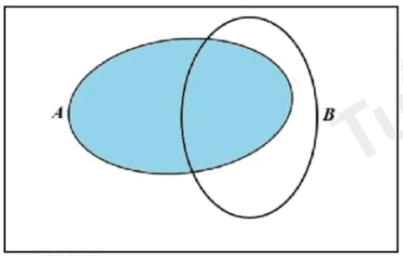
BÀI GIẢNG: XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN
CHUYÊN ĐỀ: XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN
MÔN: TOÁN 12
GIÁO VIÊN: ĐOÀN NGỌC DUY TRÌNH

MỤC TIÊU

- ✓ *Xác suất có điều kiện*
- ✓ *Công thức tính xác suất có điều kiện*
- ✓ *Sơ đồ hình cây*

I. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Cho hai biến cố A và B. Xác suất của biến cố B khi biến cố A đã xảy ra được gọi là xác suất của B với điều kiện A, kí hiệu là $P(B|A)$.



Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các ví dụ từ 1 đến 3

Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất.

Ví dụ 1: Gọi A, B lần lượt là các biến cố "Mặt xuất hiện có số chấm là số chẵn" và Mặt xuất hiện có số chấm nhỏ hơn 3". Xác suất của biến cố A và xác suất của biến cố B lần lượt là

A. $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$ và $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$ và $\frac{1}{2}$.

Cách giải:

Xác suất của biến cố A là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

Xác suất của biến cố B là: $P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

Chọn C.

Ví dụ 2: Biết mặt xuất hiện có số chấm là số chẵn, tính xác suất để mặt xuất hiện có số chấm nhỏ hơn 3.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Cách giải:

Gọi biến cố A là "mặt xuất hiện có số chấm là số chẵn"

$\Rightarrow A=\{2;4;6\}$

Biến cố B là "mặt xuất hiện có số chấm nhỏ hơn 3" $\Rightarrow B=\{2\}$

Xác suất để mặt xuất hiện có số chấm nhỏ hơn 3 là: $P(B|\ A)=\frac{1}{3}$

Chọn B.

Ví dụ 3: Biết mặt xuất hiện có số chấm nhỏ hơn 3 , tính xác suất để mặt xuất hiện có số chấm là số chẵn.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Cách giải:

Biến cố B là "mặt xuất hiện có số chấm nhỏ hơn 3" $\Rightarrow B=\{1;2\}$

Gọi biến cố A là "mặt xuất hiện có số chấm là số chẵn" $\Rightarrow A=\{2\}$

Xác suất để mặt xuất hiện có số chấm là số chẵn là: $P(A|\ B)=\frac{1}{2}$

Chọn A.

II. CÔNG THỨC XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Cho hai biến cố A và B, trong đó $P(A)>0$. Khi đó: $P(B|\ A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$.

Ví dụ 4: Một nhóm gồm có 6 học sinh nam và 3 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên ra 2 bạn trong nhóm đi tưới cây. Tính xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất một bạn nam được chọn.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{5}{11}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{11}{12}$.

Cách giải:

Gọi biến cố B là "hai bạn được chọn có cùng giới tính"

Biến cố A là "có ít nhất một bạn nam được chọn"

$\Rightarrow P(A)=1-P(\bar{A})=1-\frac{C_3^2}{C_9^2}=\frac{11}{12}$

Biến cố AB: "hai bạn được chọn đều là nam"

$\Rightarrow P(AB)=\frac{C_6^2}{C_9^2}=\frac{5}{12}$

Xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính là:

$P(B|\ A)=\frac{5/12}{11/12}=\frac{5}{11}$

Chọn B.

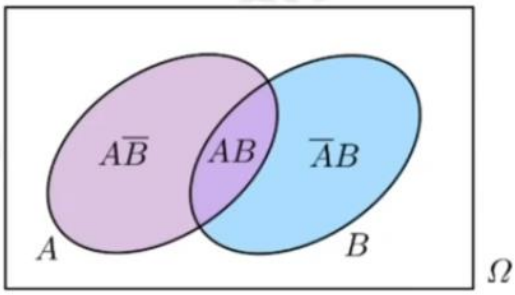
Chú ý:

Công thức nhân xác suất: Với hai biến cố A và B bất kì thì $P(AB)=P(A)P(B|\ A)=P(B)P(A|\ B)$.

