BÀI GIẢNG: ỨNG DỤNG THỰC TẾ HỆ THỨC LƯỢNG
CHUYÊN ĐỀ: TỔNG ÔN TOÁN 10
MÔN: TOÁN 12
GIÁO VIÊN: NGUYỄN CÔNG CHÍNH

MỤC TIÊU

- ✓ *Định lí côsin và định lý sin trong tam giác, công thức diện tích tam giác*
- ✓ *Một số bài toán thực tế thường gặp*

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Định lí côsin trong tam giác

Định lí côsin: Với mọi tam giác ABC, nếu đặt $BC=a, CA=b, AB=c$ thì ta luôn có:

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

Hệ quả: $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$; $\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$; $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$.

2 Định lí sin trong tam giác

Định lí sin

Với mọi tam giác ABC, đặt $BC=a, CA=b, AB=c$, ta có: $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$, trong đó R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Hệ quả

$a=2R\sin A$ $\qquad$ $\sin A=\dfrac{a}{2R}$

$b=2R\sin B$ $\qquad$ $\sin B=\dfrac{b}{2R}$

$c=2R\sin C$ $\qquad$ $\sin C=\dfrac{c}{2R}$

3 Các công thức tính diện tích tam giác

Cho tam giác ABC. Ta kí hiệu:

- h_a, h_b, h_c là độ dài các đường cao lần lượt ứng với các cạnh BC, CA, AB.
- R, r lần lượt là bán kính các đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác.

- p là nửa chu vi tam giác.
- S là diện tích tam giác.

Ta có các công thức tính diện tích tam giác sau:

$$S=\frac{1}{2}ah_a=\frac{1}{2}bh_b=\frac{1}{2}ch_c$$

$$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B$$

$$S=\frac{abc}{4R}$$

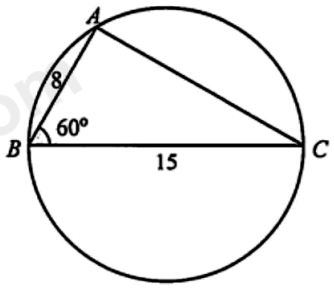
$S=pr$;

$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (công thức Heron).

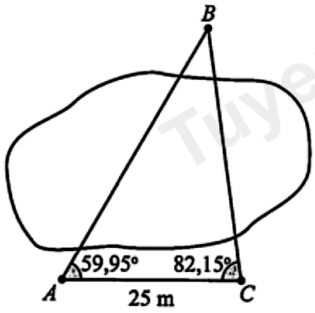
BÀI TẬP VẬN DỤNG

ĐỀ BÀI

Câu 1: Từ một tấm bìa hình tròn, bạn An cắt ra được một hình tam giác có các cạnh $AB=8cm, BC=15cm$ và góc $B=60^\circ$ (Hình 4). Tính độ dài cạnh AC và bán kính R của miếng bìa.

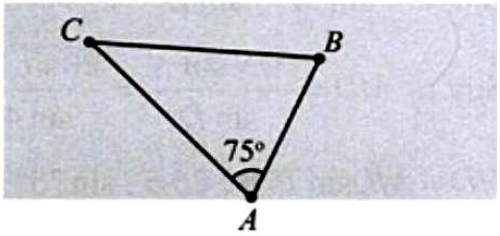


Câu 2: Để đo khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B ở hai bên bờ một cái ao, bạn An đi dọc bờ ao từ vị trí A đến vị trí C và tiến hành đo các góc BAC, BCA. Biết $AC=25m, BAC=59,95^\circ, BCA=82,15^\circ$ (Hình 6).

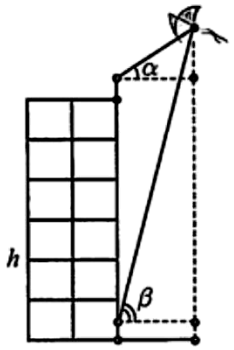


Hỏi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 3: Hai tàu đánh cá cùng xuất phát từ bến A và đi thẳng đều về hai vùng biển khác nhau, theo hai hướng tạo với nhau góc 75°. Tàu thứ nhất đi với tốc độ 8 hải lí một giờ và tàu thứ hai đi với tốc độ 12 hải lí một giờ. Hỏi sau 2,5 giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu hải lí (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

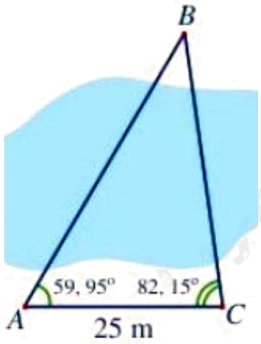


Câu 4: Người A đứng ở đỉnh của tòa nhà và quan sát chiều diều, nhận thấy góc nâng (góc nghiên giữa phương từ mắt của người A tới chiếc diều và phương nằm ngan) là $\alpha = 35^\circ$; khoảng cách từ đỉnh tòa nhà tới mắt người A là $1,5$ m. Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà, người B cũng quan sát chiếc diều và thấy góc nâng là $\beta = 75^\circ$; khoảng cách từ mặt đất đến mắt người B cũng là $1,5$ m. Biết chiều cao của tòa nhà là $h = 20m$ (hình 8).



Chiếc diều bay cao bao nhiêu mét so với mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

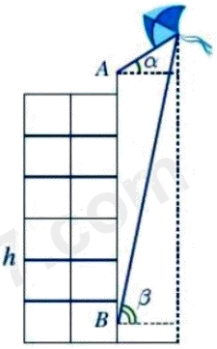
Câu 5: Để đo khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B ở hai bên bờ một cái ao, bạn An đi dọc bờ ao từ vị trí A đến vị trí C và tiến hành đo các góc BAC, BCA. Biết $AC = 25m, BAC = 59,95^\circ; BCA = 82,15^\circ$. Hỏi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



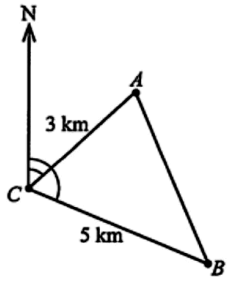
Câu 6: Hai tàu đánh cá cùng xuất phát từ bến A và đi thẳng đều về hai vùng biển khác nhau, theo hai hướng tạo với nhau góc 75°. Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 8 hải lí một giờ và tàu thứ hai chạy với tốc độ 12 hải lí một giờ. Sau 2,5 giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu hải lí (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 7: Bạn A đứng ở đỉnh của tòa nhà và quan sát chiếc diều, nhận thấy góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của bạn A tới chiếc diều và phương nằm ngang) là $\alpha = 35^\circ$; khoảng cách từ đỉnh tòa nhà tới mắt bạn

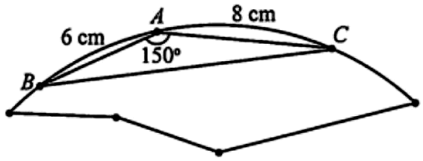
A là $1,5$ m. Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà, bạn B cũng quan sát chiếc diều và thấy góc nâng là $\beta = 75^\circ$; khoảng cách từ mặt đất đến mắt bạn B cũng là $1,5$ m. Biết chiều cao của tòa nhà là $h = 20m$ (Hình). Chiếc diều bay cao bao nhiêu mét so mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



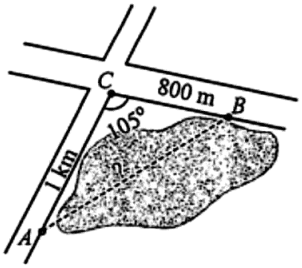
Câu 8: Tàu A cách cảng C một khoảng $3km$ và lệch hướng bắc một góc $47,45^\circ$. Tàu B cách cảng C một khoảng 5 km và lệch hướng bắc một góc $112,90^\circ$ (Hình 11). Hỏi khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



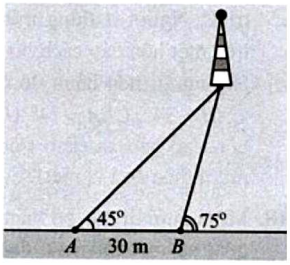
Câu 9: Từ một phần của miếng tôn hình tròn người ta cắt ra được một hình tam giác ABC có $AB = 6cm, AC = 8cm, \hat{A} = 150^\circ$ (Hình 18). Tính bán kính của miếng tôn ban đầu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị xăng-ti-mét) và diện tích tam giác ABC.



