BÀI GIẢNG: ÔN TẬP QUAN HỆ SONG SONG
CHUYÊN ĐỀ: TỔNG ÔN HÌNH HỌC LỚP 11
MÔN: TOÁN 12
GIÁO VIÊN: NGUYỄN HOÀNG TÙNG

MỤC TIÊU

- ✓ *Củng cố các kiến thức về quan hệ song song trong không gian, nhận biết và vận dụng các dấu hiệu để chứng minh đường thẳng, mặt phẳng song song.*
- ✓ *Rèn luyện kỹ năng phân tích hình học, trình bày lập luận và giải các bài toán liên quan đến quan hệ song song.*

ĐỀ BÀI

I PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?

A. Một đường thẳng và một điểm thuộc nó. **B.** Ba điểm mà nó đi qua

C. Ba điểm không thẳng hàng. **D.** Hai đường thẳng thuộc mặt phẳng

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là

A. SA. **B.** SB. **C.** SC. **D.** AC.

Câu 3: Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và B'C'. Hình chiếu của đường thẳng AB trên mặt phẳng (A'B'C') theo phương MN là đường thẳng nào dưới đây?

A. AB'. **B.** A'C'. **C.** A'B'. **D.** B'C'.

Câu 4: Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 5: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây sai?

A. AB song song CD **B.** SA cắt SC **C.** SA song song BC. **D.** SC chéo nhau AB.

Câu 6: Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α). Giả sử đường thẳng b không nằm trong mặt phẳng (α) Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $b//(\alpha)$ thì $b//a$.

B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a.

C. Nếu $b//a$ thì $b//(\alpha)$.

D. Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b.

Câu 7: Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q), mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng (P) thì nó cắt mặt phẳng (Q).

B. Nếu một đường thẳng cắt mặt phẳng (P) thì nó cắt mặt phẳng (Q).

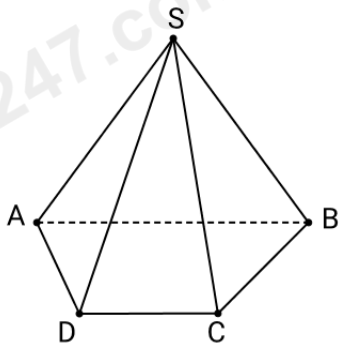
C. Nếu một đường thẳng nằm trên (P) thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trên (Q).

D. Mọi đường thẳng nằm trên (P) đều song song với (Q).

Câu 8: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Mặt phẳng (A'DC') song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (BCB'). **B.** (D'AC). **C.** (B'CD'). **D.** (CB'A).

Câu 9: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là ABCD hình thang, với $AB//CD$ (tham khảo hình vẽ). Giao tuyến của hai mặt phẳng SAB và SCD là



A. Đường thẳng qua S và song song với AB và CD. **B.** Đường thẳng qua S và song song với AD và BC.

C. Đường thẳng qua S và giao điểm của AD và BC. **D.** Đường thẳng qua S và giao điểm của AC và BD.

Câu 10: Cho tứ diện ABCD, gọi M và N lần lượt là trung điểm của AC và AD. Đường thẳng MN song song với đường thẳng nào dưới đây?

A. AB. **B.** BC. **C.** AD. **D.** CD.

Câu 11: Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (P)?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 12: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, SA. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(KID)//(SBJ)$. **B.** $(SBJ)//(ADK)$. **C.** $(SBC)//(IKD)$ **D.** $(SDJ)//(IAK)$.

II PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho AD = 3AM. Gọi G, N theo thứ tự là trọng tâm các tam giác SAB, ABC, P là trung điểm của cạnh AB.

a) $NG \subset (SCP)$.

b) $MN \parallel (SCD)$.

c) $NG \parallel (SAC)$.

d) Nếu mặt phẳng chứa MN và song song với SD, cắt SA tại I thì $\frac{SI}{SA} = \frac{2}{3}$.

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng 2, M là một điểm thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA}=\frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD, cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\frac{AM}{SA}=\frac{1}{3}$.

b) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAB) là đường thẳng đi qua M và song song với AB.

c) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SD.

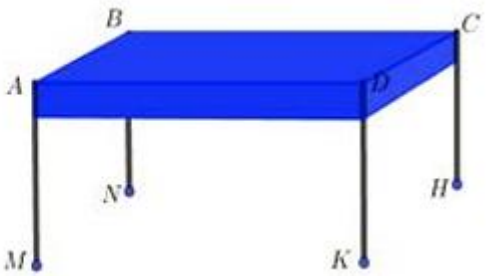
d) Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD, cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác có diện tích bằng $\frac{16}{9}$.

III PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Trên các cạnh SB, SD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{SM}{SB}=\frac{SN}{SD}=\frac{2}{3}$. Mặt phẳng α đi qua điểm O và song song với mặt phẳng AMN cắt SC tại J. Tính tỉ số $\frac{SJ}{JC}$.

Câu 2: Có một chiếc bàn mặt hình chữ nhật đặt trên sàn nhà phẳng. Do sơ suất, người thợ mộc để 4 chân AM, BN, CH, DK song song nhưng có độ dài không bằng nhau. Biết $AM=65,5cm, BN=64,5cm, CH=64cm$. Tính độ dài chân bàn DK theo đơn vị mm để bàn không bị cập kênh.





Câu 3: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh 5 và tam giác SAB đều. Gọi M là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AM=x$, với $0<x<5$. Mặt phẳng (α) qua M song song với (SAB) lần lượt cắt các cạnh CB, CS, SD tại N, P, Q. Tìm x để tứ giác MNPQ có diện tích bằng $4\sqrt{3}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

I PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?

A. Một đường thẳng và một điểm thuộc nó. **B.** Ba điểm mà nó đi qua

C. Ba điểm không thẳng hàng. **D.** Hai đường thẳng thuộc mặt phẳng

Cách giải:

Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết

- Ba điểm phân biệt không thẳng hàng.
- Một đường thẳng và một điểm không thuộc đường thẳng đó.
- Hai đường thẳng cắt nhau.
- Hai đường thẳng song song.

Xét các đáp án, chỉ có đáp án C là cách xác định đúng một mặt phẳng. Đáp án A thiếu điều kiện điểm không thuộc đường thẳng. Đáp án B thiếu điều kiện ba điểm không thẳng hàng. Đáp án D thiếu điều kiện hai đường thẳng song song hoặc cắt nhau.

Đáp án: C

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là

A. SA. **B.** SB. **C.** SC. **D.** AC.

Cách giải:

Dựa vào giả thiết của bài toán, xét hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) ta có:

S là điểm chung thứ nhất vì S thuộc (SAB) và S thuộc (SBC).

B là điểm chung thứ hai vì B thuộc (SAB) và B thuộc (SBC).

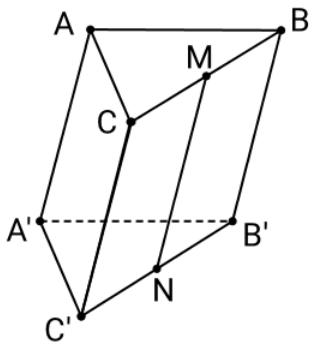
Vậy SB là đường thẳng đi qua hai điểm chung, do đó SB là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC).

Đáp án: B

Câu 3: Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và B'C'. Hình chiếu của đường thẳng AB trên mặt phẳng (A'B'C') theo phương MN là đường thẳng nào dưới đây?

A. AB'. **B.** A'C'. **C.** A'B'. **D.** B'C'.

Cách giải:



Theo giả thiết bài toán, ta có lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' nên các cạnh bên song song với nhau: $AA' \parallel BB' \parallel CC'$.

Vì M, N lần lượt là trung điểm của BC và B'C' nên MN là đường trung bình của hình bình hành BCC'B', suy ra $MN \parallel BB'$.

Do đó ta có $MN \parallel AA' \parallel BB'$.

Hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng (A'B'C') theo phương MN là điểm A' (do $AA' \parallel MN$ và A' nằm trên mặt phẳng (A'B'C')).

Hình chiếu của điểm B trên mặt phẳng (A'B'C') theo phương MN là điểm B' (do $BB' \parallel MN$ và B' nằm trên mặt phẳng (A'B'C')).

Vậy hình chiếu của đường thẳng AB trên mặt phẳng (A'B'C') theo phương MN là đường thẳng đi qua A' và B', tức là đường thẳng A'B'.

Đáp án: C

Câu 4: Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Cách giải:

Từ câu hỏi được cho, trong không gian, đối với hai đường thẳng bất kỳ, ta có 4 vị trí tương đối có thể xảy ra:

- Trùng nhau (có vô số điểm chung).
- Cắt nhau (có đúng một điểm chung).
- Song song (đồng phẳng và không có điểm chung).
- Chéo nhau (không đồng phẳng và không có điểm chung).

Vậy có 4 vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

Đáp án: D

Câu 5: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây sai?

