BÀI GIẢNG: TỔNG ÔN HÀM SỐ MŨ VÀ LOGARIT - BÀI TẬP DẠNG MỚI

CHUYÊN ĐỀ: HÀM SỐ MŨ VÀ LOGARIT

MÔN: TOÁN 12

GIÁO VIÊN: NGUYỄN CÔNG CHÍNH

MỤC TIÊU

- ✓ *Củng cố kiến thức về hàm số mũ và logarit, bao gồm tính chất và dạng bài cơ bản.*
- ✓ *Nhận diện và vận dụng phương pháp giải các bài tập dạng mới liên quan đến hàm số mũ – logarit.*
- ✓ *Rèn luyện tư duy biến đổi linh hoạt và kỹ năng giải nhanh, chính xác các bài toán nâng cao.*

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số mũ?

A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=x^2$. **C.** $y=(\sqrt{2})^x$. **D.** $y=x^{\sqrt{7}}$.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lôgarit?

A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=x^2$. **C.** $y=(\sqrt{2})^x$. **D.** $y=x^{\sqrt{7}}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=(\sqrt{5})^x$ là:

A. $[5;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y=\log x$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

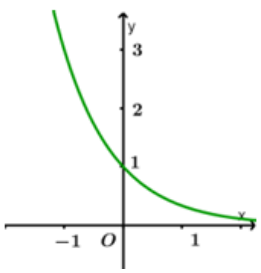
Câu 5: Tập xác định D của hàm số $y=\ln(1-x)$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=(-\infty;1)$. **D.** $D=(1;+\infty)$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\log_2 x-1}$ là

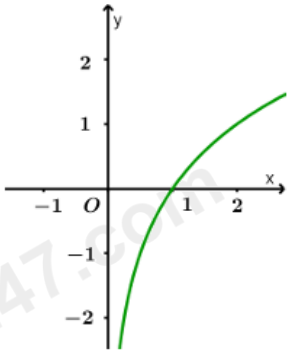
A. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)\setminus\{2\}$. **D.** $(0;+\infty)\setminus\{1\}$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ bên?



A. $y=3^x$. **B.** $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$. **C.** $y=\log_{\frac{1}{3}} x$. **D.** $y=\log_3 x$.

Câu 8: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ bên?

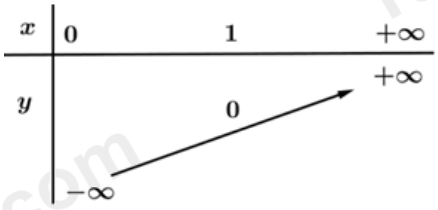


A. $y=2^x$. **B.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **C.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **D.** $y=\log_2 x$.

Câu 9: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\log x$. **B.** $y=\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^x$. **C.** $y=\ln x$. **D.** $y=\left(\frac{1}{7}\right)^{-x}$.

Câu 10: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới



A. $y=3^x$. **B.** $y=(\frac{1}{5})^x$. **C.** $y=\log_3 x$. **D.** $y=\log_{(\frac{1}{5})} x$.

Câu 11: Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S=A\cdot e^{ni}$, trong đó A là dân số của năm lấy mốc, S là dân số sau n năm, i là tỷ lệ gia tăng dân số hàng năm. Biết năm 2023 dân số thành phố Cần Thơ năm 2023 ước tính là 1282000 người và tỉ lệ gia tăng dân số là 1,03% . Hỏi đến năm bao nhiêu thì dân số thành phố Cần Thơ đạt hơn 1,5 triệu người?

A. 2038. **B.** 2039. **C.** 2040. **D.** 2041.

Câu 12: Bạn Nam là sinh viên của một trường Đại học, muốn vay tiền ngân hàng với lãi suất ưu đãi trang trải kinh phí học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học, bạn ấy vay ngân hàng số tiền 10 triệu đồng với lãi suất là 4% . Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm, biết rằng trong 4 năm đó, ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).

