $\overrightarrow{OA}=\vec{a}, \overrightarrow{AB}=\vec{b}$. Khi đó, $\overrightarrow{OB}$ được gọi là tổng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu $\vec{a}+\vec{b}$.

Nhận xét: Phép cộng các vectơ trong không gian cũng có các tính chất và quy tắc như phép cộng các vectơ trong mặt phẳng:

- Tính chất giao hoán: $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$;
- Tính chất kết hợp: $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$;
- Tính chất cộng với vectơ không: $\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=\vec{a}$;
- Quy tắc ba điểm: với ba điểm A, B, C ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$;
- Quy tắc hình bình hành: nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$.
- Quy tắc hình hộp: Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

Ví dụ 2: [Đề chính thức kỳ thi Tốt nghiệp THPT Quốc gia năm 2025] Cho hình lăng trụ $ABC\cdot A'B'C'$ (xem hình vẽ). Phát biểu nào sau đây là đúng?



A. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{A'C'}=\overrightarrow{BC'}$. **B.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{A'C'}=\overrightarrow{C'B'}$. **C.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{A'C'}=\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{A'C'}=\overrightarrow{AA'}$.

Cách giải:

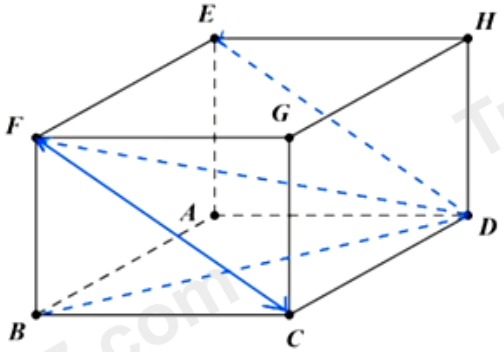
Ta có $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{A'C'}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$

Chọn C.

Ví dụ 3: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$. Tìm vectơ:

a) $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DH}$;

b) $\overrightarrow{HE}+\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{DB}$.



Cách giải:

a) Áp dụng quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DH}=\overrightarrow{DF}$

b) $\overrightarrow{HE}+\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{DB}$.

$=\overrightarrow{HE}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DB}$

$=\overrightarrow{HB}$

2 Hiệu của hai vectơ

Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Khi đó, $\vec{a}+(-\vec{b})$ được gọi là hiệu của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu $\vec{a}-\vec{b}$.

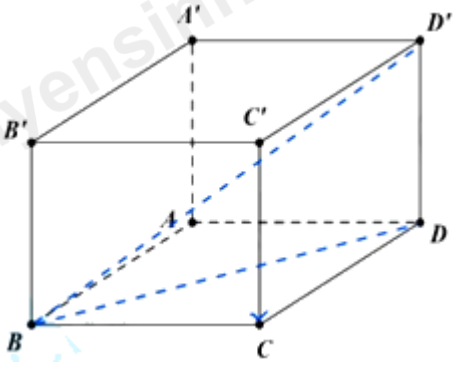
Quy tắc hiệu: Trong không gian, với ba điểm A,B,C ta có $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}$.

Ví dụ 4: Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tìm độ dài của các vectơ sau:

a) $\vec{a}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{C'A}$;

b) $\vec{b}=\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{B'B}$.

Cách giải:



a) $\vec{a}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{C'A}$

$=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{C'A}$

$=\overrightarrow{C'A}+\overrightarrow{AC}$

$=\overrightarrow{C'C}$

$\Rightarrow|\vec{a}|=\left|\overrightarrow{C'C}\right|=C'C=1$

b) $\vec{b}=\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{B'B}$

$=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD'}$

$\Rightarrow|\vec{b}|=\left|\overrightarrow{BD'}\right|=BD'=AB\cdot\sqrt{3}=1\cdot\sqrt{3}=\sqrt{3}$

III. TÍCH CỦA MỘT SỐ VỚI MỘT VECTƠ

Trong không gian, cho số thực $k\neq 0$ và vectơ $\vec{a}\neq\vec{0}$. Tích của số k với $\vec{a}$ là một vectơ, kí hiệu là $k\vec{a}$, cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k>0$, ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k<0$ và có độ dài bằng $|k|\cdot|\vec{a}|$.

Quy ước: $0.\vec{a}=\vec{0}$ và $k.\vec{0}=\vec{0}$.

Nhận xét:

Với hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bất kì, với mọi số h và k, ta có:

$k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$; $(h+k)\vec{a}=h\vec{a}+k\vec{a}$;

$h(k\vec{a})=(hk)\vec{a}$; $1.\vec{a}=\vec{a}$; $(-1)\vec{a}=-\vec{a}$;

$k\vec{a}=\vec{0}\Leftrightarrow k=0$ hoặc $\vec{a}=\vec{0}$.

Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}(\vec{b}\neq\vec{0})$ cùng phương khi và chỉ khi tồn tại một số k sao cho $\vec{a}=k\vec{b}$.

Ba điểm phân biệt A,B,C thẳng hàng khi và chỉ khi tồn tại một số k khác 0 sao cho $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$.

Ba vectơ $\vec{a},\vec{b}$ và $\vec{c}$ đồng phẳng (trong đó $\vec{a},\vec{b}$ không cùng phương) khi và chỉ khi tồn tại một cặp số x,y sao cho $\vec{c}=x\vec{a}+y\vec{b}$.

I là trung điểm của đoạn thẳng $AB\Leftrightarrow\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$, với điểm M bất kì.

G là trọng tâm $\triangle ABC\Leftrightarrow\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$, với điểm M bất kì.

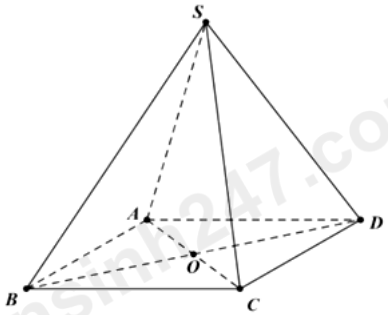
Ví dụ 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Tổng $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}$ bằng

A. $2\overrightarrow{SO}$. **B.** $4\overrightarrow{SO}$. **C.** $2\overrightarrow{OS}$. **D.** $\vec{0}$.

Cách giải:

Ta có O là trung điểm của AC,BD

$$\begin{cases}\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SO}\\ \overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$$

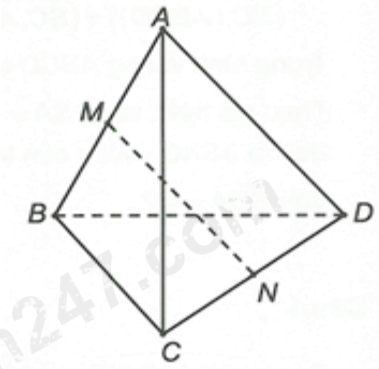


Chọn B.

Ví dụ 6: Cho tứ diện $ABCD$ có M,N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Biết $\overrightarrow{MN}=x\overrightarrow{BC}+y\overrightarrow{AD}$. Tính giá trị của biểu thức $T=2x+4y$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Cách giải:



Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DN}\\ \overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CN}\end{cases}$

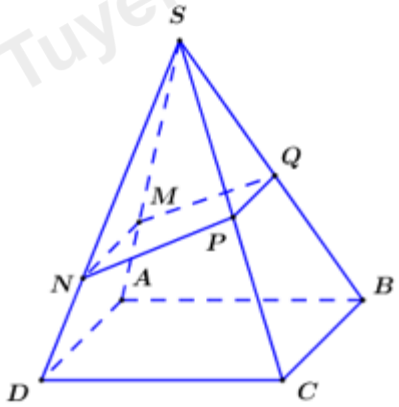
$$\Rightarrow 2\overrightarrow{MN}=(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB})+(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC})+(\overrightarrow{DN}+\overrightarrow{CN})$$
$$=\vec{0}\quad+\quad\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\quad+\quad\vec{0}$$
$$\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$
$$\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\ y=\frac{1}{2}\end{cases}$$
$$\Rightarrow T=2x+4y=2\cdot\frac{1}{2}+4\cdot\frac{1}{2}=3$$

Chọn C.

Ví dụ 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M,N,P lần lượt là các điểm nằm trên cạnh bên SA,SB,SC thỏa mãn $\overrightarrow{MS}=-2\overrightarrow{MA},\overrightarrow{SN}=3\overrightarrow{NB},\overrightarrow{PS}+\overrightarrow{PC}=\vec{0}$. Gọi Q là giao điểm của SD với mặt phẳng (MNP). Biết $\overrightarrow{SD}=k\overrightarrow{SQ}$. Tìm k.