A. AB song song CD **B.** SA cắt SC **C.** SA song song BC. **D.** SC chéo nhau AB.

Cách giải:

Phân tích các đáp án dựa trên đề bài:

Đáp án A: Vì đáy ABCD là hình bình hành nên $AB \parallel CD$, do đó khẳng định này đúng.

Đáp án B: SA và SC cùng nằm trong mặt phẳng (SAC) và cắt nhau tại S, do đó khẳng định này đúng.

Đáp án C: SA và BC không đồng phẳng, chúng là hai đường thẳng chéo nhau, do đó không thể song song với nhau. Khẳng định này sai.

Đáp án D: SC và AB không đồng phẳng, không có điểm chung nên chúng chéo nhau, do đó D đúng.

Đáp án: C

Câu 6: Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α). Giả sử đường thẳng b không nằm trong mặt phẳng (α)

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $b//(\alpha)$ thì $b//a$.

B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a.

C. Nếu $b//a$ thì $b//(\alpha)$.

D. Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b.

Cách giải:

Xét các mệnh đề được đưa ra:

Mệnh đề A sai vì nếu $b||(\alpha)$ thì b có thể song song hoặc chéo nhau với a.

Mệnh đề B sai vì b cắt (α) tại một điểm không thuộc a thì b và a sẽ chéo nhau.

Mệnh đề C đúng theo định lý: Nếu một đường thẳng không nằm trong mặt phẳng và song song với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó thì nó song song với mặt phẳng đó. Ở đây đường thẳng b không nằm trong (α), đường thẳng a nằm trong (α) và $b||a$ nên suy ra $b||(\alpha)$.

Mệnh đề D sai vì giao tuyến của (α) và (β) hoàn toàn có thể song song với đường thẳng a.

Đáp án: C

Câu 7: Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q), mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng (P) thì nó cắt mặt phẳng (Q).

B. Nếu một đường thẳng cắt mặt phẳng (P) thì nó cắt mặt phẳng (Q).

C. Nếu một đường thẳng nằm trên (P) thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trên (Q).

D. Mọi đường thẳng nằm trên (P) đều song song với (Q).

Cách giải:

* Mệnh đề A và B đúng theo định lý về tính chất của hai mặt phẳng song song: Nếu một đường thẳng hoặc một mặt phẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cũng sẽ cắt mặt phẳng còn lại.

* Mệnh đề C sai vì nếu đường thẳng $a \subset (P)$ và đường thẳng $b \subset (Q)$ thì a và b có thể song song hoặc chéo nhau. Do đó không thể kết luận a song song với mọi đường thẳng nằm trên (Q).

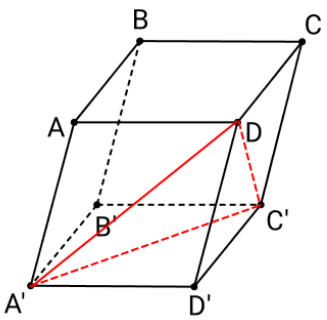
* Mệnh đề D đúng theo định nghĩa: Do $(P)||(Q)$ nên chúng không có điểm chung. Do đó mọi đường thẳng nằm trên (P) cũng không có điểm chung với (Q), tức là nó song song với (Q).

Đáp án: C

Câu 8: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Mặt phẳng (A'DC') song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (BCB'). **B.** (D'AC). **C.** (B'CD'). **D.** (CB'A).

Cách giải:



Xét hình hộp ABCD.A'B'C'D', ta có các mặt bên là các hình bình hành.

Tứ giác A'B'CD có $A'B' \parallel CD$ và $A'B' = CD$ nên nó là hình bình hành. Suy ra $A'D \parallel B'C$.

Tứ giác ADC'B' có $AD \parallel B'C'$ và $AD = B'C'$ nên nó là hình bình hành. Suy ra $DC' \parallel AB'$.

Xét mặt phẳng $(A'DC')$ và mặt phẳng $(CB'A)$ (hay chính là mặt phẳng $(AB'C)$):

Ta có $A'D \parallel B'C$ mà $B'C \subset (CB'A)$ nên $A'D \parallel (CB'A)$.

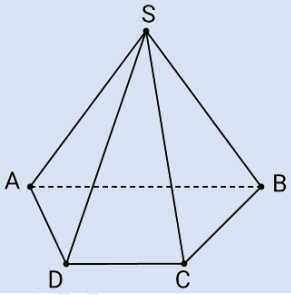
Ta có $DC' \parallel AB'$ mà $AB' \subset (CB'A)$ nên $DC' \parallel (CB'A)$.