A. 46794000 đồng **B.** 44163000 đồng **C.** 42465000 đồng **D.** 41600000 đồng

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=2^x$

a) Tập xác định của hàm số là khoảng $(0;+\infty)$.

b) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(0;1)$.

c) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

d) Đồ thị hàm số $y=2^x$ cắt đường thẳng $y=\frac{1}{8}$ tại điểm $M(-3;8)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=\log_3(5x-3)$.

a) Tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$.

b) Hàm số đồng biến trên $(\frac{3}{5};+\infty)$.

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(2;7)$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[\frac{4}{5};\frac{12}{5}]$ là 2.

Câu 3: Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là $A=P\cdot\left(1-\frac{r}{100}\right)^n$.

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 6% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau một năm sẽ còn lại là 94 triệu đồng.

b) Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại là 84,64 triệu đồng.

c) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm chỉ còn là 90 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của hai năm đó là 5,03%

d) Nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm thì sau 14 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.

Câu 4: Cô Nga gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Nga không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Để biết sau y (năm) thì tổng số tiền cả vốn và lãi có được là x (triệu đồng), cô Nga sử dụng công thức $y=\log_{1,06}\left(\frac{x}{100}\right)$.

a) Tổng số tiền x thu được tăng lên khi số năm gửi y tăng lên do đó hàm số $y=\log_{1,06}\left(\frac{x}{100}\right)$ đồng biến trên tập xác định.

b) Sau ít nhất 12 năm thì cô Nga có thể rút ra được số tiền gấp đôi số tiền đã gửi từ tài khoản tiết kiệm đó.

c) Có một dự án đầu tư đòi hỏi chi phí hiện tại là 100 triệu đồng và sau 5 năm sẽ đem lại 150 triệu đồng. Xét khẳng định: "Cô Nga nếu đầu tư vào dự án này sẽ thu về khoản lợi nhuận nhiều hơn là gửi tiền vào ngân hàng đã nêu".

d) Do tham gia bảo hiểm nhân thọ nên hàng năm cô Nga phải đóng phí là 20 triệu đồng. Cô dự kiến sau khi gửi tiền được một năm thì hàng năm sẽ rút 20 triệu đồng từ tiền gốc và lãi thu được để đóng bảo hiểm, số tiền còn lại thì cô tiếp tục gửi ngân hàng (giả sử quy định về lãi suất tiền gửi không thay đổi). Xét khẳng định: "Cô Nga sử dụng số tiền theo cách đó sẽ đóng bảo hiểm được tối đa 6 năm từ số tiền 100 triệu vốn ban đầu".

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y=\log_2(-x^2+2023x-2022)$ có bao nhiêu số nguyên?

Câu 2: Biết đồ thị hàm số $y=a^x$ và đồ thị hàm số $y=\log_b x$ cắt nhau tại điểm $A\left(\frac{1}{2};2\right)$. Tính giá trị của biểu thức $T=a^2+2b^2$.

Câu 3: Cường độ một trận động đất M (Richte) được cho bởi công thức $M=\log A-\log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản.

Câu 4: Năm 2020, dân số thế giới là 7,795 tỉ người và tốc độ tăng dân số 1,05%/năm. Nếu tốc độ tăng này tiếp tục duy trì ở những năm tiếp theo thì đến năm bao nhiêu năm dân số đạt 10 tỉ người.

Câu 5: Anh Trung gửi vào ngân hàng 180 triệu đồng với lãi suất 0,6%/tháng. Sau mỗi tháng, anh Trung đến ngân hàng rút mỗi tháng 5 triệu đồng để chi tiêu đến khi hết tiền thì thôi. Biết trong suốt thời gian đó, ngoài số tiền rút mỗi tháng anh Trung không rút thêm một đồng nào kể cả gốc lẫn lãi và lãi suất không đổi. Vậy tháng cuối cùng anh Trung sẽ rút được số tiền là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến đến hàng phần trăm)?

Câu 6: Để đủ tiền mua nhà, anh An vay ngân hàng 500 triệu theo phương thức trả góp với lãi suất 0,85% / tháng. Nếu sau mỗi tháng, kể từ thời điểm vay, anh An trả nợ cho ngân hàng số tiền cố định là 10 triệu đồng bao gồm cả tiền lãi vay và tiền gốc. Biết phương thức trả lãi và gốc không thay đổi trong suốt quá trình anh An trả nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh trả hết nợ ngân hàng?