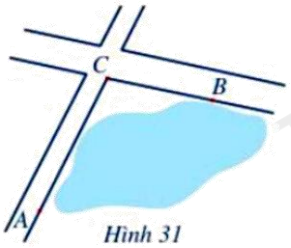
Câu 10: Để tính khoảng cách giữa hai địa điểm A và B mà ta không thể đi trực tiếp từ A đến B (hai địa điểm nằm ở hai bên bờ một hồ nước, một đầm lầy,.) người ta tiến hành như sau: Chọn một địa điểm C sao cho ta đo được các khoảng cách AC, CB và góc ACB. Sau khi đo ta nhận được: $AC = 1$ km, $CB = 800$ m và $ACB = 105^\circ$ (Hình 19). Tính khoảng cách AB (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



Câu 11: Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một ngọn hải đăng. Góc nghiêng của phương quan sát từ các vị trí A, B tới ngọn hải đăng với đường đi của người quan sát lần lượt là 45° và 75°. Biết khoảng cách giữa hai vị trí A, B là $30m$ (Hình 20). Ngọn hải đăng cách bờ biển bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

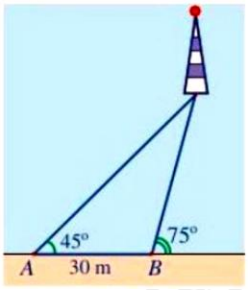


Câu 12: Để tính khoảng cách giữra hai địa điểm A và B mà ta không thể đi trực tiếp từ A đến B (hai địa điểm nằm ở hai bên bờ một hồ nước, một đầm lầy,.), người ta tiến hành như sau: Chọn một địa điểm C sao cho ta đo được các khoảng cách AC, CB và góc ACB. Sau khi đo, ta nhận được: $AC = 1$ km, $CB = 800$ m và $ACB = 105^\circ$ (Hình 31). Tính khoảng cách AB (làm tròn kết quả đến hàng phần mười đơn vị mét).

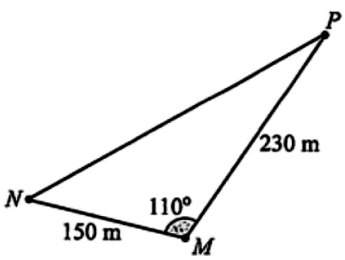


Hình 31

Câu 13: Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một ngọn hải đăng. Góc nghiêng của phương quan sát từ các vị trí A, B tới ngọn hải đăng với đường đi của người quan sát là 45° và 75°. Biết khoảng cách giữa hai vị trí A, B là $30m$ (Hình). Ngọn hải đăng cách bờ biển bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



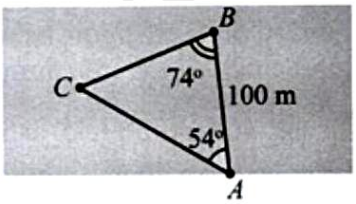
Câu 14: Gia đình bạn An sở hữu một mảnh đất hình tam giác. Chiều dài của hàng rào MN là $150m$, chiều dài của hàng rào MP là $230m$. Góc giữa hai hàng rào MN và MP là 110° (Hình 21).



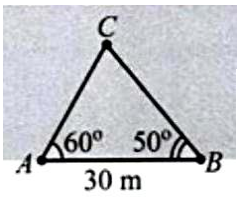
a) Diện tích mảnh đất mà gia đình bạn An sở hữu là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

b) Chiều dài hàng rào NP là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

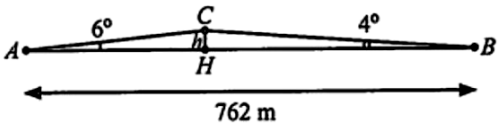
Câu 15: Hai người A và B cùng quan sát một con tàu đang neo đậu ngoài khơi tại vị trí C. Người A đứng trên bờ biển, người B đứng trên một hòn đảo cách bờ một khoảng $AB = 100$ m. Hai người tiến hành đo đạc và thu được kết quả: $CAB = 54^\circ, CBA = 74^\circ$ (Hình 22). Hỏi con tàu cách hòn đảo bao xa (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét)?



Câu 16: Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một con tàu C đang neo đậu ngoài khơi. Người đó tiến hành đo đạc và thu được kết quả: $AB = 30m, CAB = 60^\circ, CBA = 50^\circ$ (Hình 23). Tính khoảng cách từ vị trí A đến con tàu C (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



Hình 23



Hình 24

Câu 17: Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (Hình 24). Cho biết đoạn thẳng AB dài $762m, \hat{A} = 6^\circ, \hat{B} = 4^\circ$.

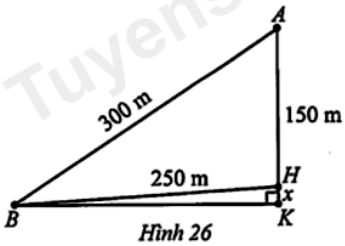
a) Tính chiều cao h của con dốc theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

b) Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là 4 km/h và tốc độ trung bình khi xuống dốc là 19 km/h.

Câu 18: Quan sát cây cầu dây văng minh hoạ ở Hình 25.



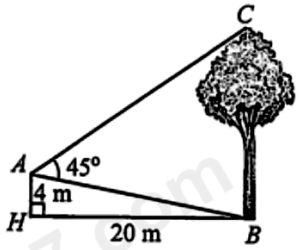
Hình 25



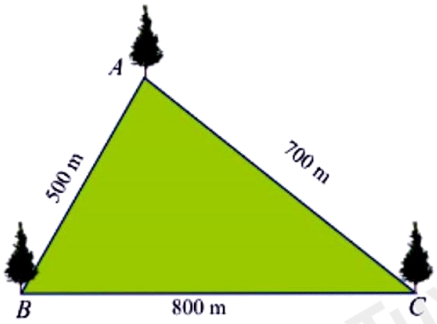
Hình 26

Tại trụ cao nhất, khoảng cách từ đỉnh trụ (vị trí A) tới chân trụ trên mặt cầu (vị trí H) là $150m$, độ dài dây văng dài nhất nối từ đỉnh trụ xuống mặt cầu (vị trí B) là 300 m, khoảng cách từ chân dây văng dài nhất tới chân trụ trên mặt cầu là 250 m (Hình 26). Tính độ dốc của cầu qua trụ nói trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị độ).

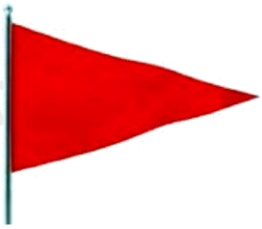
Câu 19: Một người đứng ở vị trí A trên nóc một ngôi nhà cao $4m$ đang quan sát một cây cao cách ngôi nhà $20m$ và đo được $BAC = 45^\circ$ (Hình 27). Tính chiều cao của cây đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



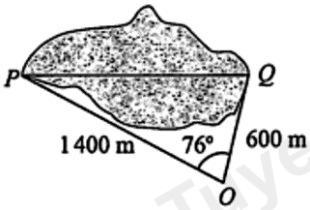
Câu 20: Một công viên có dạng hình tam giác với các kích thước như Hình. Tính số đo các góc của tam giác đó.



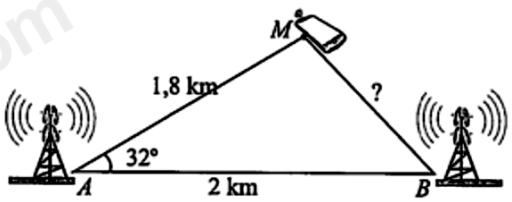
Câu 21: Tính diện tích một lá cờ hình tam giác cân có độ dài cạnh bên là 90 cm và góc ở đỉnh là 35°.



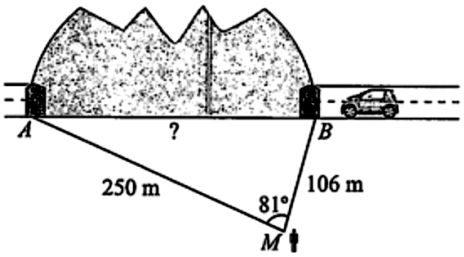
Câu 22: Tính khoảng cách giữa hai điểm P và Q của một hồ nước (Hình 7). Cho biết từ một điểm O cách 2 điểm P và Q lần lượt là $1400m$ và $600m$ người quan sát nhìn thấy một góc 76°.



Câu 23: Tính khoảng cách từ vị trí của một người đang gọi điện thoại di động đến trạm phát sóng B với số liệu đã cho trong Hình 2.

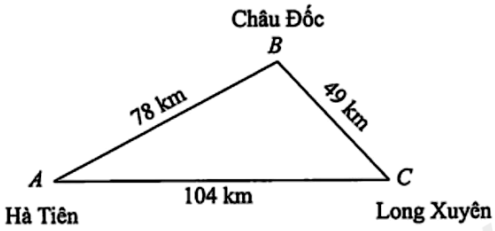


Câu 24: Tính chiều dài của đường hầm AB với số liệu cho trong Hình 3.

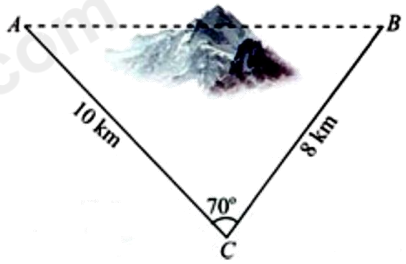


Câu 25: Hai máy bay cùng cất cánh từ một sân bay nhưng bay theo hai hướng khác nhau. Một chiếc di chuyển với tốc độ $450\ \text{km/h}$ theo hướng tây và chiếc còn lại di chuyển theo hướng hợp với hướng bắc một góc 25° về phía tây với tốc độ $630\ \text{km/h}$. Hỏi sau 90 phút, hai máy bay cách nhau bao xa? Giả sử chúng đang ở cùng độ cao.

