# BÀI GIẢNG: NHỊ THỨC NEWTON
## CHUYÊN ĐỀ: ĐẠI SỐ TỔNG HỢP
## MÔN: TOÁN 10
GIÁO VIÊN: NGUYỄN ĐỨC HIỆP

## MỤC TIÊU

- ✓ *Phát biểu được công thức nhị thức Newton.*
- ✓ *Hiểu được ý nghĩa của các hệ số trong khai triển và mối liên hệ với tổ hợp.*
- ✓ *Giải được một số bài toán cơ bản liên quan đến nhị thức Newton.*

## I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

**Nhắc lại:**

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2 = C_2^a \cdot a^2 + C_2^1 \cdot ab + C_2^2 \cdot b^2$

$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 = C_3^0 \cdot a^3 + C_3^1 \cdot a^2b + C_3^2 \cdot ab^2 + C_3^3 \cdot b^3$

**Bài mới:**

$$(a+b)^4 = C_4^0a^4 + C_4^1 \cdot a^3b + C_4^2a^2b^2 + C_4^3 \cdot ab^3 + C_4^4 \cdot b^4$$
$$= 1 \cdot a^4 + 4 \cdot a^3b + 6 \cdot a^2b^2 + 4ab^3 + 1 \cdot b^4$$

$$(a+b)^5 = C_5^0 \cdot a^5 + C_5^1 \cdot a^4b + C_5^2a^3b^2 + C_5^3a^2b^3 + C_5^4ab^4 + C_5^5b^5$$
$$= 1 \cdot a^5 + 5 \cdot a^4b + 10 \cdot a^3b^3 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1 \cdot b^5$$

**Tổng quát:**

$$(a+b)^n = C_n^0 \cdot a^n + C_n^1 \cdot a^{n-1} \cdot b + \ldots + C_n^n \cdot b^n \ \left(n \in N^*\right)$$

**Số hạng tổng quát:** $C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot b^k$

Trong khai triển trên $(a+b)^n$ có:

+) $n+1$ số hạng.

+) Số mũ của $a$ giảm dần từ $n \to 0$, số mũ của $b$ tăng dần từ $0 \to n$

+) Tổng số mũ của $a$ và $b$ bằng nhau

## II. LUYỆN TẬP

**Câu 1.** Khai triển các biểu thức sau:

a) $(1+x)^4$. b) $(x-3y)^4$. c) $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^4$.

**Câu 2.** Khai triển các biểu thức sau:

a) $(x+2)^5$. b) $(2x+y)^5$. c) $(2x-1)^5+(3-x)^4$.

**Câu 3.** Tìm hệ số của số hạng chứa $x^4$ trong khai triển $(2+3x)^5$.

**Câu 4.** Tìm số hạng không chứa $x$ trong khai triển $\left(\frac{3}{x}+2x\right)^4$ với $x\neq 0$.

**Câu 5.** Tính tổng các hệ số của khai triển: $(1-3x)^5$.

**Câu 6.** Một người có 300 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất $6\%/\text{nam}$. Với giả thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi T sau $n$ tháng dược tính bởi công thức $T=T_0(1+r)^n$, trong đó $T_0$ là số tiền gửi lúc đầu và $r$ là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Newton, tình gần đúng số tiền người đó nhận được (cả gốc lẫn lãi) sau 4 tháng.

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1.** Khai triển các biểu thức sau:

a) $(1+x)^4$. b) $(x-3y)^4$. c) $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^4$.

**Cách giải:**

a) $(1+x)^4=C_4^0\cdot 1^4+C_4^1\cdot 1^3\cdot x+C_4^2\cdot 1^2\cdot x^2+C_4^3\cdot 1\cdot x^3+C_4^4\cdot x^4$

$=1+4x+6x^2+4x^3+x^4$

b) $(x-3y)^4=x^4+4x^3\cdot(-3y)+6\cdot x^2(-3y)^2+4x\cdot(-3y)^3+(-3y)^4$

$=x^4-12x^3y+54x^2y^2-108xy^3+81y^4$

c) $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^4=\left(x^2\right)^4+4\cdot\left(x^2\right)^3\cdot\frac{1}{x}+6\cdot\left(x^2\right)^2\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^2+4\cdot x^2\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^3+\left(\frac{1}{x}\right)^4$

$=x^8+4\cdot x^5+6\cdot x^2+\frac{4}{x}+\frac{1}{x^4}$

**Câu 2.** Khai triển các biểu thức sau:

a) $(x+2)^5$. b) $(2x+y)^5$. c) $(2x-1)^5+(3-x)^4$.

