# BÀI GIẢNG: GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC
## CHUYÊN ĐỀ: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC
## MÔN: TOÁN 11
## GIÁO VIÊN: NGUYỄN THÀNH ĐĂNG

**MỤC TIÊU**

- ✓ *Hiểu khái niệm và giá trị lượng giác của góc lượng giác.*
- ✓ *Tính được sin, cos , tan , cot của một góc lượng giác.*
- ✓ *Vận dụng đường tròn lượng giác để xác định và biểu diễn góc.*

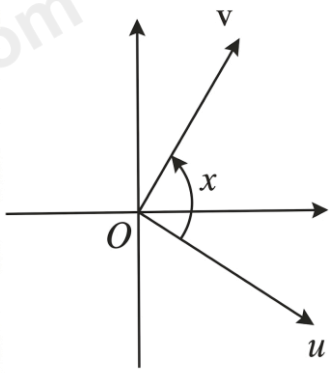
1. Phải quay kim phút mấy phần của một vòng tròn theo chiều quay ngược chiều kim đồng hồ để nó chỉ đúng số 12?
2. Phải quay kim phút mấy phần của một vòng tròn theo chiều quay của kim đồng hồ để nó chỉ đúng số 12?



12 giờ 10 phút

## I. GÓC LƯỢNG GIÁC

### 1 Khái niệm góc lượng giác và số đo của góc lượng giác




Cho hai tia $Ou$ và $Ov$. Nếu tia $Om$ quay xung quanh gốc $O$ từ vị trí $Ou$ tới vị trí $Ov$ chỉ theo chiều âm hoặc chiều dương.

Ta nói tia $Om$ quét một góc lượng giác, với tia đầu là $Ou$, tia cuối là $Ov$. Kí hiệu là $(Ou, Ov)$.

Góc lượng giác gốc $O$ $\begin{cases} \text{tia đầu là } Ou \\ \text{tia cuối là } Ov \\ \text{số đo là } \alpha. \text{ Kí hiệu: } sđ(Ou, Ov) = \alpha \end{cases}$

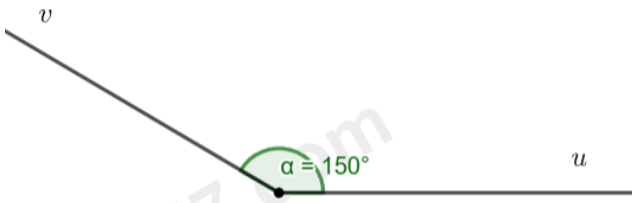
**Ví dụ 1:** Biểu diễn trên mặt phẳng các góc lượng giác sau:

a. $(Ou, Ov) = 510^\circ$

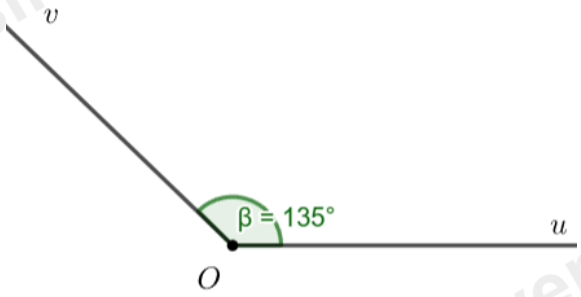
b. $(Om,On)=-225^\circ$

**Cách giải:**

a. $(Ou,Ov)=510^\circ=360^\circ+150^\circ$




b. $(Om,On)=-225^\circ=(-180^\circ+45^\circ)$



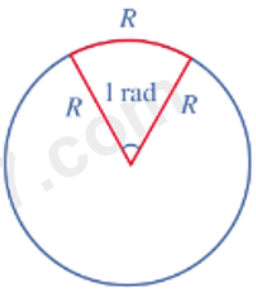

### 2 Hệ thức Chasles

Với 3 tia $Ou,Ov,Ow$ bất kì. Ta có:

$$\text{sd}(Ou,Ov)+\text{sd}(Ov,Ow)=\text{sd}(Ou,Ow)+k\cdot 360^\circ \quad (k\in\mathbb{Z})$$