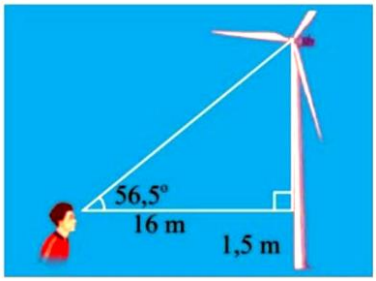
Câu 26: Người ta dự định làm hai đường cao tốc BA và BC từ Châu Đốc đến Hà Tiên và từ Châu Đốc đến Long Xuyên như Hình 5. Hãy tính góc tạo bởi hướng của hai cao tốc.



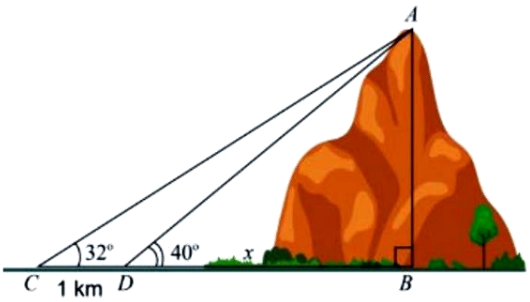
Câu 27: Để lắp đường dây diện cao thế từ vị trí A đến vị trí B, do phải tránh một ngọn núi nên người ta phải nối đường dây từ vị trí A đến vị trí C dài 10 km, sau đó nối đường dây từ vị trí C đến vị trí B dài 8 km. Góc tạo bởi hai đoạn dây AC và CB là 70°. Tính chiều dài tăng thêm vì không thể nối trực tiếp từ A đến B



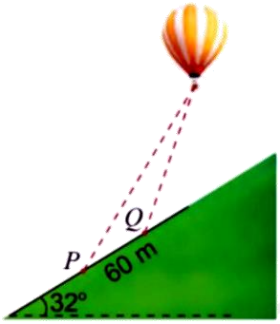
Câu 28: Một người đứng cách thân một các quạt gió 16 m và nhìn thấy tâm của cánh quạt với góc nâng $56,5^\circ$ Tính khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất. Cho biết khoảng cách từ mắt của người đó đến mặt đất là $1,5$ m.



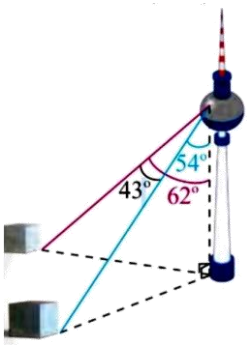
Câu 29: Tính chiều cao AB của một ngọn núi. Biết tại hai điểm C, D cách nhau 1 km trên mặt đất (B, C, D thẳng hàng), người ta nhìn thấy đỉnh A của núi với góc nâng lần lượt là 32° và 40° (Hình).



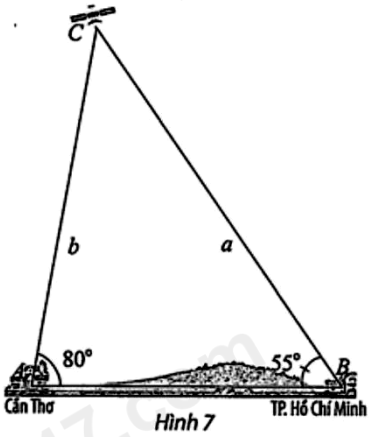
Câu 30: Hai người quan sát khinh khí cầu tại hai địa điểm P và Q nằm ở sườn đồi nghiêng 32° so với phương ngang, cách nhau $60m$ (Hình 10). Người quan sát tại P xác định góc nâng của khinh khí cầu là 62°. Cùng lúc đó, người quan sát tại Q xác định góc nâng của khinh khí cầu đó là 70°. Tính khoảng cách từ Q đến khinh khí cầu.



Câu 31: Một người đứng ở trên một tháp truyền hình cao 352 m so với mặt đất, muốn xác định khoảng cách giữa hai cột mốc trên mặt dất bên dưới. Người đó quan sát thấy góc được tạo bởi hai đường ngắm tới hai mốc này là 43°, góc giữa phương thẳng đứng và đường ngắm tới một điểm mốc trên mặt đất là 62° và đến điểm mốc khác là 54° (Hình). Tính khoảng cách giữa hai cột mốc này.

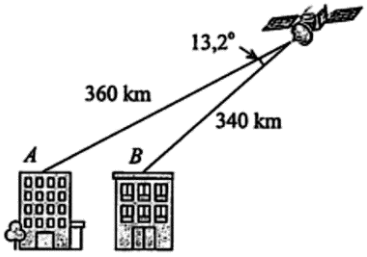


Câu 32: Một vệ tinh quay quanh Trái Đất, đang bay phía trên hai trạm quan sát ở hai thành phố Hồ Chí Minh và Cần Thơ. Khi vệ tinh nằm giữa hai trạm này, góc nâng của nó được quan sát đồng thời là 55° tại thành phố Hồ Chí Minh và 80° tại Cần Thơ. Hỏi khi đó vệ tinh cách trạm quan sát tại Cần THơ bao xa? Biết rằng, khoảng cách giữa hai trạm quan sát là 127 km

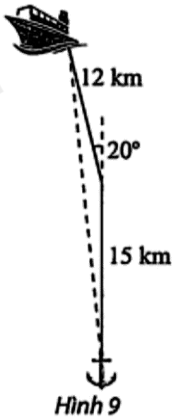


Hình 7

Câu 33: Tính khoảng cách AB giữa nóc hai toà cao ốc. Cho biết khoảng cách từ hai điểm đó đến một vệ tinh viễn thông lần lượt là $360\ \text{km}, 340\ \text{km}$ và góc nhìn từ vệ tinh đến A và B là $13,2^\circ$ (Hình 8) .



Câu 34: Một chiếc tàu khởi hành từ bến cảng, đi về hướng bắc 15 km , sau đó bẻ lái 20° về hướng tây bắc và đi thêm 12 km nữa (Hình 9). Tính khoảng cách từ tàu đến bến cảng.



Hình 9

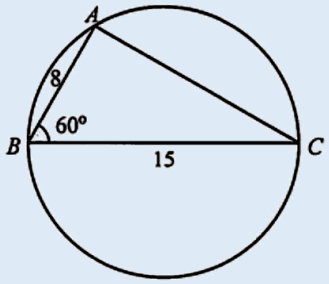
Câu 35: Một tàu đánh cá xuất phát từ cảng A , đi theo hướng $S70^\circ E$ với vận tốc $70\ \text{km/h}$. Đi được 90 phút thì động cơ của tàu bị hỏng nên tàu trôi tự do theo hướng nam với vận tốc $8\ \text{km/h}$. Sau 2 giờ kể từ khi động cơ bị hỏng, tàu neo đậu được vào một hòn đảo.

a) Tính khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

b) Xác định hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Từ một tấm bìa hình tròn, bạn An cắt ra được một hình tam giác có các cạnh $AB=8cm, BC=15cm$ và góc $B=60^\circ$ (Hình 4). Tính độ dài cạnh AC và bán kính R của miếng bìa.



Cách giải

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta có:

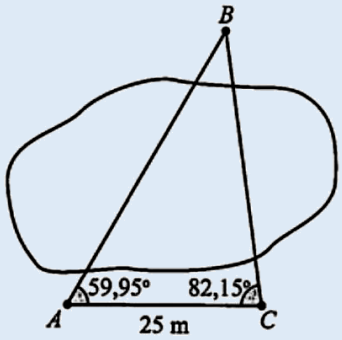
$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos B=8^2+15^2-2\cdot 8\cdot 15\cdot\cos 60^\circ=169$.

Suy ra $AC=\sqrt{169}=13(\text{ cm})$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có: $\dfrac{AC}{\sin B}=2R$.

Suy ra $R=\dfrac{AC}{2\sin B}=\dfrac{13}{2\sin 60^\circ}=\dfrac{13\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$.

Câu 2: Để đo khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B ở hai bên bờ một cái ao, bạn An đi dọc bờ ao từ vị trí A đến vị trí C và tiến hành đo các góc BAC, BCA. Biết $AC=25m, BAC=59,95^\circ, BCA=82,15^\circ$ (Hình 6).



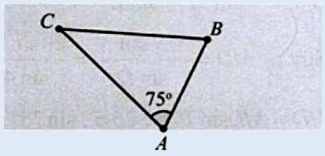
Hỏi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Cách giải

Xét tam giác ABC, ta có: $ABC=180^\circ-59,95^\circ-82,15^\circ=37,9^\circ$.

Áp dụng định lí sin ta có: $\dfrac{AB}{\sin C}=\dfrac{AC}{\sin B}$. Do đó $AB=\dfrac{25\sin 82,15^\circ}{\sin 37,9^\circ}\approx 40(m)$.

Câu 3: Hai tàu đánh cá cùng xuất phát từ bến A và đi thẳng đều về hai vùng biển khác nhau, theo hai hướng tạo với nhau góc 75°. Tàu thứ nhất đi với tốc độ 8 hải lí một giờ và tàu thứ hai đi với tốc độ 12 hải lí một giờ. Hỏi sau 2,5 giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu hải lí (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Cách giải

Giả sử sau 2,5 giờ tàu thứ nhất ở vị trí B và tàu thứ hai ở vị trí C (Hình 7).

