BÀI GIẢNG: CÁC DẠNG BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP (DẠNG 1)
KHOÁ [S0] – HÌNH HỌC 12 CHO HỌC SINH MẤT GỐC
MÔN: TOÁN 12
GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH ĐĂNG

MỤC TIÊU

- ✓ *Nắm được một số dạng bài toán thường gặp trong hình học.*
- ✓ *Dạng 1: Xác định hình chiếu và đối xứng của điểm, đường thẳng.*

DẠNG I. HÌNH CHIẾU VÀ ĐỐI XỨNG

1 Hình chiếu của điểm trên đường thẳng, mặt phẳng

Ví dụ 1. Cho $\Delta:\begin{cases}x=2+2t\\y=-4-t\\z=7+3t\end{cases}$, $M(1;2;-4)$. Tìm H là hình chiếu vông góc của M trên Δ.

Cách giải:

H là hình chiếu vuông góc của M trên Δ nên:

+) $H\in\Delta\Rightarrow H(2+2t;-4-t;7+3t)$

+) $\overrightarrow{MH}\perp\overrightarrow{u_\Delta}\Leftrightarrow\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_\Delta}=0$. Có $\overrightarrow{MH}(1+2t;-6-t;11+3t)$, $\overrightarrow{u_\Delta}(2;-1;3)$

$\Rightarrow\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_\Delta}=0\Leftrightarrow 14t+41=0\Leftrightarrow t=\dfrac{-41}{14}$

$\Rightarrow H\left(\dfrac{-27}{7};\dfrac{-15}{14};\dfrac{25}{14}\right)$

Ví dụ 1. Cho $(P):x+2y-3z+5=0$, $M(1;2;-3)$. Tìm H là hình chiếu vuông góc của M trên (P).

Cách giải:

Có $\overrightarrow{n_P}(1;2;-3)$ là vectơ chỉ phương của (P).

H là hình chiếu vuông góc của M trên (P) nên

$\overrightarrow{MH}//\overrightarrow{n_P}\Rightarrow\exists k:\overrightarrow{MH}=k.\overrightarrow{n_P}$

$\Rightarrow H=k.\overrightarrow{n_P}+M=(k+1;2k+2;-3k-3)$

Mà $H\in(P)\Rightarrow k+1+2.(2k+2)-3.(-3k-3)+5=0$

$\Leftrightarrow 14k+19=0$

$\Leftrightarrow k=\dfrac{-19}{14}$

$\Rightarrow H\left(\dfrac{-5}{14};\dfrac{-5}{7};\dfrac{15}{14}\right)$

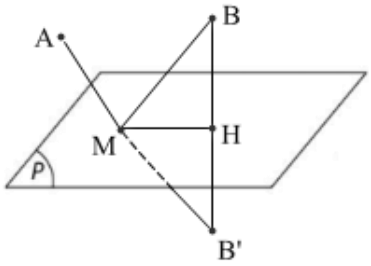
Ví dụ 3: Cho $(P): x+2y-3z+5=0$, $A(1;1;0)$, $B(0;1;-1)$. Tìm $M\in(P): MA+MB$ min.

Hướng dẫn:

Bước 1: Tìm H là hình chiếu vuông góc của B trên (P).

Bước 2: Xác định toạ độ B'= 2H – B.

Bước 3: min(MA + MB) = AB' khi M = AB' ∩ (P).



Cách giải:

Thay toạ độ điểm A và B vào vế trái của phương trình mặt phẳng (P),

ta có 2 kết quả đều dương

=> A, B nằm cùng phía so với (P).

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên (P)

Đường thẳng Δ qua $B(0;1;-1)$ và vuông góc với (P) có phương trình: $\begin{cases}x=t\\y=1+2t\\z=-1-3t\end{cases}$

Thay vào phương trình (P): $t+2(1+2t)-3(-1-3t)+5=0 \Leftrightarrow 14t+10=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{5}{7}$.

Tọa độ điểm H: $H\left(-\dfrac{5}{7};-\dfrac{3}{7};\dfrac{8}{7}\right)$.

Xác định tọa độ $B'=2H-B$ (điểm đối xứng của B qua (P))

$$\begin{cases}x_{B'}=2\left(-\dfrac{5}{7}\right)-0=-\dfrac{10}{7}\\y_{B'}=2\left(-\dfrac{3}{7}\right)-1=-\dfrac{13}{7}\\z_{B'}=2\left(\dfrac{8}{7}\right)-(-1)=\dfrac{23}{7}\end{cases}\Rightarrow B'\left(-\dfrac{10}{7};-\dfrac{13}{7};\dfrac{23}{7}\right).$$

Ta có: $(MA+MB)_{\min}=AB'$.

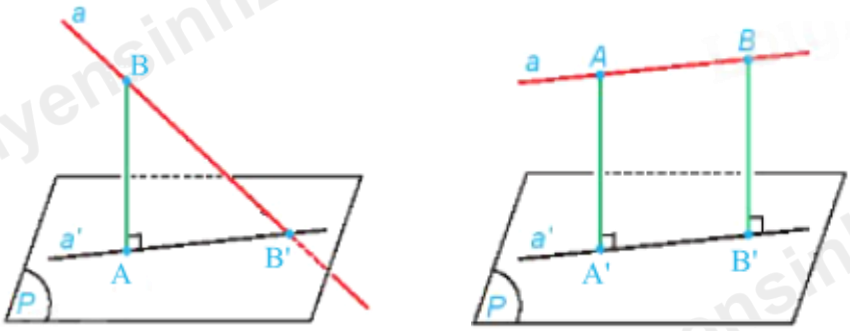
Để tìm M, ta tìm giao điểm của AB' với (P):

M chia đoạn AB' theo tỉ số $k=\dfrac{d(A,P)}{d(B',P)}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$.

$$\overrightarrow{AM}=\frac{4}{4+5}\overrightarrow{AB'}=\frac{4}{9}\overrightarrow{AB'}\Rightarrow\begin{cases}x_M=1+\frac{4}{9}\left(-\frac{10}{7}-1\right)=-\frac{5}{63}\\ y_M=1+\frac{4}{9}\left(-\frac{13}{7}-1\right)=-\frac{17}{63}\\ z_M=0+\frac{4}{9}\left(\frac{23}{7}-0\right)=\frac{92}{63}\end{cases}$$

Vậy $M\left(-\frac{5}{63};-\frac{17}{63};\frac{92}{63}\right)$.

2 Hình chiếu của đường thẳng trên mặt phẳng



Trường hợp 1: $a\cap(P)=A$.

+) Lấy $B\in a$ $(B\neq A)$

+) Tìm B' là hình chiếu vuông góc của B trên (P).

$\Rightarrow AB'$ là hình chiếu vuông góc của a trên (P).

Trường hợp 2: $a//(P)$

+) Lấy $A\in a$

+) A' là hình chiếu vuông góc của A trên (P)

$\Rightarrow a'$ qua A' và song song với a là hình chiếu vuông góc của a trên (P).