A. $\frac{29}{14}$. **B.** $\frac{13}{6}$. **C.** $\frac{13}{9}$. **D.** $\frac{29}{21}$.

Cách giải:



Để Q là giao điểm của SD với mặt phẳng (MNP) và $\overrightarrow{SD}=k\overrightarrow{SQ}$

Thì $\overrightarrow{NM},\overrightarrow{NQ},\overrightarrow{NP}$ đồng phẳng

$\Leftrightarrow \overrightarrow{NQ}=x\cdot\overrightarrow{NM}+y\overrightarrow{NP}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{NS}+\overrightarrow{SQ}=x(\overrightarrow{NS}+\overrightarrow{SM})+y\cdot(\overrightarrow{NS}+\overrightarrow{SP})$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{NS}\cdot(1-x-y)+\frac{1}{K}\overrightarrow{SD}=x\cdot\frac{2}{3}\overrightarrow{SA}+y\cdot\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{SC}$

$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}\overrightarrow{SB}(1-x-y)+\frac{1}{k}\overrightarrow{SD}=x\cdot\frac{2}{3}\overrightarrow{SA}+y\cdot\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{SC}$

Ta có $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}\Rightarrow\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{SB}\cdot\left(-\frac{3}{4}+\frac{3x}{4}+\frac{3y}{4}\right)+\frac{1}{k}(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SB})=\frac{2x}{3}\overrightarrow{SA}+\frac{y}{2}\overrightarrow{SC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{SB}\cdot\left(-\frac{3}{4}+\frac{3x}{4}+\frac{3y}{4}-\frac{1}{k}\right)=\overrightarrow{SA}\left(\frac{2x}{3}-\frac{1}{k}\right)+\overrightarrow{SC}\left(\frac{y}{2}-\frac{1}{k}\right)$

Đặt $\frac{1}{k}=t$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{-3}{4}+\frac{3x}{4}+\frac{3y}{4}-t=0\\ \frac{2x}{3}-t=0\\ \frac{y}{2}-t=0\end{cases}\Rightarrow t=\frac{6}{13}\Rightarrow k=\frac{13}{6}$$

Chọn B.

IV. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ

1 Góc giữa hai vectơ trong không gian

Trong không gian, cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là hai vectơ khác $\vec{0}$. Lấy một điểm A bất kì, gọi B và C là hai điểm sao cho $\overrightarrow{AB}=\vec{u},\overrightarrow{AC}=\vec{v}$. Khi đó, BAC được gọi là góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$, kí hiệu $(\vec{u},\vec{v})$.

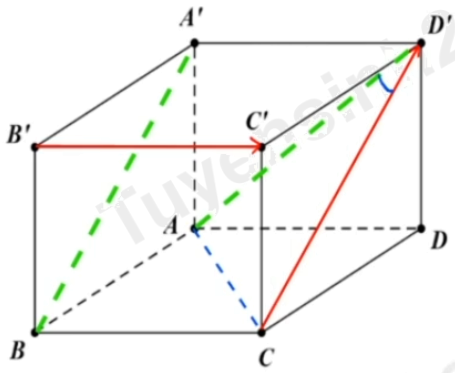
Nhận xét:

- $0^0\le(\vec{u},\vec{v})\le180^0$;
- Nếu $(\vec{u},\vec{v})=90^\circ$ thì ta nói $\vec{u}$ và $\vec{v}$ vuông góc với nhau, kí hiệu $\vec{u}\perp\vec{v}$.

Ví dụ 8: Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Tìm góc giữa hai vectơ:

a) $\overrightarrow{B'C'}$ và $\overrightarrow{CD'}$;

b) $\overrightarrow{BA'}$ và $\overrightarrow{AD'}$.



Cách giải:

a) Ta có $B'C' \perp CD' \Rightarrow \overrightarrow{B'C'} \perp \overrightarrow{CD'}$

$\Rightarrow$ Góc tạo bởi $\overrightarrow{B'C'}$ và $\overrightarrow{CD'}$ bằng 90°

b) Ta có: $\left(\overrightarrow{BA'}, \overrightarrow{AD'}\right) = \left(\overrightarrow{CD'}, \overrightarrow{AD'}\right) = CD'A$

Có AC, AD', CD' là 3 đường chéo của các hình vuông trong hình lập phương

$\Rightarrow AC = AD' = CD' \Rightarrow \Delta AD'C$ là tam giác đều

$\Rightarrow CD'A = 60^\circ$

2 Tích vô hướng của hai vectơ

Trong không gian, cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là hai vectơ khác $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là một số, kí hiệu $\vec{u} \cdot \vec{v}$, được xác định bởi công thức $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$.

Nhận xét:

- Nếu $\vec{u} = \vec{0}$ hoặc $\vec{v} = \vec{0}$ thì $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$;
- $\vec{u} \cdot \vec{u} = \vec{u}^2 = |\vec{u}|^2; \vec{u}^2 \geq 0; \vec{u}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{u} = \vec{0}$;
- Với hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ khác $\vec{0}$, ta có $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \dfrac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}; \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$;
- Với các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bất kì và mọi số k, ta có:

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$; $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$; $(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot (k\vec{b})$.