Tính chất của xác suất có điều kiện: $P(A|\ A)=1; P(\bar{B}|\ A)=1-P(B|\ A)\Leftrightarrow P(\bar{B}|\ A)+P(B|\ A)=1$.

Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(B|\ A)=P(B|\ \bar{A})=P(B)$.

Các công thức thường dùng khác: $P(A)+P(\bar{A})=1; P(AB)+P(A\bar{B})=P(A); P(BA)+P(B\bar{A})=P(B)$.



Dựa vào thông tin dưới đây để trả lời các ví dụ từ 5 đến 7

Một học sinh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất làm đúng bài thứ nhất là 0,6. Xác suất làm đúng bài thứ hai là 0,5. Nếu làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8.

Ví dụ 5: Tính xác suất để học sinh đó làm đúng cả hai bài.

A. 0,36. **B.** 0,3. **C.** 0,48. **D.** 0,4.

Cách giải:

Gọi A là biến cố: "làm đúng bài thứ nhất"

B là biến cố: "làm đúng bài thứ hai"

Ta có: $P(A)=0,6\ P(B)=0,5\ P(B|\ A)=0,8$

Các suất để học sinh đó làm đúng cả hai bài là: $P(AB)=P(A)\cdot P(B|\ A)=0,6\cdot 0,8=0,48$

Chọn C.

Ví dụ 6: Tính xác suất để học sinh đó làm đúng bài thứ nhất, biết bạn ấy làm đúng bài thứ hai.

A. 0,2. **B.** 0,96. **C.** 0,8. **D.** 0,04.

Cách giải:

Xác suất để học sinh đó làm đúng bài thứ nhất là:

$$P(A|\ B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{0,48}{0,5}=0,96$$

Chọn B.

Ví dụ 7: Tính xác suất học sinh đó làm sai bài thứ nhất, biết bạn ấy làm đúng bài thứ hai.

A. 0,36. **B.** 0,28. **C.** 0,12. **D.** 0,04.

Cách giải:

Xác suất học sinh đó làm sai bài thứ nhất là:

$$P(\bar{A}|\ B)=1-P(A|\ B)=1-0,96=0,04$$

Chọn D.

Ví dụ 8: [Đề minh họa kỳ thi HSA năm 2025] Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(A)=0,45, P(B)=0,75$ và $P(A\cap\overline{B})=0,3$. Khi đó $P(A|\ B)$ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Cách giải:

$P(AB)+P(A\overline{B})=P(A)\Rightarrow P(AB)=0,45-0,3=0,15$

$P(A|\ B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{0,15}{0,75}=\frac{1}{5}$

Chọn A.

Ví dụ 9: Cho hai biến cố A và B, biết $P(A)=0,6; P(B)=0,7; P(A\cap B)=0,3$. Tính:

a) $P(A|\ B)$;

b) $P(\overline{A}\cap B)$;

c) $P(A|\ \overline{B})$;

d) $P(B|\ \overline{A})$.

Cách giải:

a) $P(A|\ B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{0,3}{0,7}=\frac{3}{7}$

b) $P(\overline{A}B)=P(B)-P(AB)=0,7-0,3=0,4$

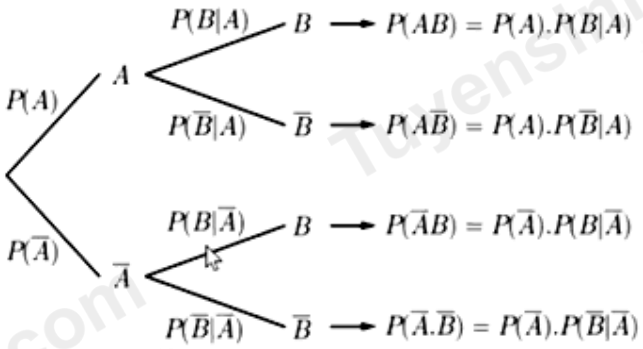
c) $P(\overline{B})=1-P(B)=1-0,7=0,3$

$P(A\overline{B})=P(A)-P(AB)=0,6-0,3=0,3$

$P(A|\ \overline{B})=\frac{P(A\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{0,3}{0,3}=1$

d) $P(B|\ \overline{A})=\frac{P(B\overline{A})}{P(\overline{A})}=\frac{0,4}{0,4}=1$

III. SƠ ĐỒ HÌNH CÂY



Trên sơ đồ hình cây:

□ Xác suất của các nhánh từ đỉnh thứ hai là xác suất có điều kiện.