Ta có:

$AB = 2,5 \cdot 8 = 20$ (hải lí);

$AC = 2,5 \cdot 12 = 30$ (hải lí).

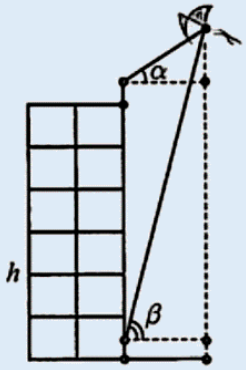
Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos BAC$$
$$= 20^2 + 30^2 - 2 \cdot 20 \cdot 30 \cdot \cos 75^\circ \approx 989,42$$

Suy ra $BC \approx \sqrt{989,42} \approx 31,5$ (hải lí). Vậy khoảng cách giữa hai tàu sau 2,5 giờ là khoảng 31,5 hải lí.

Câu 4: Người A đứng ở đỉnh của tòa nhà và quan sát chiều diều, nhận thấy góc nâng (góc nghiên giữa phương từ mắt của người A tới chiếc diều và phương nằm ngan) là $\alpha = 35^\circ$; khoảng cách từ đỉnh tòa nhà tới mắt người A là $1,5$ m. Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà, người B cũng quan sát chiếc diều và thấy góc nâng là $\beta = 75^\circ$; khoảng cách từ mặt đất đến mắt người B cũng là $1,5$ m. Biết chiều cao của tòa nhà là $h = 20m$ (hình 8).

Chiếc diều bay cao bao nhiêu mét so với mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Cách giải

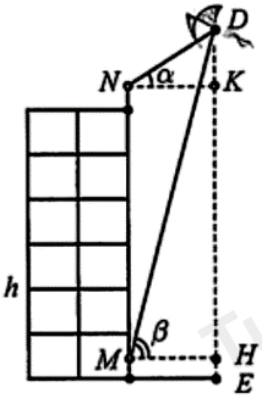
Đặt tên các điểm như hình

Xét tam giác MND, ta có: $MN = h = 20m$;

$MND = 90^\circ + \alpha = 90^\circ + 35^\circ = 125^\circ$,

$NMD = 90^\circ - \beta = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$,

$MDN = 180^\circ - 125^\circ - 15^\circ = 40^\circ$.



Áp dụng định lí sin cho tam giác MND ta có: $\frac{MD}{\sin N} = \frac{ND}{\sin M} = \frac{MN}{\sin D}$.

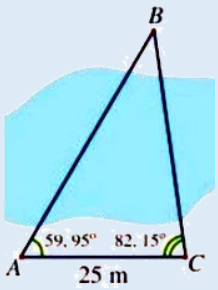
Suy ra $MD = \frac{MN \sin N}{\sin D} = \frac{20 \sin 125^\circ}{\sin 40^\circ} \approx 25,5(m)$.

Xét tam giác vuông MHD ta có: $HD = MD\sin 75^\circ \approx 25,5 \cdot \sin 75^\circ \approx 24,6(m)$.

Do đó, $DE \approx 1,5 + 24,6 \approx 26(m)$.

Vậy con diều bay cao khoảng $26m$ so với mặt đất.

Câu 5: Để đo khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B ở hai bên bờ một cái ao, bạn An đi dọc bờ ao từ vị trí A đến vị trí C và tiến hành đo các góc BAC, BCA. Biết $AC = 25m, BAC = 59,95^\circ; BCA = 82,15^\circ$. Hỏi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Cách giải

Xét tam giác ABC, ta có: $BAC = 59,95^\circ; BCA = 82,15^\circ$.

$\Rightarrow ABC = 180^\circ - (59,95 + 82,15^\circ) = 37,9^\circ$

Áp dụng định lí sin trong tam giác BAC ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$

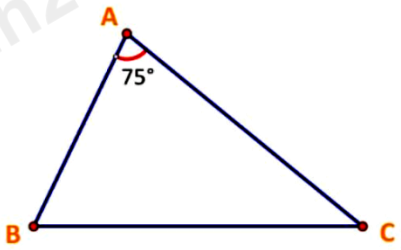
$\Rightarrow AB = \sin C \cdot \frac{AC}{\sin B} = \sin 82,15^\circ \cdot \frac{25}{\sin 37,9^\circ} \approx 40,3$

Vậy khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là 40,3 m.

Câu 6: Hai tàu đánh cá cùng xuất phát từ bến A và đi thẳng đều về hai vùng biển khác nhau, theo hai hướng tạo với nhau góc 75°. Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 8 hải lí một giờ và tàu thứ hai chạy với tốc độ 12 hải lí một giờ. Sau 2,5 giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu hải lí (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Cách giải

Gọi B, C lần lượt là vị trí của tàu thứ nhất và tàu thứ hai sau 2,5 giờ.



Sau 2,5 giờ:

Quãng đường tàu thứ nhất đi được là: $AB = 8.2,5 = 20$ (hải lí)

Quãng đường tàu thứ hai đi được là: $AC = 12 \cdot 2,5 = 30$ (hải lí)

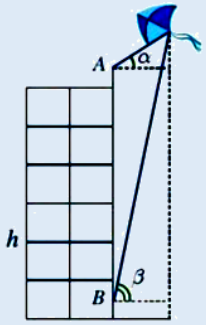
Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos A \Rightarrow BC^2 = 30^2 + 20^2 - 2.30 \cdot 20 \cdot \cos 75^\circ \Rightarrow BC^2 \approx 989,4 \Rightarrow BC \approx 31,$

Vậy hai tàu cách nhau 31,5 hải lí.

Câu 7: Bạn A đứng ở đỉnh của tòa nhà và quan sát chiếc diều, nhận thấy góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của bạn A tới chiếc diều và phương nằm ngang) là $\alpha = 35^\circ$; khoảng cách từ đỉnh tòa nhà tới mắt bạn

A là $1,5$ m. Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà, bạn B cũng quan sát chiếc diều và thấy góc nâng là $\beta = 75^\circ$; khoảng cách từ mặt đất đến mắt bạn B cũng là $1,5$ m. Biết chiều cao của tòa nhà là $h = 20m$ (Hình). Chiếc diều bay cao bao nhiêu mét so mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

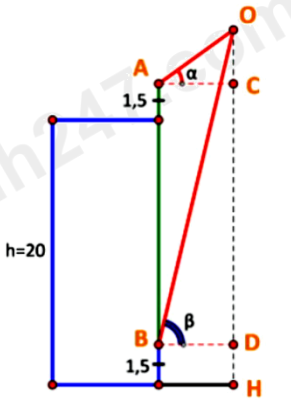


Cách giải

Gọi các điểm: O là vị trí của chiếc diều.

H là hình chiếu vuông góc của chiếc diều trên mặt đất.

C, D lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên OH.



Đặt $OC = x$, suy ra $OH = x + 20 + 1,5 = x + 21,5$.

Xét tam giác OAC, ta có: $\tan\alpha = \dfrac{OC}{AC} \Rightarrow AC = \dfrac{OC}{\tan\alpha} = \dfrac{x}{\tan 35^\circ}$

Xét tam giác OBD, ta có:

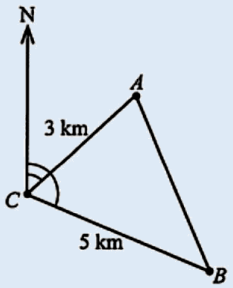
$\tan\beta = \dfrac{OD}{BD} \Rightarrow BD = \dfrac{OD}{\tan\beta} = \dfrac{x+20}{\tan 75^\circ}$ Mà: $AC = BD \Rightarrow \dfrac{x}{\tan 35^\circ} = \dfrac{x+20}{\tan 75^\circ}$

$\Leftrightarrow x \cdot \tan 75^\circ = (x+20) \cdot \tan 35^\circ \Leftrightarrow x = \dfrac{20 \cdot \tan 35^\circ}{\tan 75^\circ - \tan 35^\circ} \approx 4,6$

Suy ra $OH = 26,1$.

Vậy chiếc diều bay cao $26,1$ m so với mặt đất.

Câu 8: Tàu A cách cảng C một khoảng $3km$ và lệch hướng bắc một góc $47,45^\circ$. Tàu B cách cảng C một khoảng 5 km và lệch hướng bắc một góc $112,90^\circ$ (Hình 11). Hỏi khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



Cách giải

Xét Hình 60, ta có:

$ACB = 112,90^\circ - 47,45^\circ = 65,45^\circ$.

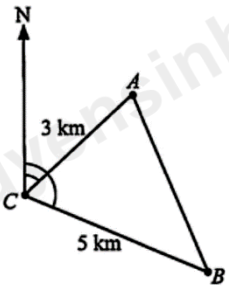
Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta có:

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos ACB$

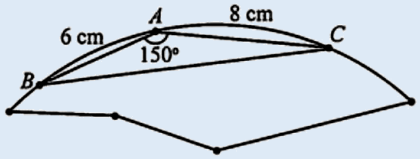
$= 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 65,45^\circ \approx 21,54$

Suy ra $AB \approx \sqrt{21,54} \approx 4,64(\text{ km})$.