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số mũ?

A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=x^2$. **C.** $y=(\sqrt{2})^x$. **D.** $y=x^{\sqrt{7}}$.

Cách giải:

Ta có: $y=(\sqrt{2})^x$ là hàm số mũ.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lôgarit?

A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=x^2$. **C.** $y=(\sqrt{2})^x$. **D.** $y=x^{\sqrt{7}}$.

Cách giải:

Ta có: $y=\log_3 x$ là hàm số lôgarit.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=(\sqrt{5})^x$ là:

A. $[5;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Cách giải:

Hàm số $y=(\sqrt{5})^x$ có nghĩa $\forall x\in\mathbb{R}$.

Tập xác định của hàm số là: $(-\infty;+\infty)$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y=\log x$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Cách giải:

Hàm số $y=\log x$ xác định $\Leftrightarrow x>0$. Vậy tập xác định của hàm số là: $D=(0;+\infty)$.

Câu 5: Tập xác định D của hàm số $y=\ln(1-x)$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=(-\infty;1)$. **D.** $D=(1;+\infty)$.

Cách giải:

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 1-x>0\Leftrightarrow x<1$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\log_2 x-1}$ là

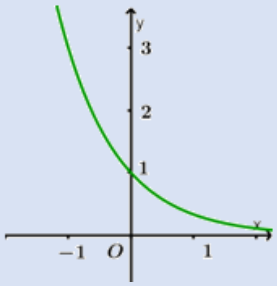
A. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)\setminus\{2\}$. **D.** $(0;+\infty)\setminus\{1\}$.

Cách giải:

Hàm số xác định khi $\begin{cases}x>0\\ \log_2 x-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ \log_2 x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ x\neq 2\end{cases}$.

Vậy tập xác định $D=(0;+\infty)\setminus\{2\}$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ bên?

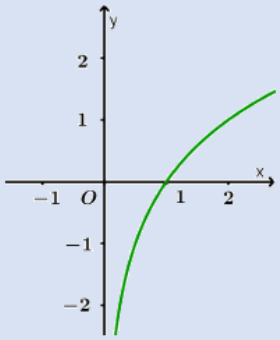


A. $y=3^x$. **B.** $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$. **C.** $y=\log_{\frac{1}{3}} x$. **D.** $y=\log_3 x$.

Cách giải:

Hàm số có đồ thị như hình vẽ trên nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$ nên loại A, D, đồ thị nhận Ox làm tiệm cận ngang chọn hàm số $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Câu 8: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ bên?



A. $y=2^x$. **B.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **C.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **D.** $y=\log_2 x$.

Cách giải:

Hàm số có đồ thị như hình vẽ trên đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên loại B, C, đồ thị nhận Oy làm tiệm cận đứng nên chọn hàm số $y=\log_2 x$.

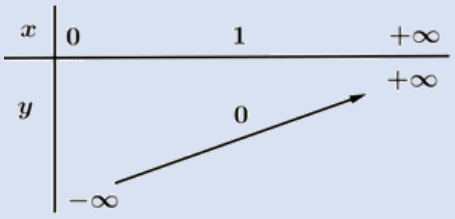
Câu 9: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\log x$. **B.** $y=\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^x$. **C.** $y=\ln x$. **D.** $y=\left(\frac{1}{7}\right)^{-x}$.

Cách giải:

Hàm số $y=\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ do $0<\frac{\sqrt{2}}{5}<1$.

Câu 10: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới



A. $y=3^x$. **B.** $y=(\frac{1}{5})^x$. **C.** $y=\log_3 x$. **D.** $y=\log_{(\frac{1}{5})} x$.

Cách giải:

Hàm số đồng biến trên $(0;+8)$ nên loại đáp án B, D

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;0)$ nên chọn đáp án C

Câu 11: Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S=A\cdot e^{ni}$, trong đó A là dân số của năm lấy mốc, S là dân số sau n năm, i là tỷ lệ gia tăng dân số hàng năm. Biết năm 2023 dân số thành phố Cần Thơ năm 2023

ước tính là 1282000 người và tỉ lệ gia tăng dân số là 1,03% . Hỏi đến năm bao nhiêu thì dân số thành phố Cần Thơ đạt hơn 1,5 triệu người?

