BÀI GIẢNG: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH
CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN
MÔN: TOÁN 9 KNTTVCS

GIÁO VIÊN: ĐỖ VĂN BẢO

MỤC TIÊU

- ✓ *Mô hình hóa toán học một số vấn đề thực tế*
- ✓ *Phát biểu các bước giải toán bằng cách lập hệ phương trình.*
- ✓ *Giới thiệu một số dạng bài toán.*
- ✓ *Áp dụng giải bài tập và một số bài toán thực tế.*

1 Các bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Bài toán. Một vật có khối lương 124g và thể tích 15cm^3 là hợp kim của đồng và kẽm. Tính xem trong đó có bao nhiêu gam đồng và bao nhiêu gam kẽm, biết rằng 1cm^3 đồng nặng $8,9\text{g}$ vả 1cm^3 kẽm nặng 7g.

Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Xét bài toán ở Tình huống mở đầu. Gọi x là số gam đồng, y là sớ gam kẽm cần tính.

HĐ1: Biểu thị khối lượng của vật qua x và y.

HĐ2: Biểu thị thể tich của vật qua x và y.

HĐ3: Giải hệ gồm hai phương trình bậc nhất hai ẩn $x; y$ nhận được ở HĐ1 và HĐ2.

Từ đó trả lời được câu hỏi ở tình huống mở đầu.

Khối lượng của vật $x+y=124$

Thể tích của vật $\frac{1}{8,9}x+\frac{1}{7}y=15$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=124 \\ \frac{1}{8,9}x+\frac{1}{7}y=15 \end{cases}$

Giải hệ ta được $(x;y)=(89;35)$

Vậy khối lượng đồng là 89 g, khối lượng kẽm là 35 g.

Các bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Bước 1. Lập hệ phương trình:

- Chọn ẩn số (thường chọn hai ẩn số) và đặt đđiùu kiện thích hợp cho các ẩn số;

- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết;

- Lập hệ phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2. Giải hệ phương trình: Phương pháp thế hoặc cộng đại số

Bước 3. Kết luận bài toán: Kiểm tra xem trong các nghiệm tìm được của hệ phương trình, nghiệm nào thoả mãn, nghiệm nào không thoả mãn điều kiện của ẩn, rồi kết luận.

3 Bài tập

Ví dụ 1: Tim hai số tự nhiên có tổng bằng 1006 , biết rằng nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ thì được thương là 2 và số dư là 124 .

Cách giải:

Gọi hai số cần tìm là x và y, trong đó $x<y$. Số dư trong phép chia y cho x là 124 nên $x=124$.

Vậy điều kiện của hai ẩn là $x,y\in N$ và $124<x<y$.

Tổng hai số bảng 1006 nên ta có phương trình $x+y=1006$.

Khi chia y cho x ta được thương là 2 , dư 124 nên ta có phương trình $y=2x+124$.

Do đó, ta có hệ phương trình $\begin{cases}x+y=1006\\y=2x+124\end{cases}$

Giải hệ này ta được $\begin{cases}x=294\\y=712\end{cases}$

Luyện tập 1: Một chiếc xe khách đi từ Thành phố Hồ Chí Minh đến Cần Thơ, quãng đường dài 170 km. Sau khi xe khách xuất phát 1 giờ 40 phút, một chiếc xe tải bắt đầu đi từ Cần Thơ về Thành phố Hồ Chí Minh và gặp xe khách sau đó 40 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết rằng mỗi giờ xe khách đi nhanh hơn xe tải 15 km.

Cách giải:

Gọi $x(\text{km/h})$ là vận tốc của xe tải và $y(\text{km/h})$ là vận tốc xe khách $(x,y>0)$.