Mặt phẳng $(A'DC')$ chứa hai đường thẳng cắt nhau là A'D và DC' cùng song song với mặt phẳng $(CB'A)$.

Do đó, $(A'DC') \parallel (CB'A)$.

Đáp án: D

Câu 9: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là ABCD hình thang, với $AB // CD$ (tham khảo hình vẽ). Giao tuyến của hai mặt phẳng SAB và SCD là



A. Đường thẳng qua S và song song với AB và CD.

B. Đường thẳng qua S và song song với AD và BC.

C. Đường thẳng qua S và giao điểm của AD và BC.

D. Đường thẳng qua S và giao điểm của AC và BD.

Cách giải:

Xét hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có:

S là điểm chung thứ nhất.

Mặt phẳng (SAB) chứa đường thẳng AB, mặt phẳng (SCD) chứa đường thẳng CD.

Theo giả thiết đáy ABCD là hình thang với $AB \parallel CD$.

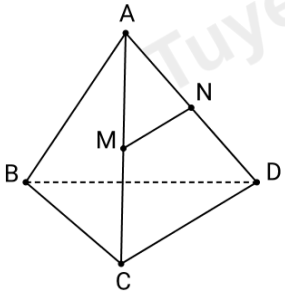
Do đó, giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) phải là một đường thẳng đi qua điểm chung S và song song với cả AB và CD.

Đáp án: A

Câu 10: Cho tứ diện ABCD, gọi M và N lần lượt là trung điểm của AC và AD. Đường thẳng MN song song với đường thẳng nào dưới đây?

A. AB. **B.** BC. **C.** AD. **D.** CD.

Cách giải:



Xét tam giác ACD trong mặt phẳng (ACD) của tứ diện ABCD.

Ta có M là trung điểm của AC, N là trung điểm của AD (giả thiết).

Theo tính chất đường trung bình của tam giác, đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác thì song song với cạnh thứ ba.

Do đó MN là đường trung bình của tam giác ACD, suy ra $MN \| CD$.

Đáp án: D

Câu 11: Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (P)?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Cách giải:

Trong không gian, đối với một đường thẳng a và một mặt phẳng (P), ta có 3 vị trí tương đối có thể xảy ra:

* Đường thẳng a nằm hoàn toàn trong mặt phẳng (P) (kí hiệu $a \subset (P)$).

* Đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) (không có điểm chung, kí hiệu $a \| (P)$).

* Đường thẳng a cắt mặt phẳng (P) tại đúng một điểm duy nhất (có 1 điểm chung).

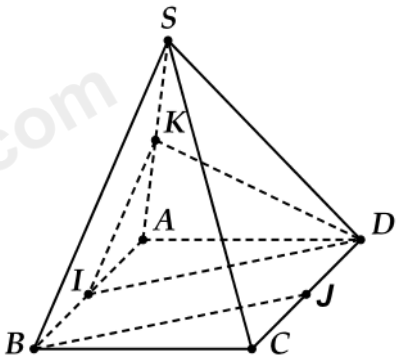
Vậy có tổng cộng 3 vị trí tương đối.

Đáp án: B

Câu 12: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, SA. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(KID) // (SBJ)$. **B.** $(SBJ) // (ADK)$. **C.** $(SBC) // (IKD)$ **D.** $(SDJ) // (IAK)$.

Cách giải:



Xét mặt phẳng (KID) và (SBJ):

Trong tam giác SAB, ta có K là trung điểm của SA, I là trung điểm của AB. Do đó KI là đường trung bình của tam giác SAB.

Suy ra $KI \| SB$. Mà $SB \subset (SBJ)$ nên $KI \| (SBJ)$.

Trong mặt phẳng đáy (ABCD), ta có tứ giác IBJD.

Vì ABCD là hình bình hành nên $AB \| CD$ và $AB = CD$.

Lại có I là trung điểm của $AB \Rightarrow IB = \frac{1}{2} AB$; J là trung điểm của $CD \Rightarrow DJ = \frac{1}{2} CD$.

Suy ra $IB \| DJ$ và $IB = DJ$. Do đó tứ giác IBJD là hình bình hành.

Từ đó suy ra $ID \| BJ$. Mà $BJ \subset (SBJ)$ nên $ID \| (SBJ)$.

Mặt phẳng (KID) chứa hai đường thẳng cắt nhau là KI và ID cùng song song với mặt phẳng (SBJ).

Vậy $(KID)\,||\,(SBJ)$.