A. 2038. **B.** 2039. **C.** 2040. **D.** 2041.

Cách giải:

Lấy năm 2023 làm mốc, khi đó $A=1282000$. Giả sử sau n năm thì dân số thành phố Cần Thơ đạt hơn 1500000, tức là

$$1500000=1282000\cdot e^{0,0103n}\Rightarrow e^{0,0103n}=\frac{750}{641}\Rightarrow 0,0103n=\ln\frac{750}{641}\Rightarrow n\approx 15,25$$

Có nghĩa là theo tốc độ tăng dân số này thì sau 16 năm dân số thành phố sẽ đạt 1500000 người vào năm 2039.

Câu 12: Bạn Nam là sinh viên của một trường Đại học, muốn vay tiền ngân hàng với lãi suất ưu đãi trang trải kinh phí học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học, bạn ấy vay ngân hàng số tiền 10 triệu đồng với lãi suất là 4% . Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm, biết rằng trong 4 năm đó, ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).

A. 46794000 đồng **B.** 44163000 đồng **C.** 42465000 đồng **D.** 41600000 đồng

Cách giải:

Tổng số tiền bạn Nam vay (gốc và lãi) sau 4 năm là:

$$A=10^7(1+0,04)^4+10^7(1+0,04)^3+10^7(1+0,04)^2+10^7(1+0,04)$$

$$=10^7(1+0,04)[1+(1+0,04)+(1+0,04)^2+(1+0,04)^3]$$

$$=10^7(1+0,04)\cdot\frac{1-(1+0,04)^4}{1-(1+0,04)}=44163225,6$$

Nên $A\approx 44163000$ đồng

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=2^x$

a) Tập xác định của hàm số là khoảng $(0;+\infty)$.

b) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(0;1)$.

c) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

d) Đồ thị hàm số $y=2^x$ cắt đường thẳng $y=\frac{1}{8}$ tại điểm $M(-3;8)$.

Cách giải:

a) Tập xác định hàm số $y=2^x$ là $\mathbb{R}$.

b) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(0;1)$ vì $y(0)=2^0=1$.

c) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ vì cơ số $a=2>1$.

d) Phương trình hoành độ giao điểm $2^x=\frac{1}{8}\Leftrightarrow x=-3$. Vậy tọa độ giao điểm hai đồ thị là $M(-3;\frac{1}{8})$

Câu 2: Cho hàm số $y=\log_3(5x-3)$.

a) Tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$.

b) Hàm số đồng biến trên $(\frac{3}{5};+\infty)$.

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(2;7)$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[\frac{4}{5};\frac{12}{5}]$ là 2.

Cách giải:

a) Sai: Hàm số xác định $\Leftrightarrow 5x-3>0\Leftrightarrow x>\frac{3}{5}$, do đó hàm số có TXĐ: $D=(\frac{3}{5};+\infty)$.

b) Đúng: Với $\forall x_1,x_2\in(\frac{3}{5};+\infty); x_1<x_2\Rightarrow 5x_1-3<5x_2-3\Rightarrow \log_3(5x_1-3)<\log_3(5x_2-3)$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(\frac{3}{5};+\infty)$.

c) Sai: Với $x=2$ thì $y=\log_3 7$.

Vậy đồ thị hàm số qua điểm $(2;\log_3 7)$ và không đi qua điểm M.

d) Đúng: Do hàm số đồng biến trên $(\frac{3}{5};+\infty)$

Suy ra $\max_{[\frac{4}{5};\frac{12}{5}]} f(x)=f(\frac{12}{5})=\log_3(5\cdot\frac{12}{5}-3)=2$ và $\min_{[\frac{4}{5};\frac{12}{5}]} f(x)=f(\frac{4}{5})=\log_3(5\cdot\frac{4}{5}-3)=0$.