Vậy khoảng cách giữa hai tàu là khoảng $4,64$ km.



Câu 9: Từ một phần của miếng tôn hình tròn người ta cắt ra được một hình tam giác ABC có $AB = 6cm, AC = 8cm, \hat{A} = 150^\circ$ (Hình 18). Tính bán kính của miếng tôn ban đầu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị xăng-ti-mét) và diện tích tam giác ABC.



Cách giải

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 150^\circ \approx 183,14$.

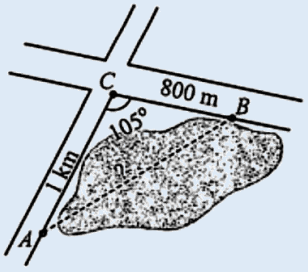
Suy ra $BC \approx \sqrt{183,14} \approx 13,5(\text{ cm})$. Hình 18

Áp dụng định lí sin ta có $\dfrac{BC}{\sin A} = 2R$. Suy ra, bán kính của miếng tôn ban đầu là:

$R = \dfrac{BC}{2\sin A} \approx \dfrac{13,5}{2 \cdot \sin 150^\circ} = 13,5(\text{ cm})$.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \dfrac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \dfrac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 150^\circ = 12(cm^2)$.

Câu 10: Để tính khoảng cách giữa hai địa điểm A và B mà ta không thể đi trực tiếp từ A đến B (hai địa điểm nằm ở hai bên bờ một hồ nước, một đầm lầy,.) người ta tiến hành như sau: Chọn một địa điểm C sao cho ta đo được các khoảng cách AC, CB và góc ACB. Sau khi đo ta nhận được: $AC = 1$ km, $CB = 800$ m và $ACB = 105^\circ$ (Hình 19). Tính khoảng cách AB (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



Cách giải

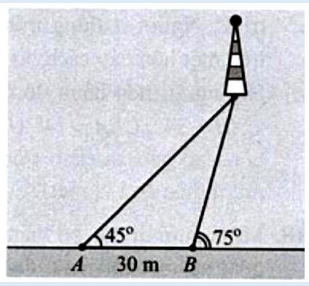
Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta có:

$AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2AC \cdot CB \cdot \cos C = 1000^2 + 800^2 - 2 \cdot 1000 \cdot 800 \cdot \cos 105^\circ \approx 2054110,472$.

Suy ra $AB \approx \sqrt{2054110,472} \approx 1433,2$.

Vậy khoảng cách AB là xấp xỉ $1433,2m$.

Câu 11: Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một ngọn hải đăng. Góc nghiêng của phương quan sát từ các vị trí A, B tới ngọn hải đăng với đường đi của người quan sát lần lượt là 45° và 75°. Biết khoảng cách giữa hai vị trí A, B là $30m$ (Hình 20). Ngọn hải đăng cách bờ biển bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Cách giải

Gọi vị trí ngọn hải đăng là điểm C, H là hình chiếu của C trên đường thẳng AB.

Ta có: $ACB = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$ (tính chất góc ngoài tam giác). Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có: $\frac{BC}{\sin 45^\circ} = \frac{AB}{\sin 30^\circ}$.

Do đó, $BC = \frac{30 \sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = 30\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông BCH, ta có: $CH = BC \sin 75^\circ = 30\sqrt{2} \sin 75^\circ \approx 41(m)$.

Vậy ngọn hải đăng cách bờ biển khoảng $41m$.

Câu 12: Để tính khoảng cách giữa hai địa điểm A và B mà ta không thể đi trực tiếp từ A đến B (hai địa điểm nằm ở hai bên bờ một hồ nước, một đầm lầy,.), người ta tiến hành như sau: Chọn một địa điểm C sao cho ta đo được các khoảng cách AC, CB và góc ACB. Sau khi đo, ta nhận được: $AC = 1$ km, $CB = 800$ m và $ACB = 105^\circ$ (Hình 31). Tính khoảng cách AB (làm tròn kết quả đến hàng phần mười đơn vị mét).



Hình 31

Cách giải

Đổi: 1 km $= 1000$ m. Do đó $AC = 1000$ m.

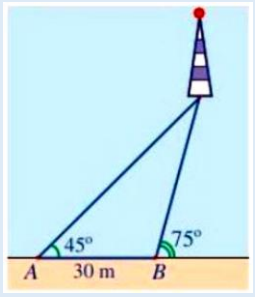
Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos C \Rightarrow AB^2 = 1000^2 + 800^2 - 2 \cdot 1000 \cdot 800 \cdot \cos 105^\circ$

$\Rightarrow AB^2 \approx 2054110,5 \Rightarrow AB \approx 1433,2$

Vậy khoảng cách AB là $1433,2$ m.

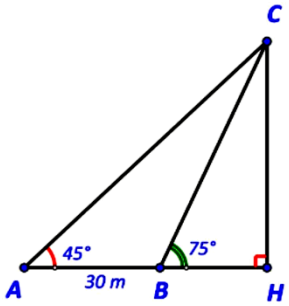
Câu 13: Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một ngọn hải đăng. Góc nghiêng của phương quan sát từ các vị trí A, B tới ngọn hải đăng với đường đi của người quan sát là 45° và 75°. Biết khoảng cách giữa hai vị trí A, B là $30m$ (Hình). Ngọn hải đăng cách bờ biển bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Cách giải

Gọi C là vị trí ngọn hải đăng và H là hình chiếu của C trên AB.

Khi đó CH là khoảng cách từ ngọn hải đăng tới bờ biển.



Ta có: $ABC = 180^\circ - CBH = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

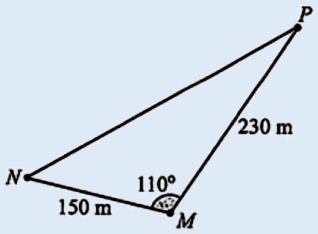
$\Rightarrow ACB = 180^\circ - \left(\hat{A} + ACB \right) = 180^\circ - \left(45^\circ + 105^\circ \right) = 30^\circ$

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \sin B \cdot \frac{AB}{\sin C} = \sin 115^\circ \cdot \frac{30}{\sin 20^\circ} \approx 57,9$

Tam giác ACH vuông tại H nên ta có: $CH = \sin A.AC = \sin 45^\circ .57,9 \approx 41$

Vậy ngọn hải đăng cách bờ biển 41 m.

Câu 14: Gia đình bạn An sở hữu một mảnh đất hình tam giác. Chiều dài của hàng rào MN là $150m$, chiều dài của hàng rào MP là $230m$. Góc giữa hai hàng rào MN và MP là 110° (Hình 21).



a) Diện tích mảnh đất mà gia đình bạn An sở hữu là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

b) Chiều dài hàng rào NP là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Cách giải

a) Diện tích mảnh đất của gia đình bạn An (tam giác MNP) là:

$S=\frac{1}{2}MN\cdot MP\cdot \sin M=\frac{1}{2}\cdot 150\cdot 230\cdot \sin 110^\circ \approx 16209,7\left(\text{ m}^2\right).$

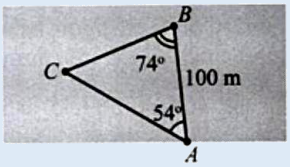
b) Áp dụng định lí côsin ta có:

$NP^2=MN^2+MP^2-2MN\cdot MP\cdot \cos M=150^2+230^2-2\cdot 150\cdot 230\cdot \cos 110^\circ \approx 98999,39.$

Suy ra $NP\approx \sqrt{98999,39}\approx 314,6(m)$.

Vậy chiều dài hàng rào NP là khoảng $314,6m$.

Câu 15: Hai người A và B cùng quan sát một con tàu đang neo đậu ngoài khơi tại vị trí C. Người A đứng trên bờ biển, người B đứng trên một hòn đảo cách bờ một khoảng $AB=100$ m. Hai người tiến hành đo đạc và thu được kết quả: $CAB=54^\circ, CBA=74^\circ$ (Hình 22). Hỏi con tàu cách hòn đảo bao xa (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét)?



Cách giải

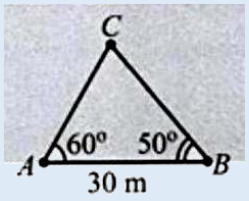
Xét tam giác ABC. Ta có: $\hat{C}=180^\circ-54^\circ-74^\circ=52^\circ$.

Áp dụng định lí sin ta có: $\frac{BA}{\sin C}=\frac{BC}{\sin A}$.

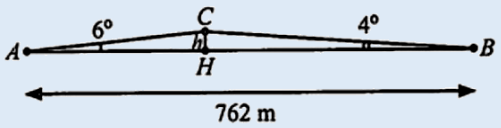
Suy ra $BC=\frac{BA\sin A}{\sin C}=\frac{100\sin 54^\circ}{\sin 52^\circ}\approx 102,7(m)$.

Vậy con tàu cách hòn đảo khoảng 102,7 m.