Đáp án: A

II PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho AD = 3AM. Gọi G, N theo thứ tự là trọng tâm các tam giác SAB, ABC, P là trung điểm của cạnh AB.

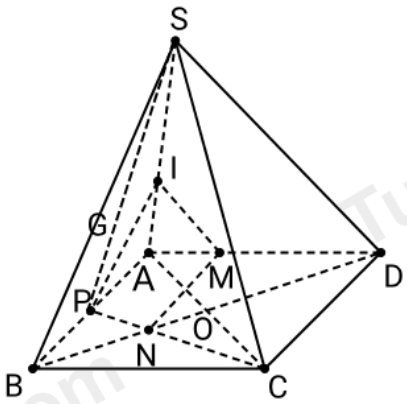
a) $NG \subset (SCP)$.

b) $MN\,||\,(SCD)$.

c) $NG\,||\,(SAC)$.

d) Nếu mặt phẳng chứa MN và song song với SD, cắt SA tại I thì $\frac{SI}{SA}=\frac{2}{3}$.

Cách giải:



a) Ta có P là trung điểm của AB.

Do G là trọng tâm tam giác SAB nên G thuộc đường trung tuyến SP của tam giác SAB.

Tương tự, do N là trọng tâm tam giác ABC nên N thuộc đường trung tuyến CP của tam giác ABC.

Vì $G \in SP$ và $SP \subset (SCP)$ nên $G \in (SCP)$.

Vì $N \in CP$ và $CP \subset (SCP)$ nên $N \in (SCP)$.

Do đó, đường thẳng NG nằm trong mặt phẳng (SCP), hay $NG \subset (SCP)$.

Mệnh đề a đúng.

b) Xét tam giác ABC, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD của hình bình hành ABCD, suy ra O là trung điểm của BD.

Trong mặt phẳng (ABCD), xét tam giác ABC có đường trung tuyến BO cắt đường trung tuyến CP tại trọng tâm N.

Theo tính chất trọng tâm, ta có $\frac{BN}{BO}=\frac{2}{3}$.

Lại có O là trung điểm BD, suy ra $BO=\frac{1}{2}BD$.

Do đó $BN=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}BD=\frac{1}{3}BD$.

Từ đó suy ra N nằm giữa B và D, và $DN=BD-BN=BD-\frac{1}{3}BD=\frac{2}{3}BD$. Do đó $\frac{DN}{DB}=\frac{2}{3}$.

Xét tam giác ABD, ta có điểm M trên cạnh AD sao cho $AD=3AM$, suy ra $\frac{AM}{AD}=\frac{1}{3}$, do đó $\frac{DM}{DA}=\frac{2}{3}$.

Từ đó ta có $\frac{DM}{DA}=\frac{DN}{DB}=\frac{2}{3}$.

Theo định lý Thales đảo trong tam giác ADB, ta suy ra $MN\parallel AB$.

Mặt khác, ABCD là hình bình hành nên $AB\parallel CD$, do đó $MN\parallel CD$.

Vì $CD\subset(SCD)$ và MN không nằm trong mặt phẳng (SCD) nên $MN\parallel(SCD)$.

Mệnh đề b đúng.

c) Trong tam giác SPC, vì G là trọng tâm tam giác SAB và P là trung điểm AB nên ta có $\frac{PG}{PS}=\frac{1}{3}$.

Vì N là trọng tâm tam giác ABC và P là trung điểm AB nên ta có $\frac{PN}{PC}=\frac{1}{3}$.

Suy ra $\frac{PG}{PS}=\frac{PN}{PC}=\frac{1}{3}$.

Theo định lý Thales đảo trong tam giác SPC, ta được $GN\parallel SC$.

Vì $SC\subset(SAC)$ và GN không nằm trong mặt phẳng (SAC) (do G thuộc SP và P không thuộc AC) nên $NG\parallel(SAC)$.

Mệnh đề c đúng.

d) Gọi (α) là mặt phẳng chứa MN và song song với SD.

Ta có M là điểm chung của mặt phẳng (α) và mặt phẳng (SAD).

Vì $(\alpha)\parallel SD$ và $SD\subset(SAD)$ nên giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt phẳng (SAD) là đường thẳng d đi qua M và song song với SD.

Mặt phẳng (α) cắt SA tại I, do đó I nằm trên giao tuyến d này, suy ra $MI\parallel SD$.

Trong tam giác SAD, có $MI\parallel SD$ nên áp dụng định lý Thales, ta có: $\frac{SI}{SA}=\frac{DM}{DA}$

Theo giả thiết $AD=3AM$, điểm M nằm giữa A và D nên $DM=AD-AM=AD-\frac{1}{3}AD=\frac{2}{3}AD$.

