BÀI GIẢNG: TÍCH PHÂN - BÀI TẬP DẠNG MỚI
CHUYÊN ĐỀ: NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN - ỨNG DỤNG
MÔN: TOÁN 12
GIÁO VIÊN: NGUYỄN CÔNG CHÍNH

MỤC TIÊU

- ✓ *Luyện tập tính tích phân cơ bản*
- ✓ *Ứng dụng tích phân trong một số bài toán thực tế*

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tính $\int_{-1}^{3} x^2\,dx$ được kết quả là

A. $\frac{28}{3}$. **B.** $\frac{26}{3}$. **C.** $\frac{25}{3}$. **D.** $\frac{29}{3}$.

Câu 2: Cho $I=\int_{-1}^{3}|2x-4|\,dx$. Chọn khẳng định đúng.

A. $I=\left|\int_{-1}^{3}(2x-4)\,dx\right|$. **B.** $I=-\int_{-1}^{2}(2x-4)\,dx+\int_{2}^{3}(2x-4)\,dx$.

C. $I=\int_{-1}^{2}(2x-4)\,dx+\int_{2}^{3}(2x-4)\,dx$. **D.** $I=\int_{-1}^{2}(2x-4)\,dx-\int_{2}^{3}(2x-4)\,dx$.

Câu 3: Tính $\int_{1}^{3}\frac{2x^2+1}{x}\,dx$ được kết quả là

A. $8-\ln 3$. **B.** $8+2\ln 3$. **C.** $8+\ln 3$. **D.** $7+\ln 3$.

Câu 4: Tính $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}}\cos x\,dx$ được kết quả là

A. -1. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 5: Kết quả phép tính $\int_{1}^{2}3^x dx$ bằng

A. $\frac{2}{\ln 3}$. **B.** 6. **C.** $\frac{-6}{\ln 3}$. **D.** $\frac{6}{\ln 3}$

Câu 6: Biết rằng $\int_{1}^{3}f(t)dt=4$. Tính $\int_{1}^{3}2f(x)dx$

A. 2. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 8

Câu 7: Biết rằng $\int_0^3 (2x+1)^2 dx = \left(\frac{a}{3}x^3 + bx^2 + cx\right)\Big|_0^3$. Tính giá trị biểu thức $T = a+b+c$

A. 9. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7

Câu 8: Biết $I = \int_{-2}^{2} |x+1| dx$. Tìm mệnh đề đúng

A. $I = \int_{-2}^{2} |x+1| dx = \int_{-1}^{2} (x+1) dx + \int_{-2}^{-1} (x+1) dx$.

B. $I = \int_{-2}^{2} |x+1| dx = \int_{-2}^{-1} (x+1) dx - \int_{-1}^{2} (x+1) dx$.

C. $I = \int_{-2}^{2} |x+1| dx = \int_{-2}^{2} (x+1) dx$.

D. $I = \int_{-2}^{2} |x+1| dx = \int_{-1}^{2} (x+1) dx - \int_{-2}^{-1} (x+1) dx$.

Câu 9: Kết quả phép tính $I = \int_1^2 \frac{x^2+2x+3}{x} dx$ bằng.

A. $I = 6 + 3\ln 2$. **B.** $I = \frac{5}{2} - 3\ln 2$. **C.** $I = \frac{3}{2} - 3\ln 2$. **D.** $I = \frac{7}{2} + 3\ln 2$

Câu 10: Tính $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (2x - \sin x + 4) dx$

A. $\frac{\pi^2 + 16\pi + 8\sqrt{2} - 16}{16}$. **B.** $\frac{\pi^2 + 16\pi + 2\sqrt{2} - 4}{16}$. **C.** $\frac{\pi^2 + 16\pi + 8\sqrt{2}}{16}$. **D.** $\frac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$.