Thời gian xe tải đi là $\frac{2}{3}$ (giờ) nên quãng đường xe tải đi là $\frac{2}{3}x$ (km)

Thời gian xe tải đi là $\frac{7}{3}$ (giờ) nên quãng đường xe tải đi là $\frac{7}{3}y$ (km)

Hai xe đi ngược chiều nhau nên tổng quãng đường là $\frac{2}{3}x+\frac{7}{3}y=170$

Vận tốc xe khách lớn hơn vận tốc xe tải là: $y-x=15$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} y-x=15 \\ \frac{2}{3}x+\frac{7}{3}y=170 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=45(\text{t/m}) \\ y=60(\text{t/m}) \end{cases}$

Vậy vận tốc xe tải là 45 km/h, vận tốc xe khách là 60 km/h.

Ví dụ 2: Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 24 ngày thì xong. Mỗi ngày, đội I làm được nhiều gấp rưỡi đội II. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong đoạn đường đó trong bao lâu (Giả sử năng suất của mỗi đội không đổi).

Cách giải:

Gọi x là số ngày để đội I hoàn thành công việc nếu làm riêng một mình; y là số ngày để đội II hoàn thành công việc nếu làm riêng một mình. Điều kiện: $x>0$ và $y>0$.

Mỗi ngày đội I làm được $\frac{1}{x}$ (công việc) và đội II làm được $\frac{1}{y}$ (công việc).

Mỗi ngày hai đội làm được $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{24}$ (1)

Vì mỗi ngày đội I làm được gấp rưỡi đội II nên: $\frac{1}{x}=\frac{3}{2}.\frac{1}{y}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{24} \\ \frac{1}{x}=\frac{3}{2}.\frac{1}{y} \end{cases}$

Đặt $u=\frac{1}{x};v=\frac{1}{y}$ ta có: $\begin{cases} u+v=\frac{1}{24} \\ u=\frac{3}{2}v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u+v=\frac{1}{24} \\ u-\frac{3}{2}v=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u=\frac{1}{40} \\ v=\frac{1}{60} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x}=\frac{1}{40} \\ \frac{1}{y}=\frac{1}{60} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=40(\text{t/m}) \\ y=60(\text{t/m}) \end{cases}$

Vậy đội I và II làm một mình lần lượt hết thời gian là 40 ngày và 60 ngày.

Luyện tập 2: Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có được thì sẽ đầy bể trong 1 giờ 20 phút. Nếu mở riêng vòi thứ nhất trong 10 phút và vòi thứ hai trong 12 phút thì chỉ được $\frac{2}{15}$ bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể nước là bao nhiêu phút?

Cách giải:

Gọi thời gian chảy một mình đầy bể của vòi 1, vòi 2 lần lượt là $x, y(x, y>0)$

1 giờ vòi 1 và vòi 2 lần lượt chảy được $\frac{1}{x}$ (bể) và $\frac{1}{y}$ (bể)

1 giờ cả hai vòi chảy được là: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{1\frac{1}{3}}=\frac{3}{4}$ (bể) (1)

Vòi 1 chảy trong 10 phút được: $\frac{10}{60}.\frac{1}{x}=\frac{1}{6x}$ (bể)

Vòi 2 chảy trong 12 phút được: $\frac{12}{60}.\frac{1}{y}=\frac{1}{5y}$ (bể)

Vòi 1 chảy trong 10 phút, vòi 2 chảy trong 12 phút được $\frac{2}{15}$ bể nên ta có: $\frac{1}{6x}+\frac{1}{5y}=\frac{2}{15}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1\\ \frac{1}{6x}+\frac{1}{5y}=\frac{2}{15}\end{cases}$

Đặt $u=\frac{1}{x};v=\frac{1}{y}$ ta có: $\begin{cases}u+v=\frac{3}{4}\\ \frac{1}{6}u+\frac{1}{5}v=\frac{2}{15}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u=\frac{1}{2}\\ v=\frac{1}{4}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{1}{2}\\ \frac{1}{y}=\frac{1}{4}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2(\text{t/m})\\ y=4(\text{t/m})\end{cases}$

Vậy nếu mở riêng thì thời gian để vòi 1 và vòi 2 chảy đầy bể lần lượt là 2 giờ và 4 giờ.