Câu 16: Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một con tàu C đang neo đậu ngoài khơi. Người đó tiến hành đo đạc và thu được kết quả: $AB=30m, CAB=60^\circ, CBA=50^\circ$ (Hình 23). Tính khoảng cách từ vị trí A đến con tàu C (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



Hình 23



Hình 24

Cách giải

Xét tam giác ABC. Ta có: $\hat{C}=180^\circ-60^\circ-50^\circ=70^\circ$.

Áp dụng định lí sin ta có: $\frac{BA}{\sin C}=\frac{AC}{\sin B}$.

Suy ra $AC=\dfrac{BA\sin B}{\sin C}=\dfrac{30\sin 50^\circ}{\sin 70^\circ}\approx 24,5(m)$.

Vậy khoảng cách từ vị trí A đến con tàu C là khoảng $24,5$ m.

Câu 17: Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (Hình 24). Cho biết đoạn thẳng AB dài $762m, \hat{A}=6^\circ, \hat{B}=4^\circ$.

a) Tính chiều cao h của con dốc theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

b) Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là 4 km/h và tốc độ trung bình khi xuống dốc là 19 km/h.

Cách giải

a) Xét tam giác ABC ta có: $ACB=180^\circ-6^\circ-4^\circ=170^\circ$.

Áp dụng định lí sin ta có: $\dfrac{AB}{\sin C}=\dfrac{AC}{\sin B}\Rightarrow AC=\dfrac{AB\sin B}{\sin C}=\dfrac{762\sin 4^\circ}{\sin 170^\circ}\approx 306(m)$.

Xét tam giác vuông AHC ta có $h=CH=AC\sin A\approx 306\sin 6^\circ\approx 32(m)$.

Vậy chiều cao con dốc là khoảng $32m$.

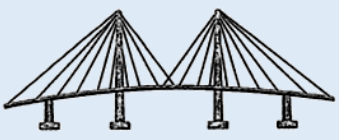
b) Áp dụng định lí sin ta có: $\dfrac{BC}{\sin A}=\dfrac{AB}{\sin C}\Rightarrow BC=\dfrac{762\sin 6^\circ}{\sin 170^\circ}\approx 459(m)$.

Ta có: $AC\approx 306m=0,306km; CB\approx 459m=0,459km$.

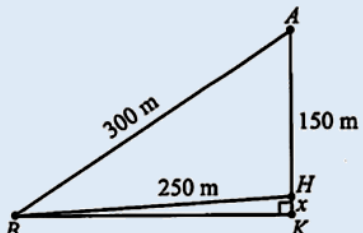
Như vậy, thời gian bạn An đi từ nhà đến trường là: $t=\dfrac{AC}{4}+\dfrac{CB}{19}\approx\dfrac{0,306}{4}+\dfrac{0,459}{19}\approx 0,1$ giờ $=6$ (phút)

Vậy bạn An đến trường lúc khoảng 6 giờ 6 phút.

Câu 18: Quan sát cây cầu dây văng minh hoạ ở Hình 25.



Hình 25



Hình 26

Tại trụ cao nhất, khoảng cách từ đỉnh trụ (vị trí A) tới chân trụ trên mặt cầu (vị trí H) là $150m$, độ dài dây văng dài nhất nối từ đỉnh trụ xuống mặt cầu

(vị trí B) là 300 m, khoảng cách từ chân dây văng dài nhất tới chân trụ trên mặt cầu là 250 m (Hình 26). Tính độ dốc của cầu qua trụ nói trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị độ).

Cách giải

Độ dốc của cầu là góc nghiêng giữa đường cầu qua trụ và phương nằm ngang, tức là góc KBH -

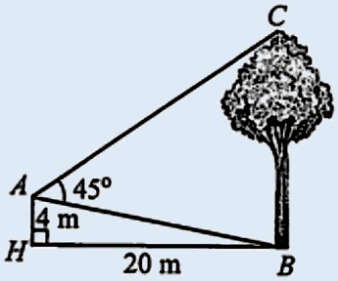
Xét tam giác ABH, áp dụng định lí côsin ta có:

$\cos AHB = \dfrac{BH^2 + AH^2 - AB^2}{2BH.AH} = \dfrac{250^2 + 150^2 - 300^2}{2.250.150} = -\dfrac{1}{15} \Rightarrow AHB \approx 93,8^\circ$.

Xét tam giác BHK ta có: $BHK = AHB - 90^\circ = 3,8^\circ$ (tính chất góc ngoài tam giác).

Vậy độ dốc của cầu qua trụ theo đề bài là khoảng $3,8^\circ$.

Câu 19: Một người đứng ở vị trí A trên nóc một ngôi nhà cao $4m$ đang quan sát một cây cao cách ngôi nhà $20m$ và đo được $BAC = 45^\circ$ (Hình 27). Tính chiều cao của cây đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



Cách giải

Xét tam giác vuông ABH ta có: $AB = \sqrt{4^2 + 20^2} = 4\sqrt{26}\,(m)$ (định lí Pythagore)

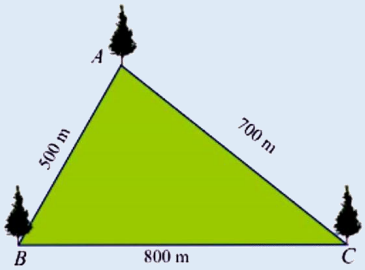
$\tan ABH = \dfrac{4}{20} = 0,2 \Rightarrow ABH \approx 11,3^\circ$.

Do đó, $ABC \approx 90^\circ - 11,3^\circ = 78,7^\circ$. Suy ra $ACB \approx 180^\circ - 45^\circ - 78,7^\circ = 56,3^\circ$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có: $\dfrac{BC}{\sin A} = \dfrac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \dfrac{AB \sin A}{\sin C} \approx \dfrac{4\sqrt{26} \cdot \sin 45^\circ}{\sin 56,3^\circ} \approx 17,3(m)$.

Vậy cây cao khoảng 17,3m.

Câu 20: Một công viên có dạng hình tam giác với các kích thước như Hình. Tính số đo các góc của tam giác đó.



Cách giải

Đặt $a = BC, b = AC, c = AB$

Ta có: $a = 800, b = 700, c = 500$.

Áp dụng định lí cosin, ta có:

$\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}; \cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$.

Suy ra:

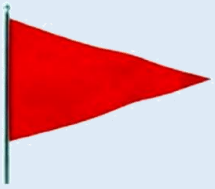
$$\cos A=\frac{700^2+500^2-800^2}{2.700.500}=\frac{1}{7}\Rightarrow A=81^\circ 47'12,44''$$

$$\cos B=\frac{500^2+800^2-700^2}{2.500.800}=\frac{1}{2}\Rightarrow B=60^\circ$$

$$\cos C=\frac{800^2+700^2-500^2}{2.800.700}=\frac{11}{14}\Rightarrow C=38^\circ 12'47,56''$$

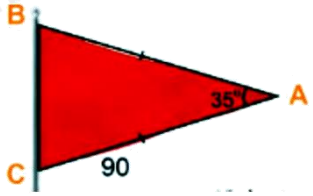
Vậy $\hat{A}=81^\circ 47'12,44'';\hat{B}=60^\circ;\hat{C}=38^\circ 12'47,56''$.

Câu 21: Tính diện tích một lá cờ hình tam giác cân có độ dài cạnh bên là 90 cm và góc ở đỉnh là 35°.



Cách giải

Kí hiệu các điểm A, B, C như hình trên.

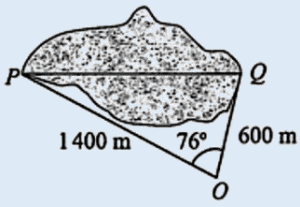


Từ giả thiết ta có: $AB=AC=90, \hat{A}=35^\circ$

Áp dụng công thức $S=\frac{1}{2}bc\sin A$, ta có:

$$S=\frac{1}{2}\cdot 90\cdot 90\cdot c\sin 35^\circ\approx 2323\left(cm^2\right)$$

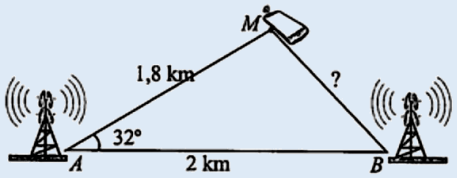
Câu 22: Tính khoảng cách giữa hai điểm P và Q của một hồ nước (Hình 7). Cho biết từ một điểm O cách 2 điểm P và Q lần lượt là $1400m$ và $600m$ người quan sát nhìn thấy một góc 76°.



Cách giải

$$PQ=\sqrt{OP^2+OQ^2-2OP\cdot OQ\cdot\cos O}=\sqrt{1400^2+600^2-2\cdot 1400\cdot 600\cdot\cos 76^\circ}\approx 1383,32\left(m\right).$$

Câu 23: Tính khoảng cách từ vị trí của một người đang gọi điện thoại di động đến trạm phát sóng B với số liệu đã cho trong Hình 2.



Cách giải

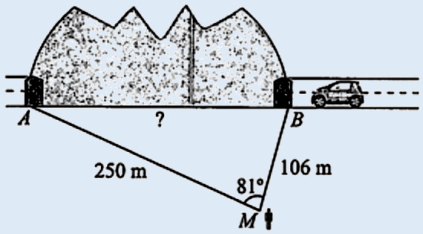
Áp dụng định lí côsin trong tam giác MAB, ta có:

$MB^2 = AB^2 + AM^2 - 2 \cdot AB \cdot AM \cdot \cos A = 2^2 + 1,8^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1,8 \cdot \cos 32^\circ \approx 1,134$.