Câu 11: Tính $\int_{-3}^{1} \sqrt{3 - 2x - x^2} dx$

A. 2π. **B.** 4π. **C.** 6π. **D.** 9π.

Câu 12: Khu vực trung tâm một quảng trường có dạng hình tròn đường kính AB bằng 10 m. Người ta trang trí khu vực này bằng hai đường Parabol đối xứng nhau qua AB , nằm trong hình tròn, đi qua các điểm A, B và có đỉnh cách mép hình tròn 1 m. Phần giới hạn bởi 2 parabol được trồng hoa với chi phí 200 nghìn đồng 1 mét vuông, phần còn lại được lát gốm sứ với chi phí 800 nghìn đồng 1 mét vuông. Tổng chi phí để hoàn thành khu vực này gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 15,708 (triệu đồng). **B.** 42,667 (triệu đồng). **C.** 20,165 (triệu đồng). **D.** 30, 832 (triệu đồng).

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = e^x$.

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) $f'(1) = e$.

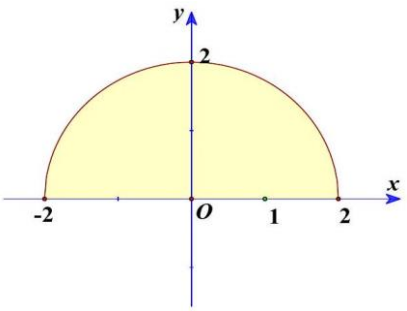
c) $\int_0^{\ln 2} f'(x) dx = 1$.

d) $\int_0^1 f(x) dx = e + 1$.

Câu 2: Cho hàm số $y=\sqrt{4-x^2}$.

a) $y=\sqrt{4-x^2}, x\in[0;2]$ là phương trình một phần tư của đường tròn tâm tại gốc toạ độ O , bán kính bằng 2 và nằm ở góc phần tư thứ I .

b) $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}dx$ là một phần hai diện tích hình tròn như hình bên dưới



c) $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}dx=\frac{1}{4}\cdot\pi\cdot 2^2$.

d) $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2}dx=2\pi$.

Câu 3: Tại một nhà máy sản xuất một loại phân bón, gọi $P(x)$ là lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán x (tấn) sản phẩm trong một tuần. Khi đó đạo hàm $P'(x)$ gọi là lợi nhuận cận biên, cho biết tốc độ tăng lợi nhuận theo lượng sản phẩm bán được. Giả sử lợi nhuận cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức $P'(x)=17-0,025x$ với $0\le x\le 100$. Biết nhà máy lỗ 24 triệu đồng nếu không bán được lượng sản phẩm nào trong tuần.

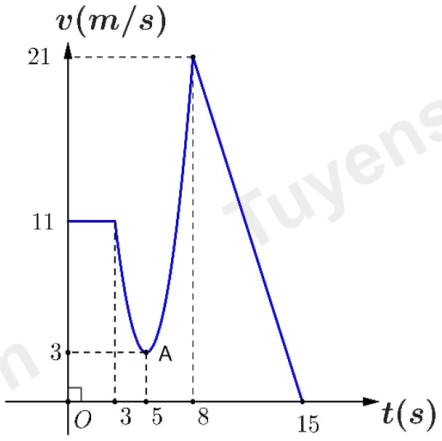
a) Công thức lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán x (tấn) sản phẩm trong một tuần là $P(x)=17x-0,0125x^2+C$ với C là một hằng số bất kỳ

b) Có thể tính được lợi nhuận của nhà máy thu được khi bán 120 tấn sản phẩm trong tuần.

c) Lợi nhuận nhà máy thu được khi bán 80 tấn sản phẩm trong tuần là 1 tỉ 256 triệu đồng.

d) Nếu nhà máy bán được từ 1,3 tấn sản phẩm trên tuần trở lên thì nhà máy luôn có lãi.

Câu 4: Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)(\mathrm{m/s})$ có dạng đường thẳng khi $0\le t\le 3(\mathrm{s})$ và $8\le t\le 15(s)$ và $v(t)$ có dạng đường Parabol khi $3\le t\le 8(s)$ (như hình vẽ)



a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t=15$ là $v(15)=21(\mathrm{m/s})$.

b) Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là: $S_1 = \int_0^3 11dt\,(\text{m})$

c) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng $73,5\,(\text{m})$

d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây thỏa mãn $v_{tb} < 7\,(\text{m/s})$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \le x \le 1 \\ 4 - x & \text{khi } 1 \le x \le 2 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x)\,dx$.