Vậy $\max_{[\frac{4}{5};\frac{12}{5}]} f(x)+\min_{[\frac{4}{5};\frac{12}{5}]} f(x)=2$.

Câu 3: Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là $A=P\cdot\left(1-\frac{r}{100}\right)^n$.

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 6% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau một năm sẽ còn lại là 94 triệu đồng.

b) Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại là 84,64 triệu đồng.

c) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm chỉ còn là 90 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của hai năm đó là 5,03%

d) Nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm thì sau 14 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.

Cách giải:

a) $A=100\cdot\left(1-\dfrac{6}{100}\right)^1=94$. Vậy tỉ lệ lạm phát là 6% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau một năm sẽ còn lại là 94 triệu đồng.

b) $A=100\cdot\left(1-\dfrac{8}{100}\right)^2=84,64$. Vậy tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại là 84,64 triệu đồng.

c) $A=100\cdot\left(1-\dfrac{r}{100}\right)^2=90\Rightarrow r=5,13\%$.

d) $A=100\cdot\left(1-\dfrac{5}{100}\right)^{14}=48,77$.

Câu 4: Cô Nga gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Nga không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Để biết sau y (năm) thì tổng số tiền cả vốn và lãi có được là x (triệu đồng), cô Nga sử dụng công thức $y=\log_{1,06}\left(\dfrac{x}{100}\right)$.

a) Tổng số tiền x thu được tăng lên khi số năm gửi y tăng lên do đó hàm số $y=\log_{1,06}\left(\dfrac{x}{100}\right)$ đồng biến trên tập xác định.

b) Sau ít nhất 12 năm thì cô Nga có thể rút ra được số tiền gấp đôi số tiền đã gửi từ tài khoản tiết kiệm đó.

c) Có một dự án đầu tư đòi hỏi chi phí hiện tại là 100 triệu đồng và sau 5 năm sẽ đem lại 150 triệu đồng. Xét khẳng định: "Cô Nga nếu đầu tư vào dự án này sẽ thu về khoản lợi nhuận nhiều hơn là gửi tiền vào ngân hàng đã nêu".

d) Do tham gia bảo hiểm nhân thọ nên hàng năm cô Nga phải đóng phí là 20 triệu đồng. Cô dự kiến sau khi gửi tiền được một năm thì hàng năm sẽ rút 20 triệu đồng từ tiền gốc và lãi thu được để đóng bảo hiểm, số tiền còn lại thì cô tiếp tục gửi ngân hàng (giả sử quy định về lãi suất tiền gửi không thay đổi). Xét khẳng định: "Cô Nga sử dụng số tiền theo cách đó sẽ đóng bảo hiểm được tối đa 6 năm từ số tiền 100 triệu vốn ban đầu".

Cách giải:

a) Đúng.

b) Đúng: Với $x=200$ ta có $\log_{1,06}\left(\dfrac{200}{100}\right)=\log_{1,06}2\approx 11,9\Rightarrow y\geq 12$ (năm).

c) Đúng: Với $x=150$ ta có $\log_{1,06}\left(\dfrac{150}{100}\right)=\log_{1,06}1,5\approx 6,96\Rightarrow y\geq 7$ (năm).

Nên nếu gửi ngân hàng thì cần ít nhất 7 năm thì mới thu về được số tiền 150 triệu, mà để đầu tư dự án thì chỉ mất 5 năm.

d) Đúng: Sau một năm gửi ngân hàng, số tiền thu được là $x=100.1,06$ (triệu đồng).

Rút 20 triệu để đóng bảo hiểm nên số tiền còn lại để gửi ngân hàng là $x_1 = 100.1,06 - 20$.

Sau năm thứ hai, tiền thu được trừ đi 20 triệu đóng bảo hiểm thì còn lại tiền gửi ngân hàng là $x_2 = x_1.1,06 - 20 = (100.1,06 - 20).1,06 - 20 = 100.1,06^2 - 20.1,06 - 20$.