3 Bài tập áp dụng

1.15. Tìm số tự nhiên N có 2 chữ số biết rằng tổng của hai chữ số bằng 12 và nếu viết hai chữ số đó theo thứ tự ngược lại thì được một số lớn hơn N là 36 đơn vị.

1.16. Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 100 lần bắn là 8,69 điểm. Kết quả cụ thể được ghi trong bảng sau, trong đó có hai ô bị mờ không đọc được (đánh dấu "?"):

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7	6
Số lần bắn	25	42	?	15	?

Em hãy tìm lại các số bị mờ trong hai ô đó.

1.17. Năm ngoái Năm ngoái, hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 3600 tấn thóc. Năm nay, hai đơn vị thu hoạch được 4095 tấn thóc. Hỏi năm nay, mỗi đơn vị thu hoạch đuọc bao nhiêu tấn thóc, biết r năm nay, đơn vị thứ nhất làm vượt mức 15% đơn vị thứ hai làm vượt mức 12 % so với năm ngoái?

Hãy dùng máy tính cầm tay để kiểm tra lại kết quả thu được.

1.18. Hai người thợ cùng làm một công việc 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì chỉ hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc trong bao lâu?

2. Một trường học có mảnh vườn hình chữ nhật chu vi là 100m. Nhà trường tiến hành mở rộng mảnh vườn đó bằng cách tăng chiều dài thêm 5m và chiều rộng thêm 4m, khi đó diện tích tăng thêm 240m^2. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn trước khi mở rộng.

BTBS. Cần pha bao nhiêu ml cồn 90^0 với bao nhiêu ml nước để được 500ml cồn 70^0?

HƯỚNG DẪN GIẢI

1.15. Tìm số tự nhiên N có 2 chữ số biết rằng tổng của hai chữ số bằng 12 và nếu viết hai chữ số đó theo thứ tự ngược lại thì được một số lớn hơn N là 36 đơn vị.

Cách giải:

Gọi 2 chữ số hàng chục và hàng đơn vị của N là x và y $(x,y\in\mathbb{N},1\le x\le 9,0\le y\le 9)$

$N=\overline{xy}=10x+y$

$\overline{yx}=10y+x$

Tổng 2 chữ số là 12 nên ta có: $x+y=12$ (1)

Hiệu hai số: $\overline{yx}-\overline{xy}=36\Rightarrow 10y+x-10x-y=36\Rightarrow 9y-9x=36$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}x+y=12\\9y-9x=36\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+y=12\\-x+y=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=4(\text{t/m})\\y=8(\text{t/m})\end{cases}$

Vậy $N=48$

1.16. Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 100 lần bắn là 8,69 điểm. Kết quả cụ thể được ghi trong bảng sau, trong đó có hai ô bị mờ không đọc được (đánh dấu "?"):

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7	6
Số lần bắn	25	42	?	15	?

Em hãy tìm lại các số bị mờ trong hai ô đó.

Cách giải:

Gọi số lần bắn được 8 điểm và 6 điểm lần lượt là x và y (lần, $x,y\in\mathbb{N}$)

Tổng số lần bắn: $25+42+x+15+y=100$ (1)

Điểm TB các lần bắn là: $\dfrac{10.25+9.42+8x+7.15+6y}{100}=8,69$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}x+y=18\\8x+6y=136\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=14(\text{t/m})\\y=4\ (\text{t/m})\end{cases}$

Vậy số lần bắn được 8 điểm và 6 điểm lần lượt là 14 lần và 4 lần.

1.17. Năm ngoái Năm ngoái, hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 3600 tấn thóc. Năm nay, hai đơn vị thu hoạch được 4095 tấn thóc. Hỏi năm nay, mỗi đơn vị thu hoạch đuọc bao nhiêu tấn thóc, biết rằng năm nay, đơn vị thứ nhất làm vượt mức 15% đơn vị thứ hai làm vượt mức 12 % so với năm ngoái?