Câu 2: Cho $0 \le m \le 2$ và tích phân $I = \int_0^m |x-2|\,dx = 2$. Tìm m bằng

Câu 3: Cho tích phân $\int_1^2 \left(\frac{x^2+1}{x}\right)dx = \ln a + \frac{b}{c}$, biết a, b, c là số nguyên. Tính tổng $a+b+c$.

Câu 4: Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số $a(t) = 10\sin t\,(\text{m/s}^2)$. Lúc bắt đầu chuyển động vật có vận tốc $5\ \text{m/s}$. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc đạt giá trị lớn nhất trong $\pi(s)$ đầu tiên.

Câu 5: Trường THPT Lê Quý Đôn muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Tính số tiền nhà trường phải trả (đơn vị nghìn đồng).

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên R thỏa mãn điều kiện

$f(x) + x\left(f'(x) - 2\sin x\right) = x^2\cos x, x \in R$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(x)}{x}dx$

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tính $\int_{-1}^{3} x^2\,dx$ được kết quả là

A. $\frac{28}{3}$. **B.** $\frac{26}{3}$. **C.** $\frac{25}{3}$. **D.** $\frac{29}{3}$.

Cách giải:

Ta có $\int_{-1}^{3} x^2\,dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_{-1}^{3} = \frac{1}{3}\left[3^3-(-1)^3\right] = \frac{28}{3}$.

Đáp án: A

Câu 2: Cho $I=\int_{-1}^{3}|2x-4|dx$. Chọn khẳng định đúng.

A. $I=\left|\int_{-1}^{3}(2x-4)dx\right|$. **B.** $I=-\int_{-1}^{2}(2x-4)dx+\int_{2}^{3}(2x-4)dx$.

C. $I=\int_{-1}^{2}(2x-4)dx+\int_{2}^{3}(2x-4)dx$. **D.** $I=\int_{-1}^{2}(2x-4)dx-\int_{2}^{3}(2x-4)dx$.

Cách giải:

Ta thấy $2x-4\ge 0 \Leftrightarrow x\ge 2$.

Vậy $I=\int_{-1}^{3}|2x-4|dx=-\int_{-1}^{2}(2x-4)dx+\int_{2}^{3}(2x-4)dx$.

Đáp án: B

Câu 3: Tính $\int_{1}^{3}\frac{2x^2+1}{x}\,dx$ được kết quả là

A. $8-\ln 3$. **B.** $8+2\ln 3$. **C.** $8+\ln 3$. **D.** $7+\ln 3$.

Cách giải:

Ta có $\int_{1}^{3}\frac{2x^2+1}{x}\,dx=\int_{1}^{3}\left(2x+\frac{1}{x}\right)dx=\left(x^2+\ln|x|\right)\Big|_{1}^{3}=\left(3^2+\ln 3\right)-1^2=8+\ln 3$.

Đáp án: C

Câu 4: Tính $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}}\cos x\,dx$ được kết quả là

A. -1. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Cách giải:

Ta có $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}}\cos x\,dx=\sin x\Big|_{0}^{\frac{\pi}{6}}=\sin\frac{\pi}{6}-\sin 0=\frac{1}{2}$.

Đáp án: C

Câu 5: Kết quả phép tính $\int_1^2 3^x dx$ bằng

A. $\frac{2}{\ln 3}$. **B.** 6. **C.** $\frac{-6}{\ln 3}$. **D.** $\frac{6}{\ln 3}$

Cách giải:

Ta có: $\int_1^2 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3}\Big|_1^2 = \frac{9}{\ln 3} - \frac{3}{\ln 3} = \frac{6}{\ln 3}$

Đáp án: D

Câu 6: Biết rằng $\int_1^3 f(t)dt = 4$. Tính $\int_1^3 2f(x)dx$

A. 2. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 8

Cách giải:

Ta có: $\int_1^3 f(t)dt = 4 \Rightarrow \int_1^3 f(x)dx = 4 \Rightarrow \int_1^3 2f(x)dx = 2\cdot\int_1^3 f(x)dx = 8$

Đáp án: D

Câu 7: Biết rằng $\int_0^3 (2x+1)^2 dx = \left(\frac{a}{3}x^3 + bx^2 + cx\right)\Big|_0^3$. Tính giá trị biểu thức $T = a+b+c$