Tiếp tục như vậy ta có: $x_n = 100.1,06^n - 20.(1,06^{n-1} + 1,06^{n-2} + ... + 1,06 + 1)$

$= 100.1,06^n - 20.\dfrac{1-1,06^n}{1-1,06}$.

Khi $x_n = 0$ ta có $100.1,06^n = 20.\dfrac{1-1,06^n}{1-1,06} \Leftrightarrow 1,06^n = \dfrac{20}{20-100.0,06}$

$\Leftrightarrow n = \log_{1,06}\left(\dfrac{20}{20-100.0,06}\right)(\approx 6,12)$.

Với $n = 6$, có $x_6 = 100.1,06^6 - 20.\dfrac{1-1,06^6}{1-1,06} \approx 2,3$.

Tức là sau 6 năm thực hiện kế hoạch thì số tiền còn lại là 2,3 triệu đồng.

Vậy số tiền vốn đã có đủ để thực hiện kế hoạch trong 6 năm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(-x^2 + 2023x - 2022)$ có bao nhiêu số nguyên?

Cách giải:

Hàm số các định khi và chỉ khi $-x^2 + 2023x - 2022 > 0 \Leftrightarrow x \in (1;2022)$.

Vậy có tất cả 2020 số nguyên trong tập xác định của hàm số đã cho.

Câu 2: Biết đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_b x$ cắt nhau tại điểm $A\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + 2b^2$.

Cách giải:

Điều kiện xác định: $a,b > 0; a,b \neq 1$

Vì đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_b x$ cắt nhau tại điểm $A\left(\dfrac{1}{2};2\right)$ nên điểm $A\left(\dfrac{1}{2};2\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_b x$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 = a^{\frac{1}{2}} \\ 2 = \log_b \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b^2 = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow T = a^2 + 2b^2 = 4^2 + 2\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 17.$$

Vậy giá trị của biểu thức bằng 17 .

Câu 3: Cường độ một trận động đất M (Richte) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco

có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản.

Cách giải:

Trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter khi đó áp dụng công thức

$M_1 = \log A_1 - \log A_0 \Rightarrow 8 = \log A_1 - \log A_0$ (1).

Trận động đất ở Nhật có cường độ 6 độ Richter khi đó áp dụng công thức là:

$M_2 = \log A_2 - \log A_0 \Rightarrow 6 = \log A_2 - \log A_0$ (2).

Lấy (1) - (2) vế với vế ta được: $2 = \log A_1 - \log A_2 \Leftrightarrow 2 = \log \frac{A_1}{A_2} \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = 100 \Leftrightarrow A_1 = 100A_2$.

Vậy trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp 100 lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản.

Câu 4: Năm 2020, dân số thế giới là 7,795 tỉ người và tốc độ tăng dân số 1,05%/năm. Nếu tốc độ tăng này tiếp tục duy trì ở những năm tiếp theo thì đến năm bao nhiêu năm dân số đạt 10 tỉ người.

Cách giải:

Dân số thế giới sau 1 năm tính từ năm 2020 là $7,795.(1+1,05\%)^1 = 7,795.1,0105^1$ tỉ người.

Dân số thế giới sau 2 năm tính từ năm 2020 là $7,795.1,0105.(1+1,05\%)^1 = 7,795.1,0105^2$ tỉ người.

....

Dân số thế giới sau t năm tính từ năm 2020 là $P(t) = 7,795.1,0105^t$ tỉ người.

Giả sử sau ít nhất t năm tính từ năm 2020 thì dân số thế giới đạt 10 tỉ người.

Khi đó $7,795.1,0105^t = 10 \Leftrightarrow t \approx 23,85$.

Do đó sau ít nhất 24 năm thì dân số thế giới đạt 10 tỉ người.

Vậy đến năm $2020 + 24 = 2044$ dân số đạt 10 tỉ người.

Câu 5: Anh Trung gửi vào ngân hàng 180 triệu đồng với lãi suất 0,6%/tháng. Sau mỗi tháng, anh Trung đến ngân hàng rút mỗi tháng 5 triệu đồng để chi tiêu đến khi hết tiền thì thôi. Biết trong suốt thời gian đó, ngoài số tiền rút mỗi tháng anh Trung không rút thêm một đồng nào kể cả gốc lẫn lãi và lãi suất không đổi. Vậy tháng cuối cùng anh Trung sẽ rút được số tiền là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến đến hàng phần trăm)?