## II. ĐƠN VỊ ĐO GÓC VÀ ĐỘ DÀI CỦA CUNG TRÒN

### 1 Đơn vị đo góc và cung tròn




***Đơn vị radian:*** Trên đường tròn tùy ý, cung có độ dài bằng bán kính được gọi là **cung có số đo 1 rad**.

$$180^\circ=\pi\text{rad}$$

**Ví dụ 2:** Hoàn thành bảng sau

| Độ | $30^\circ$ | | $60^\circ$ | | $120^\circ$ | | $18^0$ | | $72^0$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Radian | | $\frac{\pi}{4}$ | | $\frac{\pi}{2}$ | | $\frac{3\pi}{4}$ | | $\frac{2\pi}{9}$ | | $\frac{5\pi}{6}$ |

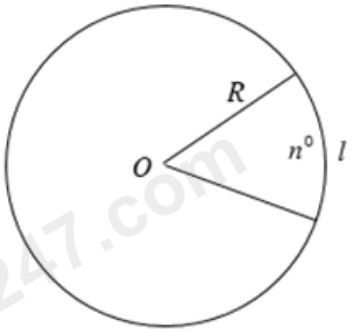
**Cách giải:**

| Độ | $30^\circ$ | $45^0$ | $60^\circ$ | $90^0$ | $120^\circ$ | $135^0$ | $18^0$ | $40^0$ | $72^0$ | $150^0$ | $\frac{1260^\circ}{\pi}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Radian | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{10}$ | $\frac{2\pi}{9}$ | $\frac{2\pi}{5}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | 7 |

## 2 Độ dài cung tròn

Một cung của đường tròn bán kính R và có số đo $\alpha$ rad thì có **độ dài**:

$$l = \text{R}.\alpha$$




# III. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

## 1 Đường tròn lượng giác

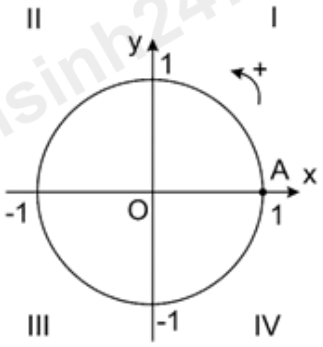
Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$:

- Lấy điểm $A(1;0)$.

- Đường tròn định hướng tâm $O$, bán kính $OA=1$.

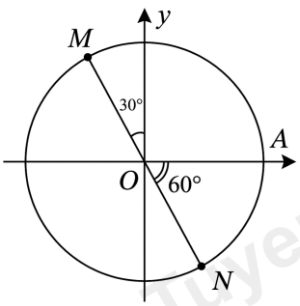
Được gọi là **đường tròn lượng giác gốc** $A$.

Quy ước chiều (+): ngược chiều quay của kim đồng hồ.




**Ví dụ 3:** Xác định $M, N$ trên đường tròn lượng giác sao cho $(OA,OM)=120^{\circ};(OA,ON)=-\dfrac{\pi}{3}$

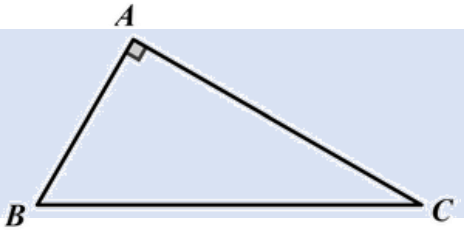
**Cách giải:**




## 2 Các giá trị lượng giác của góc lượng giác

$$\sin B=\frac{AC}{BC};\qquad \cos B=\frac{AB}{BC}$$

$$\tan B=\frac{AC}{AB};\qquad \cot B=\frac{AB}{AC}$$

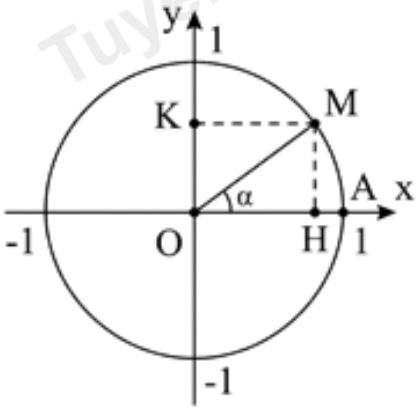


$M(x_0;y_0)$ thuộc đường tròn lượng giác thỏa mãn $sd(OA,OM)=\alpha$

**Bước 1:** Xác định M biểu diễn $sd(OA,OM)=\alpha$

**Bước 2:** $\sin\alpha=y_M$, $\cos\alpha=x_M$

$$\sin\alpha=\frac{MH}{OM}=MH=y_0$$
$$\cos\alpha=\frac{OH}{OM}=OH=x_0$$
$$\tan\alpha=\frac{y_0}{x_0}\quad(x_0\neq 0)$$
$$\cot\alpha=\frac{x_0}{y_b}\quad(y_0\neq 0)$$