A. 9. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7

Cách giải:

Ta có: $\int_0^3 (2x+1)^2 dx = \int_0^3 (4x^2+4x+1)dx = \left(\frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + x\right)\Big|_0^3$. Do vậy $T = 4+2+1 = 7$

Đáp án: D

Câu 8: Biết $I = \int_{-2}^2 |x+1|dx$. Tìm mệnh đề đúng

A. $I = \int_{-2}^2 |x+1|dx = \int_{-1}^2 (x+1)dx + \int_{-2}^{-1}(x+1)dx$.

B. $I = \int_{-2}^2 |x+1|dx = \int_{-2}^{-1}(x+1)dx - \int_{-1}^2 (x+1)dx$.

C. $I = \int_{-2}^2 |x+1|dx = \int_{-2}^2 (x+1)dx$.

D. $I = \int_{-2}^2 |x+1|dx = \int_{-1}^2 (x+1)dx - \int_{-2}^{-1}(x+1)dx$.

Cách giải:

Ta có: $I = \int_{-2}^2 |x+1|dx = \int_{-2}^{-1} |x+1|dx + \int_{-1}^2 |x+1|dx = \int_{-1}^2 (x+1)dx - \int_{-2}^{-1}(x+1)dx$

Đáp án: D

Câu 9: Kết quả phép tính $I = \int_1^2 \frac{x^2+2x+3}{x}dx$ bằng.

A. $I = 6+3\ln 2$. **B.** $I = \frac{5}{2} - 3\ln 2$. **C.** $I = \frac{3}{2} - 3\ln 2$. **D.** $I = \frac{7}{2} + 3\ln 2$

Cách giải:

Ta có: $\int_1^2 \frac{x^2+2x+3}{x}dx=\int_1^2\left(x+2+\frac{3}{x}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}+2x+3\ln|x|\right)\Big|_1^2=\frac{7}{2}+3\ln 2$

Đáp án: D

Câu 10: Tính $\int_0^{\frac{\pi}{4}}(2x-\sin x+4)\,dx$

A. $\frac{\pi^2+16\pi+8\sqrt{2}-16}{16}$. **B.** $\frac{\pi^2+16\pi+2\sqrt{2}-4}{16}$. **C.** $\frac{\pi^2+16\pi+8\sqrt{2}}{16}$. **D.** $\frac{\pi^2+16\pi-16}{16}$.

Cách giải:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}}(2x-\sin x+4)\,dx=\left(x^2+\cos x+4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi^2}{16}+\frac{\sqrt{2}}{2}+\pi-1=\frac{\pi^2+16\pi+8\sqrt{2}-16}{16}.$$

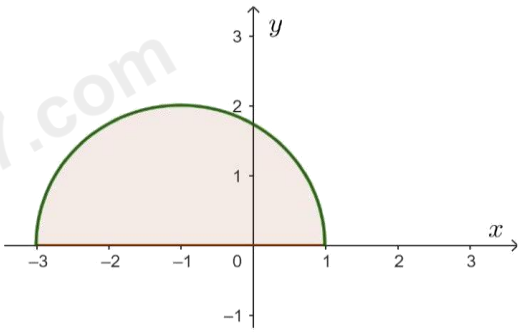
Đáp án: A

Câu 11: Tính $\int_{-3}^{1}\sqrt{3-2x-x^2}\,dx$

A. 2π. **B.** 4π. **C.** 6π. **D.** 9π.

Cách giải:

Ta có $y=\sqrt{3-2x-x^2}$ là phương trình nửa phía trên trục hoành của đường tròn tâm $I(-1;0)$ và bán kính $R=2$. Do đó, tích phân cần tính là diện tích nửa phía trên trục hoành của hình tròn tương ứng.