Cách giải:

Gọi $A = 180$ triệu đồng, $r = 0,6\%$ và $X = 5$ triệu đồng, S_n là số tiền còn lại sau n tháng, n là thời gian anh Trung rút tiền

Sau 1 tháng số tiền còn lại là: $180(1+0,006) - 5$.

Sau 2 tháng số tiền còn lại là: $180(1+0,006)^2 - 5(1+0,006) - 5$.

Sau 3 tháng số tiền còn lại là: $180(1+0,006)^3 - 5(1+0,006)^2 - 5(1+0,006) - 5$.

...

Sau n tháng số tiền còn lại là: $180(1+0,006)^n - 5[(1+0,006)^{n-1} + ... + (1+0,006) + 1]$

$=180(1+0,006)^n-5\left[\dfrac{(1+0,006)^n-1}{0,006}\right]$

Để rút hết số tiền thì ta tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho

$S_n\le 0\Leftrightarrow 180\cdot 1,006^n-5\cdot\dfrac{1,006^n-1}{0,006}\le 0\Leftrightarrow \dfrac{2500}{3}-\dfrac{1960}{3}\cdot 1,006^n\le 0\Leftrightarrow n\ge \log_{1,006}\dfrac{2500}{1960}\Rightarrow n=41$

Khi đó số tiền tháng cuối cùng mà anh Trung lấy về là:

$S_{40}=\left[180\cdot 1,006^{40}-5\cdot\dfrac{1,006^{40}-1}{0,006}\right]\approx 3,38$ triệu đồng

Câu 6: Để đủ tiền mua nhà, anh An vay ngân hàng 500 triệu theo phương thức trả góp với lãi suất 0,85% / tháng. Nếu sau mỗi tháng, kể từ thời điểm vay, anh An trả nợ cho ngân hàng số tiền cố định là 10 triệu đồng bao gồm cả tiền lãi vay và tiền gốc. Biết phương thức trả lãi và gốc không thay đổi trong suốt quá trình anh An trả nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh trả hết nợ ngân hàng?

Cách giải:

Đặt $N=500$ triệu là số tiền đã vay, $A=10$ triệu là số tiền trả trong mỗi tháng và $r=0,85\%$ là lãi suất ngân hàng, n là số tháng anh An phải trả hết nợ.

Theo đề bài

Cuối tháng thứ nhất anh An còn nợ số tiền là $N(1+r)-A$.

Cuối tháng thứ hai anh An còn nợ số tiền là $[N(1+r)-A](1+r)-A=N(1+r)^2-A[(1+r)+1]$.

Cuối tháng thứ ba anh An còn nợ số tiền là

$[N(1+r)^2-A[(1+r)+1]](1+r)-A=N(1+r)^3-A[(1+r)^2+(1+r)+1]$.

…

Cuối tháng thứ n anh An còn nợ số tiền là

$N(1+r)^n-A[(1+r)^{n-1}+(1+r)^{n-2}+\ldots+(1+r)+1]$.

Để sau n tháng anh An trả hết nợ thì

$N(1+r)^n-A[(1+r)^{n-1}+(1+r)^{n-2}+\ldots+1+1]=0$

$\Leftrightarrow N(1+r)^n=A[(1+r)^{n-1}+(1+r)^{n-2}+\ldots+(1+r)+1]\Leftrightarrow N(1+r)^n=A\dfrac{(1+r)^n-1}{r}$

$\Leftrightarrow (1+r)^n=\dfrac{A}{A-Nr}\Leftrightarrow n=\log_{(1+r)}\left(\dfrac{A}{A-Nr}\right)$.

Áp dụng ta có $n=\log_{(1+0,0085)}\left(\dfrac{10}{10-500\cdot 0,0085}\right)\Leftrightarrow n\approx 65,38$.

Vậy anh An phải trả trong vòng 66 tháng.