□ Xác suất xảy ra của mỗi kết quả bằng tích các xác suất trên các nhánh của cây đi đến kết quả đó.

Ví dụ 10: Một hộp chứa 1 quả bóng màu xanh và 5 quả bóng màu đỏ. Các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Thọ chọn ra ngẫu nhiên 2 quả bóng từ hộp, xem màu rồi bỏ ra ngoài. Sau đó, bạn Thúy chọn tiếp ra 1 quả bóng từ hộp. Sử dụng sơ đồ hình cây để

a) Tính xác suất để các quả bóng được chọn của cả hai bạn đều có cùng màu.

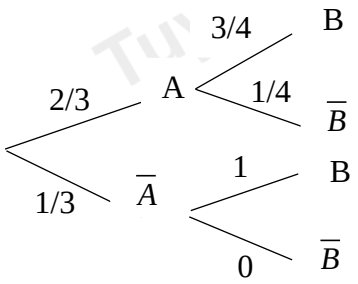
b) Tính xác suất để hai quả bóng bạn Thọ chọn không cùng màu và quả bóng Thúy chọn có màu đỏ.

Cách giải:

Gọi biến cố A: "Thọ lấy được 2 bóng đỏ" $\Rightarrow \overline{A}$:"Thọ lấy được 1 đỏ, 1 xanh'

$\Rightarrow P(A)=\frac{C_5^2}{C_6^2}=\frac{2}{3}; \quad P(\overline{A})=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

Biến cố B: "Thúng lấy được 1 bóng đỏ" $\Rightarrow \overline{B}$: "Thúng lấy được 1 bóng xanh"



a) Xác suất để các quả bóng được chọn của cả hai bạn đều có cùng màu là: $P(AB)=\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$

b) Xác suất để hai quả bóng bạn Thọ chọn không cùng màu và quả bóng Thúy chọn có màu đỏ là:

$P(\overline{A}B)=\frac{1}{3}\cdot 1=\frac{1}{3}$

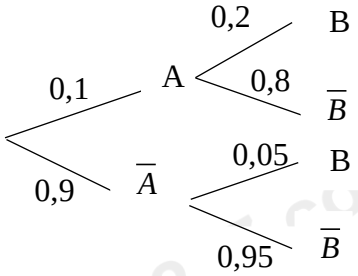
Ví dụ 11: Một công ty bảo hiểm ô tô nhận thấy nếu một tài xế gặp sự cố trong năm đầu tiên thì xác suất gặp sự cố ở năm tiếp theo là 0,2 ; còn nếu trong năm đầu tiên không gặp sự cố thì xác suất gặp sự cố ở năm tiếp theo là 0,05. Xác suất để một tài xế gặp sự cố ở năm đầu tiên lái xe là 0,1. Sử dụng sơ đồ hình cây để

a) Tính xác suất để một tài xế không gặp sự cố nào trong hai năm đầu tiên lái xe.

b) Tính xác suất để một tài xế gặp sự cố trong cả hai năm đầu tiên lái xe.

Cách giải:

Gọi A là biến cố: "tài xế gặp sự cố ở năm đầu tiên lái xe". B là biến cố: "tài xế gặp sự cố ở năm thứ hai lái xe"



a) Xác suất để một tài xế không gặp sự cố nào trong hai năm đầu tiên lái xe là: $P(AB)=0,1\cdot 0,2=0,02$

b) Xác suất để một tài xế gặp sự cố trong cả hai năm đầu tiên lái xe là: $P(\overline{AB})=0,9\cdot 0,95=0,855$