$$\int_{-3}^{1}\sqrt{3-2x-x^2}\,dx=\frac{1}{2}\pi 2^2=2\pi$$

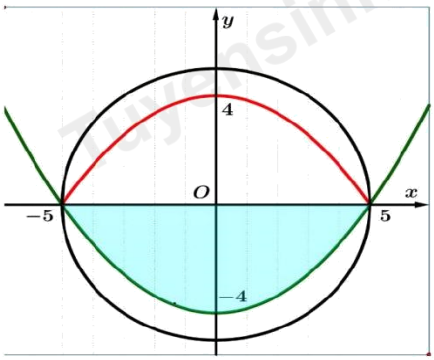
Đáp án: A

Câu 12: Khu vực trung tâm một quảng trường có dạng hình tròn đường kính AB bằng 10 m. Người ta trang trí khu vực này bằng hai đường Parabol đối xứng nhau qua AB , nằm trong hình tròn, đi qua các điểm A, B và có đỉnh cách mép hình tròn 1 m. Phần giới hạn bởi 2 parabol được trồng hoa với chi phí 200 nghìn đồng 1 mét vuông, phần còn lại được lát gốm sứ với chi phí 800 nghìn đồng 1 mét vuông. Tổng chi phí để hoàn thành khu vực này gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 15,708 (triệu đồng). **B.** 42,667 (triệu đồng). **C.** 20,165 (triệu đồng). **D.** 30, 832 (triệu đồng).

Cách giải:

Xét hệ trục độ như hình vẽ.



Phương trình đường tròn là: $x^2+y^2=25$

Phương trình của Parabol có bề lõm hướng lên là: $y=\frac{4}{25}x^2-4$

Diện tích phần trồng hoa giới hạn bởi 2 parabol là:

$$S_1=2\int_{-5}^{5}\left|\left(\frac{4}{25}x^2-4\right)\right|dx=4\int_{0}^{5}\left|\left(\frac{4}{25}x^2-4\right)\right|dx=\frac{160}{3}\left(m^2\right).$$

Diện tích toàn bộ phần hình tròn là: $S_2=25\pi\left(\text{ m}^2()\right.$.

Diện tích phần còn lại để trang trí gốm sứ là: $S=S_2-S_1=25\pi-\frac{160}{3}\left(\text{ m}^2\right)$.

Vậy tổng chi phí để làm khu vực trung tâm quảng trường là

$$\frac{160}{3}\cdot 200+\left(25\pi-\frac{160}{3}\right)\cdot 800=30,832 \text{ (triệu đồng).}$$

Đáp án: D

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)=e^x$.

a) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) $f'(1)=e$.

c) $\int_0^{\ln 2} f'(x)dx=1$.

d) $\int_0^1 f(x)dx=e+1$.

Cách giải:

a) Hàm $y=e^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ vì $e>1$.

b) $f'(x)=e^x\Rightarrow f'(1)=e$.

c) $\int_0^{\ln 2} f'(x)dx=f(x)\Big|_0^{\ln 2}=e^x\Big|_0^{\ln 2}=2-1=1$.

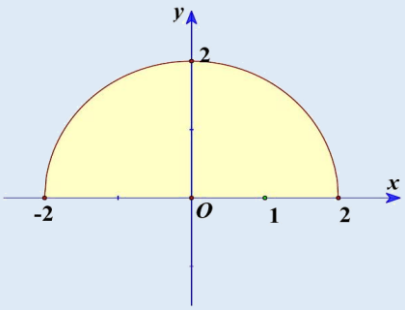
d) $\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 e^x dx=e^x\Big|_0^1=e-1$.

Đáp án: Đ, Đ, Đ, S

Câu 2: Cho hàm số $y=\sqrt{4-x^2}$.

a) $y=\sqrt{4-x^2}, x\in[0;2]$ là phương trình một phần tư của đường tròn tâm tại gốc toạ độ O, bán kính bằng 2 và nằm ở góc phần tư thứ I.

b) $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx$ là một phần hai diện tích hình tròn như hình bên dưới

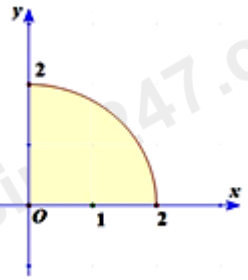


c) $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx = \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot 2^2$.

d) $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2}\,dx = 2\pi$.

Cách giải:

a) $y=\sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} y\ge 0 \\ 0\le x\le 2 \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$. Suy ra $y=\sqrt{4-x^2}, x\in[0;2]$ là phương trình một phần tư của đường tròn tâm tại gốc toạ độ O, bán kính bằng 2 và nằm ở góc phần tư thứ I.