Ví dụ 9: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tính:

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'C'}; \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'}$;

b) $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}\right)$;

c) $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'C}\right|$.

Cách giải:

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'C'}; \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'}$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'C'} = AB \cdot A'C' \cdot \cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'}\right)$

$= 1 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos B'A'C'$

$= 1 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ$

$= 1$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'} = 0$ (Vì $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CC'}$)

b) $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AC'}\right)=C'AC$

$\tan C'AC=\dfrac{CC'}{AC}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow C'AC\approx 35,3^{\circ}$

c) $d=\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}+\left(-\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)\right|=\left|\overrightarrow{AA'}+2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|$

$\Rightarrow d^2=AA'^2+4AB^2+AD^2-2\overrightarrow{AA'}\cdot 2\overrightarrow{AB}+2\cdot 2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}-2\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{AD}$

$\Rightarrow d^2=1^2+4\cdot 1^2+1^2$

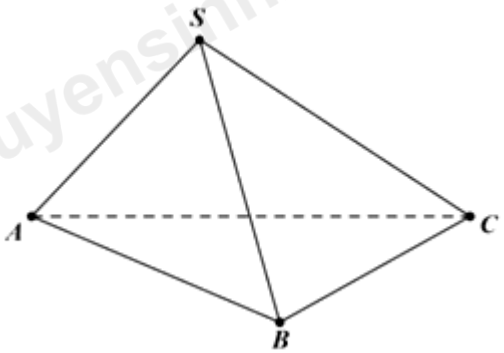
$\Rightarrow d^2=6$

$\Rightarrow d=\sqrt{6}$

Ví dụ 10: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $ASB=90^{\circ},BSC=60^{\circ},CSA=120^{\circ},SA=3,SB=2,SC=1$. Tính $|\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}|$.

A. $\sqrt{13}$. **B.** 4. **C.** $\sqrt{11}$. **D.** $\sqrt{14}$.

Cách giải:



Đặt $|\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}|=d$, ta có:

$d^2=SA^2+SB^2+SC^2+2\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{SB}+2\overrightarrow{SB}\cdot\overrightarrow{SC}+2\overrightarrow{SC}\cdot\overrightarrow{SA}$

$=3^2+2^2+1^2+2\cdot 0+2\cdot 2\cdot 1\cdot\cos 60^{\circ}+2\cdot 1\cdot 3\cdot\cos 120^{\circ}$

$=13$

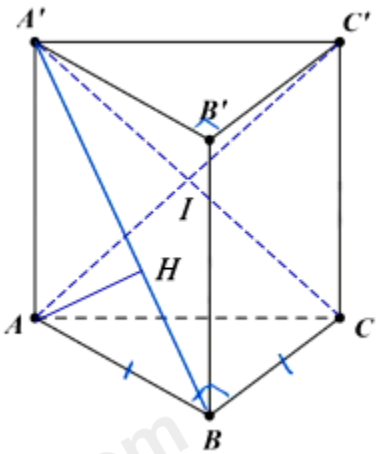
$\Rightarrow d=\sqrt{13}$

Chọn A.

Ví dụ 11: Cho hình lăng trụ đứng $ABC\cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại $B,AB=a$. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng AB' và BC'. Biết khoảng cách từ C' đến mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ bằng $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$, tính $\cos\alpha$

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Cách giải:



Gọi I là giao điểm của AC' và $A'C$

$\Rightarrow\dfrac{d\left(C',(A'BC)\right)}{d\left(A,(A'BC)\right)}=\dfrac{C'I}{AI}=1$

$\Rightarrow d\left(A,(A'BC)\right)=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

Kẻ $AH\perp A'B$ (1)

Ta có $AB\perp BC,BC\perp AA'$

$\Rightarrow BC \perp (A'AB)$

$\Rightarrow AH \perp BC \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \perp (A'BC)$

$\Rightarrow d(A(ABC)) = AH = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

$\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AA^2} + \dfrac{1}{AB^2}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \dfrac{1}{AH^2} + \dfrac{1}{a^2}$

$\Rightarrow AA' = a\sqrt{2}$

Ta có: $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'}; \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{CC'} = a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = 2a^2$

$\Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC}\right) = \dfrac{\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'}}{AB' \cdot BC'} = \dfrac{2a^2}{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{2}{3}$

Chọn C.