**Cách giải:**

a) $(x+2)^5=C_5^0\cdot x^5+C_5^1\cdot x^4\cdot 2+C_5^2\cdot x^3\cdot 2^2+C_5^3\cdot x^2\cdot 2^3+C_5^4\cdot x\cdot 2^4+C^5\cdot 2^5$

$=x^5+10x^4+40x^3+80x^2+80x+32$

b) $(2x+y)^5=(2x)^5+5\cdot(2x)^4\cdot y+10\cdot(2x)^3\cdot y^2+10\cdot(2x)^2\cdot y^3+5\cdot 2x\cdot y^4+y^5$

$=32x^5+80x^4y+80x^3y^2+40x^3y^3+10xy^4+y^5$

c) $(2x-1)^5+(3-x)^4=\left[(2x)^5-5\cdot(2x)^4\cdot 1+10\cdot(2x)^3\cdot 1^2-10\cdot(2x)^2\cdot 1^3+5\cdot(2x)\cdot 1^4-1^5\right]$

$$+\left(3^4-4\cdot3^3\cdot x+6\cdot3^2\cdot x^2-4\cdot3\cdot x^3+4\cdot x^4\right)$$

$$=32x^5-76x^4+68x^3+14x^2-98x+80$$

**Câu 3.** Tìm hệ số của số hạng chứa $x^4$ trong khai triển $(2+3x)^5$.

**Cách giải:**

Cách 1: Triển khai đầy đủ rồi xác định hệ số của $x^4$

Cách 2: Làm nhanh $(2+3x)^5 \to x^4 ? \to 5\cdot a\cdot b^4$

Đáp án: $5\cdot2\cdot(3x)^4=810x^4$

Hệ số của số hạng chứa $x^4$ là 810.

Cách 3: Áp dụng công thức số hạng tổng quát: $C_n^k\cdot a^{n-k}\cdot b^k$

$(2+3x)^5 \to SHTQ: C_5^k\cdot2^{5-k}\cdot(3x)^k=C_5^k\cdot2^{5-k}\cdot3^k\cdot x^k$

Số hạng chứa $x^4 \Rightarrow k=4$

$\Rightarrow$ Hệ số: $C_5^4\cdot2^5\cdot4\cdot3^4=5\cdot2\cdot3^4=810$

**Câu 4.** Tìm số hạng không chứa $x$ trong khai triển $\left(\frac{3}{x}+2x\right)^4$ với $x\neq0$.

**Cách giải:**

Cách 1: Triển khai đầy đủ rồi xác định hệ số không chứa $x$

Cách 2: Làm nhanh $\left(\frac{3}{x}+2x\right)^4 \to 6a^2b^2 \to 6\cdot\left(\frac{3}{x}\right)^2(2x)^2=216$

Đáp án: 216

Cách 3: Áp dụng công thức số hạng tổng quát: $C_n^k\cdot a^{n-k}\cdot b^k$

$\left(\frac{3}{x}+2x\right)^4 \to SHTQ: C_4^k\cdot\left(\frac{3}{x}\right)^{4k}\cdot(2x)^k=C_4^k\cdot3^{4-k}\cdot2^k\cdot\frac{1}{x^{4-k}}\cdot x^k=C_4^k\cdot3^{4-k}\cdot2^k\cdot x^{k-4+k}$

Số hạng không chứa $x \Rightarrow 2k-4=0\Leftrightarrow k=2$

$\Rightarrow$ Hệ số: $C_4^2\cdot3^2\cdot2^2=216$

**Câu 5.** Tính tổng các hệ số của khai triển: $(1-3x)^5$.

**Cách giải:**

Cách 1: Triển khai đầy đủ:

$$(1-5x)^5=1^5-5\cdot1^4\cdot3x+10\cdot1^3\cdot(3x)^2-10\cdot1^2\cdot(3x)^3+5\cdot1\cdot(3x)^4-(3x)^5$$

$$=1-15x+90x^2-270x^3+405x^4-243x^5$$

$\Rightarrow$ Tổng các hệ số là: $1-15+90-270+405-243=-32$

Cách 2: Thay $x=1\Rightarrow$ Tổng các hệ số là: $(1-3\cdot1)^5=32$

**Câu 6.** Một người có 300 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất $6\%/\text{nam}$. Với giả thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi T sau $n$ tháng dược tính bởi công thức $T = T_0(1+r)^n$, trong đó $T_0$ là số tiền gửi lúc đầu và $r$ là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Newton, tình gần đúng số tiền người đó nhận được (cả gốc lẫn lãi) sau 4 tháng.

**Cách giải:**

Số tiền nhận được sau 4 tháng là:

$$T = 300 \cdot \left(1+\frac{6\%}{12}\right)^4 = 300 \cdot (1+0,005)^4 \approx 300 \cdot \left(1^4 + 4 \cdot 1^3 \cdot 0,005\right) = 306 \text{ (triệu đồng).}$$