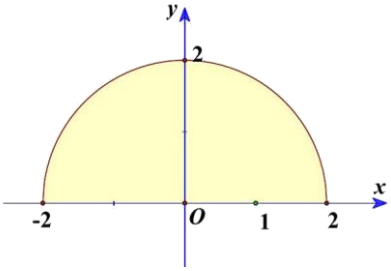


b) Sử dụng ý nghĩa hình học của tích phân thì $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx$

là một phần tư diện tích hình tròn như hình bên dưới

c) Theo câu b thì $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx = \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot 2^2$

d) $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2}\,dx$ là một phần hai diện tích hình tròn như hình bên dưới



Do đó $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2}\,dxdx = \frac{1}{2}\cdot\pi\cdot 2^2 = 2\pi$.

Đáp án: Đ, S, Đ, Đ

Câu 3: Tại một nhà máy sản xuất một loại phân bón, gọi $P(x)$ là lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán x (tấn) sản phẩm trong một tuần. Khi đó đạo hàm $P'(x)$ gọi là lợi nhuận cận biên, cho biết tốc độ tăng lợi nhuận theo lượng sản phẩm bán được. Giả sử lợi nhuận cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức

$P'(x)=17-0,025x$ với $0\le x\le 100$

Biết nhà máy lỗ 24 triệu đồng nếu không bán được lượng sản phẩm nào trong tuần.

a) Công thức lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán x (tấn) sản phẩm trong một tuần là $P(x)=17x-0,0125x^2+C$ với C là một hằng số bất kỳ

b) Có thể tính được lợi nhuận của nhà máy thu được khi bán 120 tấn sản phẩm trong tuần.

c) Lợi nhuận nhà máy thu được khi bán 80 tấn sản phẩm trong tuần là 1 tỉ 256 triệu đồng.

d) Nếu nhà máy bán được từ 1,3 tấn sản phẩm trên tuần trở lên thì nhà máy luôn có lãi.

Cách giải:

a) Sai vì $C=-24$, không phải C bất kỳ.

$P(x)=\int P'(x)dx=\int(17-0,025x)dx=17x-0,0125x^2+C$ với $0\le x\le 100$

Vì nhà máy lỗ 24 triệu đồng nếu không bán được lượng sản phẩm nào trong tuần nên $x=0$ thì $P(x)=-24$, suy ra $P(0)=-24\Leftrightarrow C=-24\Rightarrow P(x)=17x-0,0125x^2-24$

b) Sai vì chưa có công thức tính $P'(x)$ khi x lớn hơn 100.

Công thức $P'(x)$ đề cho chỉ áp dụng được khi $0\le x\le 100$

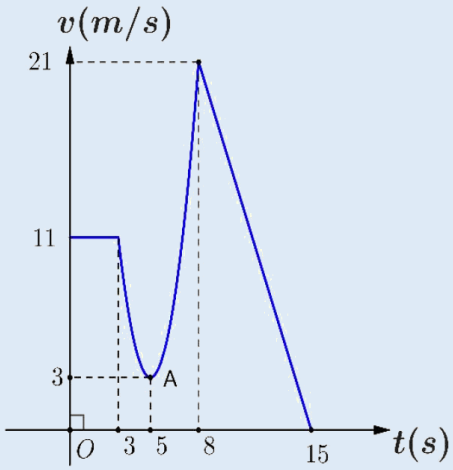
c) Đúng. Khi bán 80 tấn sản phẩm trong tuần thì $x=80$ nên $P(80)=1256$ triệu đồng.

d) Sai. Nhà máy chỉ bắt đầu có lãi khi $P(x)>0\Rightarrow 17x-0,0125x^2-24>0\Rightarrow 1,41<x<1358,5$

Vậy nếu $1,3\le x\le 1,41$ nhà máy vẫn có thể bị lỗ.