**Ví dụ 4:** Tính các giá trị lượng giác của mỗi góc sau

a) $\sin 120^\circ=$ ; $\cos 120^\circ=$
$\tan 120^\circ=$ ; $\cot 120^\circ=$

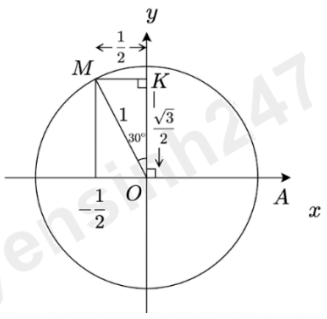
b) $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)=$ ; $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)=$
$\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)=$ ; $\cot\left(-\frac{\pi}{4}\right)=$

c) $\sin\left(-1035^\circ\right)=$ ; $\cos\left(-1035^\circ\right)=$
$\tan\left(-1035^\circ\right)=$ ; $\cot\left(-1035^\circ\right)=$

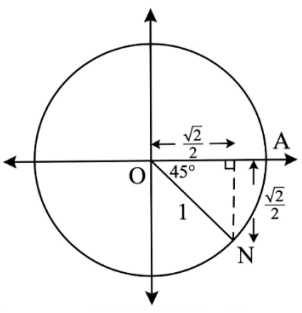
d) $\sin\frac{19\pi}{2}=$ ; $\cos\frac{19\pi}{2}=$
$\tan\frac{19\pi}{2}=$ ; $\cot\frac{19\pi}{2}=$

**Cách giải:**

a) $\sin 120^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos 120^\circ=-\frac{1}{2}$
$\tan 120^\circ=-\sqrt{3}$; $\cot 120^\circ=-\frac{1}{\sqrt{3}}$




b) $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-1$; $\cot\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-1$



c) Ta có $-1035^\circ = -3\times 360^\circ + 45^\circ$. P biểu diễn cho $-1035^\circ$ và cũng biểu diễn cho $45^\circ$

d) Ta có $\frac{19\pi}{2} = 10\pi - \frac{\pi}{2}$. Q biểu diễn cho $\frac{19\pi}{2}$ và cũng biểu diễn cho $-\frac{\pi}{2}$

$\sin\frac{19\pi}{2} = -1;$ $\cos\frac{19\pi}{2} = 0;$ $\tan\frac{19\pi}{2} = kxd;$ $\cot\frac{19\pi}{2} = 0$

**Chú ý:** $-1 \le \sin\alpha, \cos\alpha \le 1$

| Góc phần tư | I | II | III | IV |
|---|---|---|---|---|
| $\sin\alpha$ | + | + | – | – |
| $\cos\alpha$ | + | – | – | + |
| $\tan\alpha$ | + | – | + | – |
| $\cot\alpha$ | + | – | + | – |

## IV. QUAN HỆ GIỮA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

### 1 Các công thức lượng giác cơ bản

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1;$ $\tan\alpha = \frac{1}{\cot\alpha}$ ( với $\cos\alpha \ne 0, \sin\alpha \ne 0$);

$1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha};$ $1 + \cot^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

**Ví dụ 5:** Tính các giá trị lượng giác của mỗi góc sau:

a. $\sin\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

b. $\tan\alpha = 3$ với $-\pi < \alpha < 0$

**Cách giải:**

a. $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \frac{15}{16} = \frac{1}{16}$

Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos\alpha < 0 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} \tan\alpha = \sqrt{15} \\ \cot\alpha = \frac{1}{\sqrt{15}} \end{cases}$

b. $\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha = 1 + 3^2 = 10$

$\Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{10}$. Do $-\pi < \alpha < 0; \tan\alpha > 0 \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{-3}{\sqrt{10}}$