Suy ra $MB \approx \sqrt{1,134} \approx 1,065(km)$.

Vậy khoảng cách từ vị trí của người đó đến trạm phát sóng B là $1,065$ km.

Câu 24: Tính chiều dài của đường hầm AB với số liệu cho trong Hình 3.



Cách giải

Gọi vị trí của người quan sát là điểm M và gọi A, B lần lượt là hai đầu đường hầm. Ta có tam giác MAB với $MA = 250m; MB = 106m$ và $\hat{M} = 81^\circ$.

Áp dụng định lí côsin trong tam giác MAB, ta có:

$AB^2 = MA^2 + MB^2 - 2 \cdot MA \cdot MB \cdot \cos M = 250^2 + 106^2 - 2 \cdot 250 \cdot 106 \cdot \cos 81^\circ \approx 65444,97$.

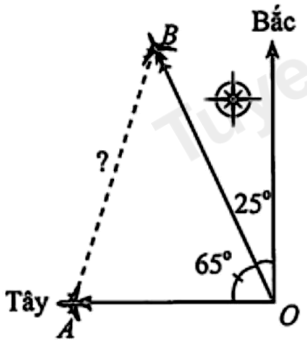
Suy ra $AB \approx \sqrt{65444,97} \approx 255,82(m)$.

Vậy chiều dài của đường hầm AB khoảng $255,82m$.

Câu 25: Hai máy bay cùng cất cánh từ một sân bay nhưng bay theo hai hướng khác nhau. Một chiếc di chuyển với tốc độ 450 km/h theo hướng tây và chiếc còn lại di chuyển theo hướng hợp với hướng bắc một góc 25° về phía tây với tốc độ 630 km/h. Hỏi sau 90 phút, hai máy bay cách nhau bao xa? Giả sử chúng đang ở cùng độ cao.

Cách giải

Gọi O, A, B lần lượt là vị trí sân bay và hai máy bay sau 90 phút.



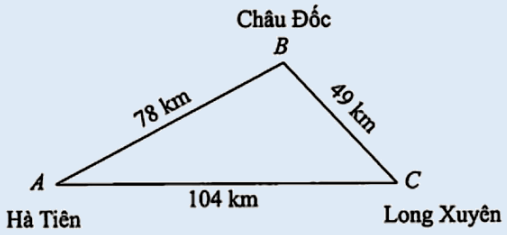
Ta có: $OA = 450 \cdot \frac{3}{2} = 675(\text{ km}); OB = 630 \cdot \frac{3}{2} = 945(\text{ km}); AOB = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$.

$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos AOB = 675^2 + 945^2 - 2 \cdot 675 \cdot 945 \cdot \cos 65^\circ \approx 809495$.

Suy ra $AB \approx \sqrt{809495} \approx 900(km)$.

Vậy sau 90 phút, hai máy bay cách nhau khoảng 900 km

Câu 26: Người ta dự định làm hai đường cao tốc BA và BC từ Châu Đốc đến Hà Tiên và từ Châu Đốc đến Long Xuyên như Hình 5. Hãy tính góc tạo bởi hướng của hai cao tốc.

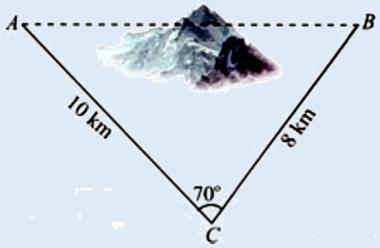


Cách giải

$$\cos B = \frac{BA^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot BA \cdot BC} \approx \frac{78^2 + 49^2 - 104^2}{2.78.49} = \frac{-111}{364} \Rightarrow B \approx 107^\circ 45' 18''.$$

Vậy góc tạo bởi hướng của hai cao tốc là $107^\circ 45' 18''$.

Câu 27: Để lắp đường dây diện cao thế từ vị trí A đến vị trí B , do phải tránh một ngọn núi nên người ta phải nối đường dây từ vị trí A đến vị trí C dài 10 km , sau đó nối đường dây từ vị trí C đến vị trí B dài 8 km . Góc tạo bởi hai đoạn dây AC và CB là 70°. Tính chiều dài tăng thêm vì không thể nối trực tiếp từ A đến B



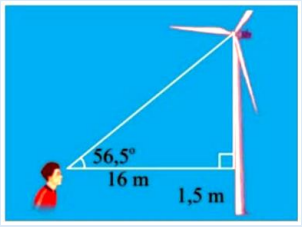
Cách giải

Áp dụng định lí cosin, ta có:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cdot \cos C \Leftrightarrow AB^2 = 8^2 + 10^2 - 2.8 \cdot 10 \cdot \cos 70^\circ \Rightarrow AB \approx 10,45$$

Vậy chiều dài tăng thêm vì không thể nối trực tiếp là: $AC + CB - AB = 10 + 8 - 10,45 = 7,55$(km).

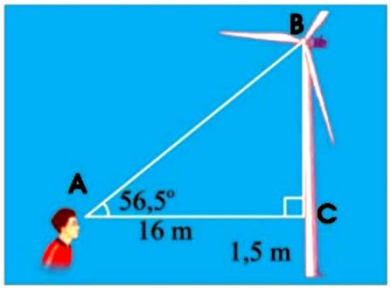
Câu 28: Một người đứng cách thân một các quạt gió 16 m và nhìn thấy tâm của cánh quạt với góc nâng $56,5^\circ$ Tính khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất. Cho biết khoảng cách từ mắt của người đó đến mặt đất là $1,5$ m.



Cách giải

Kí hiệu các điểm A, B, C như hình

Cách 1:



Ta có: $\hat{B} = 90^\circ - 56,5^\circ = 33,5^\circ$

Áp dụng định lísin, ta có: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$

$\Rightarrow BC = \sin A \cdot \frac{AC}{\sin B} = \sin 56,5^\circ \cdot \frac{16}{\sin 33,5^\circ} \approx 24,2\,(\text{m})$

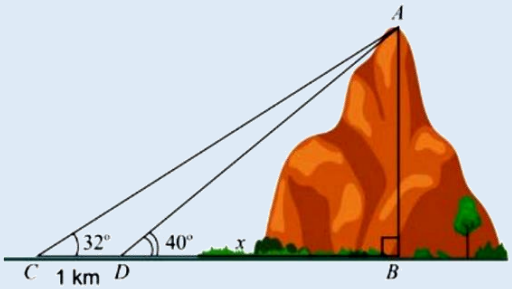
Vậy khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất là $24,2 + 1,5 = 15,7\,(\text{m})$

Cách 2:

$\tan A = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = AC \cdot \tan A = 16 \cdot \tan 56,5^\circ \approx 24,2$

Vậy khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất là $24,2 + 1,5 = 25,7\,(\text{m})$

Câu 29: Tính chiều cao AB của một ngọn núi. Biết tại hai điểm C, D cách nhau 1 km trên mặt đất (B, C, D thẳng hàng), người ta nhìn thấy đỉnh A của núi với góc nâng lần lượt là 32° và 40° (Hình).



Cách giải:

Tam giác ABC vuông tại B nên ta có: $\tan C = \frac{AB}{CB} \Leftrightarrow AB = \tan 32^\circ \cdot (1 + x)$

Tam giác ADB vuông tại B nên ta có:

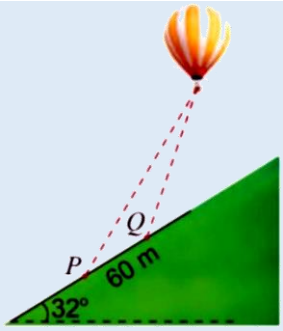
$\tan D = \frac{AB}{DB} \Leftrightarrow AB = \tan 40^\circ \cdot x \Rightarrow \tan 32^\circ \cdot (1 + x) = \tan 40^\circ \cdot x$

$\Leftrightarrow x \cdot (\tan 40^\circ - \tan 32^\circ) = \tan 32^\circ \Leftrightarrow x = \frac{\tan 32^\circ}{\tan 40^\circ - \tan 32^\circ}$

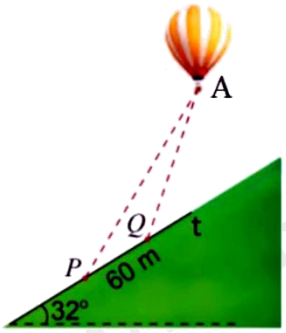
$\Leftrightarrow x \approx 2,9(\text{km}) \Rightarrow AB \approx \tan 40^\circ \cdot 2,92 \approx 2,45(\text{km})$

Vậy chiều cao của ngọn núi là $2,45$ km .

Câu 30: Hai người quan sát khinh khí cầu tại hai địa điểm P và Q nằm ở sườn đồi nghiêng 32° so với phương ngang, cách nhau $60m$ (Hình 10). Người quan sát tại P xác định góc nâng của khinh khí cầu là 62° Cùng lúc đó, người quan sát tại Q xác định góc nâng của khinh khí cầu đó là 70° . Tính khoảng cách từ Q đến khinh khí cầu.