Đáp án: S, S, Đ, S

Câu 4: Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)(\mathrm{m/s})$ có dạng đường thẳng khi $0\le t\le 3(\mathrm{s})$ và $8\le t\le 15(s)$ và $v(t)$ có dạng đường Parabol khi $3\le t\le 8(s)$ (như hình vẽ)



a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t=15$ là $v(15)=21(\mathrm{m/s})$.

b) Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là: $S_1=\int_0^3 11dt(\mathrm{m})$

c) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng $73,5(\mathrm{m})$

d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây thỏa mãn $v_{tb}<7(\mathrm{m/s})$.

Cách giải:

a) Sai (Dựa vào đồ thị $v(t)$).

b) Đúng. Trong 3 giây đầu tiên, vận tốc của chuyển động là $v(t)=11(\mathrm{m/s})$.

Do đó quãng đường chất điểm chuyển động trong 3 giây đầu tiên là: $S_1=\int_0^3 11dt(m)$

c) Đúng. Trong khoảng thời gian từ 8 đến 15 giây, đồ thị $v(t)$ là một đường thẳng đi qua hai điểm $(8;21)$ và $(15;0)$. Ta có: $v(t)=at+b$.

Từ giả thiết ta có hệ: $\begin{cases}8a+b=21\\15a+b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-3\\b=45\end{cases}$.

Do đó $v(t)=-3t+45(8\le t\le 15)$.

Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian này là:

$$S_2=\int_8^{15}(-3t+45)dt=-\frac{3t^2}{2}\Big|_8^{15}+45t\Big|_8^{15}=\frac{147}{2}=73,5(\text{ m}).$$

d) Sai. Trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây đồ thị $v(t)$ là một Parabol đi qua $(3;11),(5;3),(8;21)$ có phương trình dạng: $v(t)=at^2+bt+c$.

Từ giả thiết ta có: $\begin{cases}9a+3b+c=11\\25a+5b+c=3\\64a+8b+c=21\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-20\\c=53\end{cases}$

Do đó: $v(t)=2t^2-20t+53(3\le t\le 8)$.

Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian này là:

$$S_3=\int_3^8 v(t)dt=\int_3^8(2t^2-20t+53)dt=\left(\frac{2t^3}{3}-10t^2+53t\right)\Big|_3^8=\frac{115}{3}(\text{ m})$$

Vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian này là: $v_{tb}=\frac{S_3}{5}=\frac{23}{3}\approx 7,67(\text{m/s}).$

Đáp án: S, Đ, Đ, S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}3x^2 & \text{khi } 0\le x\le 1\\4-x & \text{khi } 1\le x\le 2\end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x)\text{d}x$.

Cách giải:

$$\int_0^2 f(x)\text{d}x=\int_0^1 f(x)\text{d}x+\int_1^2 f(x)\text{d}x$$

$$=\int_0^1 3x^2\ \text{d}x+\int_1^2(4-x)\text{d}x=3\cdot\frac{x^3}{3}\Big|_0^1+4x\Big|_1^2-\frac{x^2}{2}\Big|_1^2=1+4-\frac{3}{2}=\frac{7}{2}.$$

Đáp án: 3,5

Câu 2: Cho $0\le m\le 2$ và tích phân $I=\int_0^m|x-2|dx=2$. Tìm m bằng

Cách giải:

Do: $x\in[0;m]\Rightarrow x-2\le x-m\le 0\Rightarrow|x-2|=2-x$

Vậy: $I=\int_0^m(2-x)dx=\left(2x-\frac{1}{2}x^2\right)\Big|_0^m=2m-\frac{m^2}{2}=2\Rightarrow m=2$

Đáp án: 2

Câu 3: Cho tích phân $\int_1^2\left(\frac{x^2+1}{x}\right)dx=\ln a+\frac{b}{c}$, biết a,b,c là số nguyên. Tính tổng $a+b+c$.

Cách giải:

$$\int_1^2\left(\frac{x^2+1}{x}\right)dx=\int_1^2\left(x+\frac{1}{x}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}+\ln|x|\right)\Big|_1^2=\ln 2+\frac{3}{2}=\ln a+\frac{b}{c}\Rightarrow a=2,b=3,c=2$$

$\Rightarrow a+b+c=7$.

Đáp án: 7

Câu 4: Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số $a(t)=10\sin t\left(\text{ m/s}^2\right)$. Lúc bắt đầu chuyển động vật có vận tốc 5 m/s. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc đạt giá trị lớn nhất trong $\pi(s)$ đầu tiên.