Do đó $\frac{DM}{DA}=\frac{2}{3}$, suy ra $\frac{SI}{SA}=\frac{2}{3}$.

Mệnh đề d đúng.

Đáp án: Đ|Đ|Đ|Đ

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng 2, M là một điểm thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA}=\frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD, cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

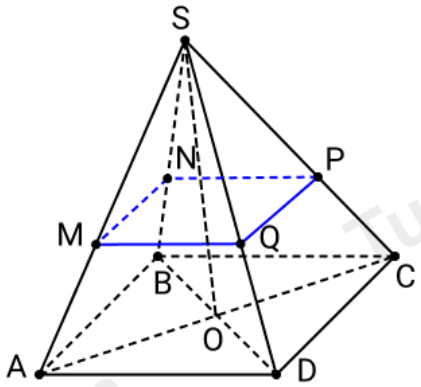
a) $\frac{AM}{SA}=\frac{1}{3}$.

b) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAB) là đường thẳng đi qua M và song song với AB.

c) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SD.

d) Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD, cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác có diện tích bằng $\frac{16}{9}$.

Cách giải:



a) Ta có điểm M thuộc đoạn thẳng SA nên $SA=SM+AM$.

Theo giả thiết $\frac{SM}{SA}=\frac{2}{3}\Rightarrow SM=\frac{2}{3}SA$.

Từ đó suy ra $AM=SA-SM=SA-\frac{2}{3}SA=\frac{1}{3}SA$.

Vậy $\frac{AM}{SA}=\frac{1}{3}$. Mệnh đề a đúng.

b) Ta có M là điểm chung của mặt phẳng (α) và mặt phẳng (SAB).

Mặt phẳng (α) song song với đường thẳng AB, mà $AB\subset(SAB)$.

Theo tính chất giao tuyến, giao tuyến của (α) và (SAB) là đường thẳng đi qua M và song song với AB. Mệnh đề b đúng.

c) Tương tự, ta có M là điểm chung của mặt phẳng (α) và mặt phẳng (SAD).

Mặt phẳng (α) song song với đường thẳng AD, mà $AD\subset(SAD)$.

Do đó, giao tuyến của (α) và (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với AD. Đường thẳng này không song song với SD. Mệnh đề c sai.

d) Mặt phẳng (α) song song với AB và AD, mà AB và AD là hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Suy ra mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

Khi đó, mặt phẳng (α) cắt các mặt bên của hình chóp tứ giác đều theo thiết diện là một tứ giác đồng dạng với đa giác đáy ABCD.

Tứ giác này là một hình vuông (do ABCD là hình vuông), gọi là MNPQ với N, P, Q lần lượt thuộc SB, SC, SD.

Theo định lý Thales, tỉ số đồng dạng của thiết diện và đáy là $k=\frac{SM}{SA}=\frac{2}{3}$.

Diện tích của hình vuông đáy ABCD có cạnh bằng 2 là $S_{ABCD}=2^2=4$.

Gọi S là diện tích của thiết diện, ta có $\frac{S}{S_{ABCD}}=k^2=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$.

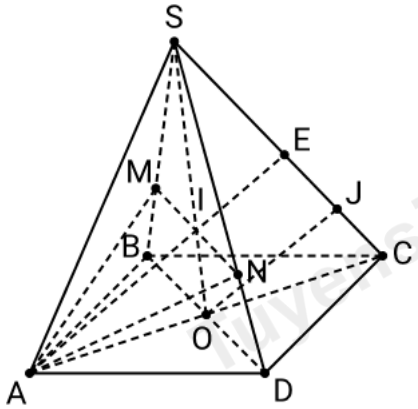
Suy ra $S=\frac{4}{9}\cdot S_{ABCD}=\frac{4}{9}\cdot 4=\frac{16}{9}$. Mệnh đề d đúng.

Đáp án: Đ|Đ|S|Đ

III PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Trên các cạnh SB, SD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{SM}{SB}=\frac{SN}{SD}=\frac{2}{3}$. Mặt phẳng α đi qua điểm O và song song với mặt phẳng AMN cắt SC tại J. Tính tỉ số $\frac{SJ}{JC}$.

Cách giải:



Trong mặt phẳng (SBD), xét tam giác SBD có $\frac{SM}{SB}=\frac{SN}{SD}=\frac{2}{3}$ (giả thiết).

Theo định lí Thales đảo, ta suy ra $MN \parallel BD$.