Cách giải



Gọi A là vị trí của khinh khí cầu, Pt là đường sườn đồi như hình.

Ta có:

Tại P, góc nâng của khinh khí cầu là $62^\circ \Rightarrow \hat{P} = 62^\circ - 32^\circ = 30^\circ$

Tại Q, góc nâng của khinh khí cầu là 70°

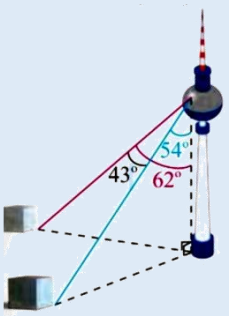
$\Rightarrow AQt = 70^\circ - 32^\circ = 38^\circ \Rightarrow AQP = 180^\circ - 38^\circ = 142^\circ$ và $A = 180^\circ - 142^\circ - 30^\circ = 8^\circ$

Áp dụng định lí sin trong tam giác APQ, ta có:

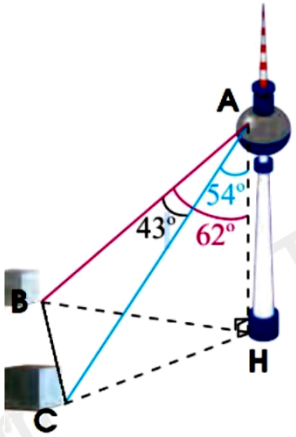
$$\frac{PQ}{\sin A} = \frac{QA}{\sin P} \Rightarrow QA = \sin P \cdot \frac{PQ}{\sin A} = \sin 30^\circ \cdot \frac{60}{\sin 8^\circ} \approx 215,56(\text{ m})$$

Vậy khoảng cách từ' Q đến khinh khí cầu là 215,56 m.

Câu 31: Một người đứng ở trên một tháp truyền hình cao 352 m so với mặt đất, muốn xác định khoảng cách giữa hai cột mốc trên mặt dất bên dưới. Người đó quan sát thấy góc được tạo bởi hai đường ngắm tới hai mốc này là 43°, góc giữa phương thẳng đứng và đường ngắm tới một điểm mốc trên mặt đất là 62° và đến điểm mốc khác là 54° (Hình). Tính khoảng cách giữa hai cột mốc này.



Cách giải



Gọi các điểm A, B, C, H như hình trên.

Xét tam giác ABH ta có: $AH = 352, BAH = 62^\circ$

Mà $\cos BAH = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AB = \frac{352}{\cos 62^\circ} \approx 750m$

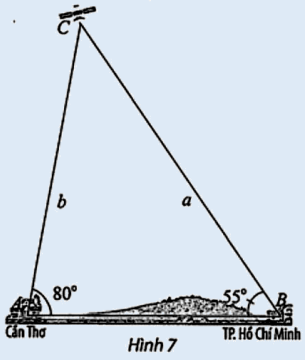
Tương tự, ta có: $\cos CAH = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AC = \frac{352}{\cos 54^\circ} \approx 599m.$

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC, ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A \Rightarrow BC \approx 514\,\text{m}$

Vậy khoảng cách giữa hai cột mốc này là 514.

Câu 32: Một vệ tinh quay quanh Trái Đất, đang bay phía trên hai trạm quan sát ở hai thành phố Hồ Chí Minh và Cần Thơ. Khi vệ tinh nằm giữa hai trạm này, góc nâng của nó được quan sát đồng thời là 55° tại thành phố Hồ Chí Minh và 80° tại Cần Thơ. Hỏi khi đó vệ tinh cách trạm quan sát tại Cần Thơ bao xa? Biết rằng, khoảng cách giữa hai trạm quan sát là 127 km



Hình 7

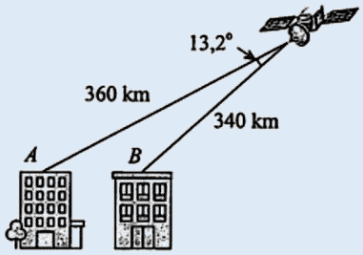
Cách giải

Ta có $\hat{C} = 180^\circ - (80^\circ + 55^\circ) = 45^\circ$.

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC, ta có: $AC = \dfrac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \dfrac{127 \cdot \sin 55^\circ}{\sin 45^\circ} \approx 147(\text{ km})$.

Vậy vệ tinh cách trạm quan sát tại thành phố Cần Thơ khoảng 147 km

Câu 33: Tính khoảng cách AB giữa nóc hai toà cao ốc. Cho biết khoảng cách từ hai điểm đó đến một vệ tinh viễn thông lần lượt là $360\text{ km}, 340\text{ km}$ và góc nhìn từ vệ tinh đến A và B là $13,2^\circ$ (Hình 8) .



Cách giải

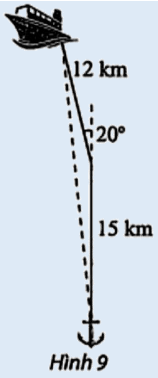
Áp dụng định lí côsin trong tam giác OAB, ta có:

$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2.OA \cdot OB \cdot \cos AOB = 360^2 + 340^2 - 2.360.340 \cdot \cos 13,2^\circ \approx 6867,88$.

Suy ra $AB \approx \sqrt{6867,88} \approx 82,87(km)$.

Vậy khoảng cách giữa nóc hai toà cao ốc khoảng 83 km .

Câu 34: Một chiếc tàu khởi hành từ bến cảng, đi về hướng bắc 15 km , sau đó bẻ lái 20° về hướng tây bắc và đi thêm 12 km nữa (Hình 9). Tính khoảng cách từ tàu đến bến cảng.

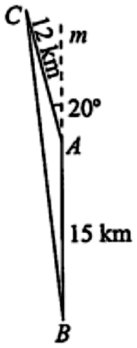


Hình 9

Cách giải

Ta có: $AB = 15$ km, $AC = 12$ km, $CAm = 20^\circ$.

$\Rightarrow CAB = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$.



Áp dụng định lí côsin, ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A \Rightarrow BC \approx 26,59$ (km).

Vậy con tàu cách bến cảng khoảng 27 km.

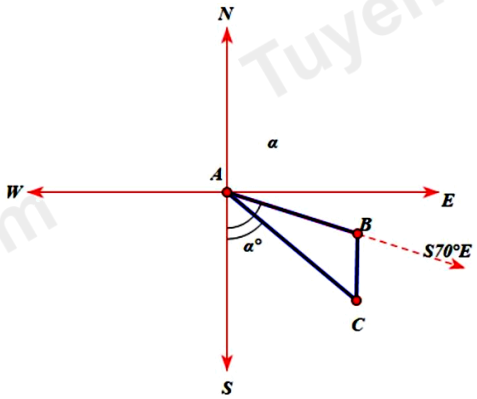
Câu 35: Một tàu đánh cá xuất phát từ cảng A , đi theo hướng $S70^\circ E$ với vận tốc 70 km / h . Đi được 90 phút thì động cơ của tàu bị hỏng nên tàu trôi tự do theo hướng nam với vận tốc 8 km / h . Sau 2 giờ kể từ khi động cơ bị hỏng, tàu neo đậu được vào một hòn đảo.

a) Tính khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

b) Xác định hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

Cách giải

a) Tính khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.



Trong đó: B là nơi động cơ bị hỏng, C là ví trí neo đậu của tàu trên hòn đảo.

Khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là đoạn AC (hay b).

Ban đầu tàu di chuyển theo hướng $S70^\circ E$ nên $BAS = 70^\circ$.

Sau khi động cơ bị hỏng, tàu trôi theo hướng Nam do đó BC song song với $AS. \Rightarrow ABC = 180^\circ - BAS = 110^\circ$

Quãng đường tàu đi được sau 90 phút hay 1,5 giờ (ngay trước khi hỏng động cơ) là: $70.1,5 = 105(\text{ km})$ hay $c = 105$. Quãng đường tàu trôi tự do là: $8.2 = 16(\text{ km})$ hay $a = 16$.

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC ta có: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\ \cos B$.

$\Rightarrow b^2 = 16^2 + 105^2 - 2 \cdot 16 \cdot 105 \cdot \cos 110^\circ$

$\Rightarrow b^2 \approx 12430,18$

$\Rightarrow b \approx 111,49$

Vậy khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là khoảng 111,49 km.

b) Xác định hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

Theo sơ đồ, hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là $S\alpha^o E$ với $\alpha^o = CAS$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \sin A = \frac{a \cdot \sin B}{b}$$

Mà $\hat{B} = 110^\circ; b \approx 110,23; a = 16$.

$$\Rightarrow \sin A = \frac{16 \cdot \sin 110^\circ}{111,49} \approx 0,1348 \Rightarrow \hat{A} \approx 7,75^\circ \ (\text{do } \angle A < 90^\circ)$$

$\Rightarrow \alpha^\circ \approx 70^\circ - 7,75^\circ = 62,25^\circ$.

Vậy hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là $S62,25^\circ E$.