Cách giải:

Vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t)=\int a(t)=\int 10\sin t\ dt=-10\cos t+C$.

Khi vật bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc là 5 m/s nên ta có

$v(0)=5\Leftrightarrow -10\cos 0+C=5\Leftrightarrow C=15$.

Do đó $v(t)=-10\cos t+15$.

Ta có $-1\le\cos t\le 1,\forall t\in[0;\pi]$

$\Leftrightarrow 10\ge -10\cos t\ge -10,\forall t\in[0;\pi]$

$\Leftrightarrow 25\ge -10\cos t+15\ge 5,\forall t\in[0;\pi]$

$\Leftrightarrow 25\ge v(t)\ge 5,\forall t\in[0;\pi]$

Vậy vận tốc của vật đạt giá trị lớn nhất là 25 m/s khi $t=\pi$.

Khi đó, gia tốc của vật tại thời điểm $t=\pi$ là $a(\pi)=10\sin\pi=0\left(\text{ m/s}\right)$.

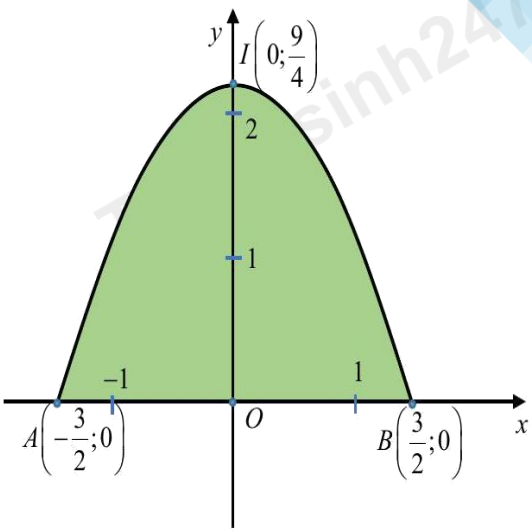
Đáp án: 0

Câu 5: Trường THPT Lê Quý Đôn muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Tính số tiền nhà trường phải trả (đơn vị nghìn đồng).

Cách giải:

Gọi phương trình parabol $(P):y=ax^2+bx+c$. Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho (P) có đỉnh $I\in Oy$ (như hình vẽ).

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{9}{4}=c,\left(I\in(P)\right)\\ \frac{9}{4}a-\frac{3}{2}b+c=0\left(A\in(P)\right)\\ \frac{9}{4}a+\frac{3}{2}b+c=0\left(B\in(P)\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=\frac{9}{4}\\ a=-1\\ b=0\end{cases}$.



Vậy $(P): y=-x^2+\frac{9}{4}$.

Dựa vào đồ thị, diện tích cửa parabol là:

$$S=\int_{\frac{-3}{2}}^{\frac{3}{2}}\left(-x^2+\frac{9}{4}\right)dx=2\int_{\frac{-3}{2}}^{\frac{3}{2}}\left(-x^2+\frac{9}{4}\right)dx=2\left(\frac{-x^3}{3}+\frac{9}{4}x\right)\Big|_0^{\frac{9}{4}}=\frac{9}{2}\ \text{m}^2.$$

Số tiền phải trả là: $\frac{9}{2}\cdot 1500000=6750000$ đồng $=6750$ (nghìn đồng).

Đáp án: 6750

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên R thỏa mãn điều kiện

$f(x)+x\left(f'(x)-2\sin x\right)=x^2\cos x, x\in R$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}$. Tính $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{f(x)}{x}dx$

Cách giải:

Từ giả thiết $f(x)+x\left(f'(x)-2\sin x\right)=x^2\cos x$

$\Leftrightarrow f(x)+xf'(x)=x^2\cos x+2x\sin x$

$\Leftrightarrow (xf(x))'=\left(x^2\sin x\right)'$

$\Leftrightarrow xf(x)=x^2\sin x+C$

Mặt khác: $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}\Rightarrow C=0\Rightarrow f(x)=x\sin x$.

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{f(x)}{x}dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{x\sin x}{x}dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx=1.$$

Đáp án: 1