Hãy dùng máy tính cầm tay để kiểm tra lại kết quả thu được.

Cách giải:

Gọi sản lượng 2 đơn vị thu hoạch được năm ngoái là x và y (tấn, $x,y>0$)

Tổng sản lượng của 2 đơn vị năm ngoái là $x+y=3600$ (1)

Sản lượng của 2 đơn vị năm nay lần lượt là: $x+15\%x$ và $y+12\%y$ (tấn)

Tổng sản lượng năm nay là: $1,15x+1,12y=4095$ (2)

Từ (1) (2) ta có hệ $\begin{cases}x+y=3600\\1,15x+1,12y=4095\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2100\left(\text{t/m}\right)\\y=1500\left(\text{t/m}\right)\end{cases}$

Vậy sản lượng của 2 đơn vị năm nay là:

Đơn vị 1: $2100.1,15=2415$(tấn)

Đơn vị 2: $1500.1,12=1680$(tấn)

1.18. Hai người thợ cùng làm một công việc 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì chỉ hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc trong bao lâu?

Cách giải:

Gọi thời gian người thứ nhất và người thứ hai làm xong công việc lần lượt là: x (giờ) và y (giờ) $\left(x,y>0\right)$

Trong 1 giờ, người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Cả hai người làm được $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{16}$ (1)

Người thứ nhất làm 3 giờ được $\frac{3}{x}$ (công việc), người thứ hai làm 6 giờ được $\frac{6}{y}$ (công việc)

Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì chỉ hoàn thành được 25% công việc nên ta có: $\frac{3}{x}+\frac{6}{y}=\frac{1}{4}$ (2)

Từ (1) (2) $\begin{cases}u+v=\frac{1}{16}\\3u+6v=\frac{1}{4}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u=\frac{1}{24}\\v=\frac{1}{48}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=24\\y=48\end{cases}$

Vậy nếu làm riêng thời gian người thứ nhất và người thứ hai hoàn thành công việc lần lượt là 24 giờ và 48 giờ.

2. Một trường học có mảnh vườn hình chữ nhật chu vi là 100m. Nhà trường tiến hành mở rộng mảnh vườn đó bằng cách tăng chiều dài thêm 5m và chiều rộng thêm 4m, khi đó diện tích tăng thêm 240m^2. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn trước khi mở rộng.

Cách giải:

Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn trước khi mở rộng lần lượt là $x,y\left(\text{m},x,y>0\right)$

Sau khi mở rộng, chiều dài là $x+5\left(\text{m}\right)$, chiều rộng là $y+4\left(\text{m}\right)$

Chu vi mảnh vườn là: $2\left(x+y\right)=100$ (1)

Diện tích mảnh vườn lúc đầu là: xy (m^2), sau khi mở rộng là $\left(x+5\right)\left(y+4\right)$ (m^2)

Vì diện tích tăng thêm $240m^2$ nên ta có: $(x+5)(y+4)=xy+240$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases}x+y=50\\xy+4x+5y+20=240+xy\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+y=50\\4x+5y=220\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=30(t/m)\\y=20(t/m)\end{cases}$

Vậy chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn trước khi mở rộng lần lượt là 30m và 20m.

BTBS. Cần pha bao nhiêu ml cồn 90^0 với bao nhiêu ml nước để được 500ml cồn 70^0?

Cách giải:

Gọi thể tích cồn 90^0 là x (ml, $x>0$), thể tích nước là y (ml, $y>0$)

Cồn nguyên chất là $0,9x$ (ml)

Tổng thể tích là: $x+y=500$ (1)

Độ cồn sau pha là 70^0 nên $\frac{0,9x}{500}=\frac{70}{100}$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ: $\begin{cases}x+y=500\\0,9x=350\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{3500}{9}(t/m)\\y=\frac{1000}{9}(t/m)\end{cases}$