Gọi I là giao điểm của MN và SO. Trong tam giác SBO, vì $MI \parallel BO$ nên theo định lí Thales ta có

$\frac{SI}{SO}=\frac{SM}{SB}=\frac{2}{3}$.

Xét tam giác SAC có O là tâm hình bình hành ABCD nên O là trung điểm của AC.

Khi đó SO là đường trung tuyến của tam giác SAC.

Điểm I nằm trên đường trung tuyến SO và thỏa mãn $\frac{SI}{SO}=\frac{2}{3}$ nên I chính là trọng tâm của tam giác SAC.

Gọi E là giao điểm của đường thẳng AI và SC.

Vì I là trọng tâm tam giác SAC nên AE là đường trung tuyến, suy ra E là trung điểm của SC.

Mặt phẳng (α) đi qua O và song song với mặt phẳng (AMN). Mà $AI \subset (AMN)$ nên mặt phẳng (α) song song với đường thẳng AI (hay AE).

Mặt phẳng (SAC) cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến đi qua điểm $O \in (\alpha)$ và song song với AE. Giao tuyến này cắt cạnh SC tại điểm J.

Do đó, ta có $OJ \parallel AE$.

Xét tam giác CAE có O là trung điểm của AC và $OJ \parallel AE$.

Theo tính chất đường trung bình của tam giác, suy ra J là trung điểm của đoạn thẳng CE.

Từ đó ta có $JC=\frac{1}{2}CE$.

Mặt khác, E là trung điểm của SC nên $CE=\frac{1}{2}SC$.

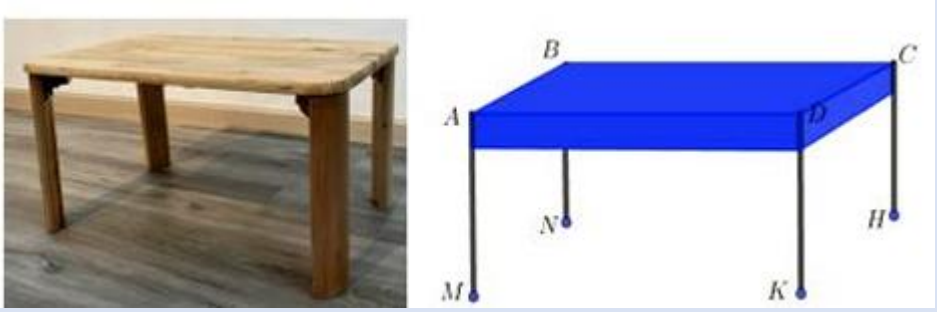
Suy ra $JC=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}SC\right)=\frac{1}{4}SC$.

Ta tính được đoạn $SJ=SC-JC=SC-\frac{1}{4}SC=\frac{3}{4}SC$.

Tỉ số cần tìm là: $\frac{SJ}{JC}=\frac{\frac{3}{4}SC}{\frac{1}{4}SC}=3$.

Đáp án: 3

Câu 2: Có một chiếc bàn mặt hình chữ nhật đặt trên sàn nhà phẳng. Do sơ suất, người thợ mộc để 4 chân AM, BN, CH, DK song song nhưng có độ dài không bằng nhau. Biết $AM=65,5cm, BN=64,5cm, CH=64cm$. Tính độ dài chân bàn DK theo đơn vị mm để bàn không bị cập kênh.



Cách giải:

Mặt bàn là hình chữ nhật ABCD, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD.

Do ABCD là hình chữ nhật nên O là trung điểm của AC và O cũng là trung điểm của BD.

Để bàn không bị cập kênh, 4 điểm M, N, H, K phải đồng phẳng (cùng nằm trên mặt phẳng sàn nhà).

Từ O dựng đoạn thẳng OO' song song với các chân bàn sao cho O' nằm trên mặt phẳng sàn nhà (MNHK).

Vì $AM \parallel CH$ nên tứ giác AMHC là hình thang. Xét hình thang AMHC có O là trung điểm của AC và $OO' \parallel AM \parallel CH$, suy ra OO' là đường trung bình của hình thang AMHC.

Theo tính chất đường trung bình, ta có: $OO' = \dfrac{AM + CH}{2}$.

Tương tự, vì $BN \parallel DK$ nên tứ giác BNDK là hình thang.

Xét hình thang BNDK có O là trung điểm của BD và $OO' \parallel BN \parallel DK$, suy ra OO' là đường trung bình của hình thang BNDK.

Theo tính chất đường trung bình, ta có: $OO' = \dfrac{BN + DK}{2}$.

Từ hai điều trên, ta suy ra:

$$\frac{AM + CH}{2} = \frac{BN + DK}{2}$$

$$\Leftrightarrow AM + CH = BN + DK$$

Thay số liệu đề bài cho vào biểu thức:

$65,5 + 64 = 64,5 + DK$

$129,5 = 64,5 + DK$

$DK = 129,5 - 64,5$

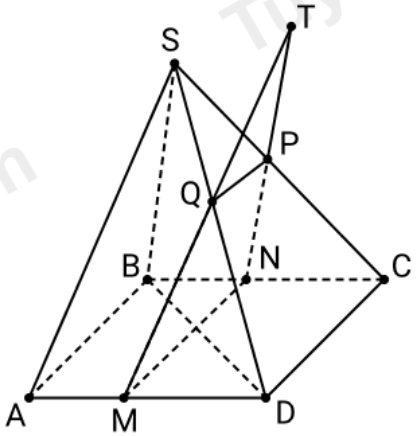
$DK = 65$ (cm)

Đề bài yêu cầu tính độ dài theo đơn vị mm, ta đổi: $65 \text{ cm} = 650 \text{ mm}$.

Đáp án: 650

Câu 3: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh 5 và tam giác SAB đều. Gọi M là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AM = x$, với $0 < x < 5$. Mặt phẳng (α) qua M song song với (SAB) lần lượt cắt các cạnh CB, CS, SD tại N, P, Q. Tìm x để tứ giác MNPQ có diện tích bằng $4\sqrt{3}$.

Cách giải:



Vì mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (SAB) nên (α) sẽ cắt các mặt của hình chóp theo các giao tuyến song song với các cạnh tương ứng của tam giác SAB hoặc song song với các đường thẳng nằm trong (SAB).

Mặt phẳng (α) qua $M \in AD$ và song song với (SAB) nên cắt mặt đáy $(ABCD)$ theo giao tuyến $MN \parallel AB$ với $N \in BC$. Do ABCD là hình vuông cạnh 5 nên $MN = AB = 5$.

Ta cũng có $BN = AM = x$, suy ra $NC = 5 - x$.

Mặt phẳng (α) cắt mặt bên (SAD) theo giao tuyến $MQ \parallel SA$ với $Q \in SD$.

Mặt phẳng (α) cắt mặt bên (SBC) theo giao tuyến $NP \parallel SB$ với $P \in SC$.

Mặt phẳng (α) cắt mặt bên (SCD) theo giao tuyến PQ.

Vì $MN \parallel AB \parallel CD$ nên giao tuyến PQ cũng song song với CD.

Vậy thiết diện cắt bởi mặt phẳng (α) là tứ giác MNPQ.

Vì $MQ \parallel SA$ và $MN \parallel AB$ nên góc giữa MQ và MN bằng góc giữa SA và AB, suy ra $QMN = SAB = 60^\circ$ (do tam giác SAB đều).

Tương tự, $NP \parallel SB$ và $NM \parallel BA$ nên $PNM = SBA = 60^\circ$.

Hình thang MNPQ (vì $PQ \parallel MN$) có hai góc ở đáy bằng nhau nên là hình thang cân.

Trong tam giác SAD, vì $MQ \parallel SA$ nên theo định lí Thales ta có: $\frac{MQ}{SA} = \frac{MD}{AD} = \frac{5-x}{5}$. Suy ra $MQ = 5 - x$.

Trong tam giác SBC, vì $NP \parallel SB$ nên ta có: $\frac{NP}{SB} = \frac{NC}{BC} = \frac{5-x}{5}$. Suy ra $NP = 5 - x$.

Trong tam giác SCD, vì $PQ \parallel CD$ nên ta có: $\frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} = \frac{AM}{AD} = \frac{x}{5}$. Suy ra $PQ = x$.

Kẻ đường cao QH vuông góc với MN tại H.

Trong tam giác vuông MQH, ta có $QH = MQ \cdot \sin 60^\circ = (5-x)\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích hình thang cân MNPQ là $S = \frac{1}{2}(MN + PQ) \cdot QH = \frac{1}{2}(5+x)(5-x)\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25-x^2}{4}\sqrt{3}$.

Theo giả thiết, diện tích thiết diện bằng $4\sqrt{3}$ nên ta có phương trình:

$$\frac{25-x^2}{4}\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$25 - x^2 = 16$$

$$x^2 = 9$$

Vì $0 < x < 5$ nên ta nhận giá trị $x = 3$.

Đáp án: 3